

MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 1

26.04.2010

2010120

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{3}{25}$ de ponto (0.12).*
- **Boa Prova!**

Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais, e \mathbb{N} denota o conjunto dos números inteiros não negativos.
- Dadas funções f e g , a composta é indicada por $f \circ g$.
- \log denota a função logaritmo em base e (logaritmo natural).
- Dado $a > 0$, $a \neq 1$, \log_a denota o logaritmo em base a .
- A função $\tan x$ é a *tangente*.

Qui-D

Questão 1. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, onde a_n é definida por recorrência pela fórmula $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$, $n \in \mathbb{N}$, e $a_0 = 0$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) não existe o limite.

Questão 2. Sejam $a \in \mathbb{R}$, e $f, g :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ duas funções tais que

$$f(x) \leq g(x) \leq f(x) + \frac{1}{x}$$

para todo x . Suponha que existe o limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \pi$. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (a) g é decrescente;
- (b) g é crescente;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \pi$;
- (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \pi + \frac{1}{\pi}$.

Questão 3. Sejam f e g duas funções reais tais que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, pois $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$;
- (c) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, pois $\frac{0}{0} = 1$;
- (d) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$, pois $\frac{f(x)}{0} = \infty$ para todo x ;
- (e) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$, pois $\frac{0}{g(x)} = 0$ para todo x .

Questão 4. Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\log_{1/2}(x^2 - 3x + 5/2) \geq \frac{1}{2}.$$

- (a) $]1, +\infty[$;
- (b) $[1, 2]$;

- (c) $]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $]2, +\infty[$.

Questão 5. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (a) se $f : A \rightarrow B$ é injetora e sobrejetora, então f é inversível;
- (b) toda função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pode ser escrita como soma de uma função não negativa e uma função negativa;
- (c) toda função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é ou par ou ímpar;
- (d) toda função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ inversível é injetora;
- (e) toda função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pode ser escrita como soma de uma função par e uma função ímpar.

Questão 6. Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\frac{|x - 1|}{x^2 - 5x + 6} < 0.$$

- (a) $]-\infty, 1[\cup]2, 3[$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $]1, 3[$;
- (d) $]2, 3[$;
- (e) $]1, 2[\cup]3, +\infty[$.

Questão 7. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se a_n é limitada, então existe o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;
- (b) se a_n é uma sequência limitada, e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$;
- (c) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = +\infty$;
- (d) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 1$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$;
- (e) se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = 0$.

Questão 8. Determine: a forma explícita da sequência a_n definida pela fórmula: $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$, e pelas condições iniciais: $a_0 = 3$, $a_1 = 5$.

- (a) $a_n = n^2 + n + 3$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $a_n = 1 + 2^{n+1}$;
- (d) $a_n = 1 + 2^n$;
- (e) $a_n = 3 + 2n$.

Questão 9. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{2x}$.

- (a) $L = \frac{1}{2}$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $L = 0$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 10. Sejam $(\mathcal{A}_n)_{n \in \mathbb{N}}$ uma família de *afirmações*, cada uma das quais pode ser ou verdadeira ou falsa. Suponha que:

- \mathcal{A}_0 é verdadeira;
- se \mathcal{A}_n é verdadeira, então \mathcal{A}_{n+2} também é verdadeira.

O que podemos deduzir?

- (a) \mathcal{A}_n é falsa para todo $n > 2$;
- (b) \mathcal{A}_{2n} é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$;
- (c) \mathcal{A}_n é falsa para todo $n > 0$;
- (d) \mathcal{A}_n é verdadeira para todo $n > 2$;
- (e) \mathcal{A}_{n+2} é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$.

Questão 11. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n!}$.

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = \frac{n^2}{(n-1)!}$;
- (e) $L = 0$.

Questão 12. Que letra do alfabeto grego é: η ?

- (a) “eta” minúsculo;
- (b) “ni” maiúsculo;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) “ni” minúsculo;
- (e) “gama” maiúsculo.

Questão 13. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin(2x)}$.

- (a) $L = \frac{1}{2}$;

- (b) $L = \frac{1}{2} \log 2$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $L = \log 2$.

Questão 14. Calcule a função inversa $f^{-1}(y)$ da função $f : [\pi, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $f(x) = \cos x$.

- (a) $f^{-1}(y) = \arcsin y + \frac{3\pi}{2}$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $f^{-1}(y) = \arccos y + \frac{3\pi}{2}$;
- (d) $f^{-1}(y) = \arccos y$;
- (e) $f^{-1}(y) = \arccos y + \pi$.

Questão 15. Determine o conjunto das soluções da desigualdade:

$$|2x - 4| + |8 - 3x| < 3.$$

- (a) $] \frac{9}{5}, 2[\cup] 3, +\infty[$;
- (b) $] \frac{9}{5}, 3[$;
- (c) $] -\frac{9}{5}, 2[$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $] -\infty, 2[$.

Questão 16. Seja a_n uma sequência não crescente. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) a_n é limitada;
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$;
- (c) $a_n = \frac{1}{n}$;
- (d) existe o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Questão 17. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x e^{x-1}}$.

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $L = \tan(e^{-1})$;
- (c) $L = 0$;
- (d) $L = \frac{1}{e}$;
- (e) $L = 1$.

Questão 18. Seja $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \log(1+x)$. Qual é o domínio de $f \circ g$?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $]0, 1[$;
- (c) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$;
- (d) $]0, +\infty[$;
- (e) $] -1, +\infty[$.

Questão 19. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \right)$.

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $L = -\infty$;
- (c) $L = 0$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 20. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{4x^3 + 2x - 3} \right)^{3x-1}$.

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $L = e^{9/4}$;
- (c) $L = e$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = e^3$.

MAT 104 — Cálculo 1
Prof. Paolo Piccione

Prova 1
26.04.2010

2010120

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

Qui-D

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e