MAT 104 — Cálculo 1

Prof. Paolo Piccione

Prova 1

26.04.2010

2010122

Nome: ____

RG: ____

Assinatura: _______________________________________

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{3}{25}}$ *de ponto* (0.12).
- **Boa Prova!**

Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais, e $\mathbb{N}$ denota o conjunto dos números inteiros não negativos.
- Dadas funções f e g, a composta é indicada por $f \circ g$.
- $\log$ denota a função logaritmo em base e (logaritmo natural).
- Dado $a > 0$, $a \neq 1$, $\log_a$ denota o logaritmo em base a.
- A função $\tan x$ é a *tangente*.

$\boxed{\textbf{Fi-C}}$

Questão 1. Que letra do alfabeto grego é: η?

(a) “gama” maiúsculo;
(b) “ni” minúsculo;
(c) “eta” minúsculo;
(d) “ni” maiúsculo;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 2. Sejam f e g duas funções reais tais que $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) $\lim_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$, pois $\dfrac{0}{0} = 1$;
(b) $\lim_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \infty$, pois $\dfrac{f(x)}{0} = \infty$ para todo x;
(c) nenhuma das outras respostas;
(d) $\lim_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$, pois $\dfrac{0}{g(x)} = 0$ para todo x;
(e) $\lim_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$, pois $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

Questão 3. Calcule a função inversa $f^{-1}(y)$ da função $f : [\pi, 2\pi] \to [-1, 1]$ definida por $f(x) = \cos x$.

(a) $f^{-1}(y) = \arccos y + \pi$;
(b) nenhuma das outras respostas;
(c) $f^{-1}(y) = \arccos y$;
(d) $f^{-1}(y) = \arcsin y + \frac{3\pi}{2}$;
(e) $f^{-1}(y) = \arccos y + \frac{3\pi}{2}$.

Questão 4. Calcule o limite $L = \lim_{x\to 0} \dfrac{2^x - 1}{\sin(2x)}$.

(a) $L = \frac{1}{2}$;
(b) nenhuma das outras respostas;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = \log 2$;
(e) $L = \frac{1}{2} \log 2$.

Questão 5. Seja $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \log(1+x)$. Qual é o domínio de $f \circ g$?

(a) $]-1, +\infty[$;
(b) nenhuma das outras respostas;
(c) $]0, 1[$;
(d) $]0, +\infty[$;
(e) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Questão 6. Sejam $a \in \mathbb{R}$, e $f, g :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ duas funções tais que

$$f(x) \leq g(x) \leq f(x) + \frac{1}{x}$$

para todo x. Suponha que existe o limite $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pi$. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

(a) g é decrescente;
(b) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = \pi$;
(c) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = \pi + \frac{1}{\pi}$;
(d) nenhuma das outras respostas;
(e) g é crescente.

Questão 7. Calcule o limite $L = \lim_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x\, e^{x-1}}$.

(a) $L = \tan(e^{-1})$;
(b) $L = 1$;
(c) $L = \frac{1}{e}$;
(d) $L = 0$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 8. Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\log_{1/2}(x^2 - 3x + 5/2) \geq \frac{1}{2}.$$

(a) nenhuma das outras respostas;
(b) $]2, +\infty[$;
(c) $[1, 2]$;
(d) $]1, +\infty[$;
(e) $]-\infty, 1[\bigcup]2, +\infty[$.

Questão 9. Determine: a forma explícita da sequência a_n definida pela fórmula: $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$, e pelas condições iniciais: $a_0 = 3$, $a_1 = 5$.

(a) nenhuma das outras respostas;
(b) $a_n = n^2 + n + 3$;
(c) $a_n = 1 + 2^n$;
(d) $a_n = 3 + 2n$;
(e) $a_n = 1 + 2^{n+1}$.

Questão 10. Calcule o limite $L = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{4x^3 + 2x - 3} \right)^{3x-1}$.

(a) $L = e^3$;
(b) $L = e^{9/4}$;
(c) $L = 1$;
(d) $L = e$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 11. Determine o conjunto das soluções da desigualdade

$$\frac{|x-1|}{x^2 - 5x + 6} < 0.$$

(a) $]1, 2[\bigcup]3, +\infty[$;
(b) $]-\infty, 1[\bigcup]2, 3[$;
(c) $]1, 3[$;
(d) $]2, 3[$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 12. Sejam $(\mathcal{A}_n)_{n \in \mathbb{N}}$ uma família de *afirmações*, cada uma das quais pode ser ou verdadeira ou falsa. Suponha que:

- $\mathcal{A}_0$ é verdadeira;
- se $\mathcal{A}_n$ é verdadeira, então $\mathcal{A}_{n+2}$ também é verdadeira.

O que podemos deduzir?

(a) $\mathcal{A}_{2n}$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$;
(b) $\mathcal{A}_{n+2}$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$;
(c) $\mathcal{A}_n$ é verdadeira para todo $n > 2$;
(d) $\mathcal{A}_n$ é falsa para todo $n > 0$;
(e) $\mathcal{A}_n$ é falsa para todo $n > 2$.

Questão 13. Seja a_n uma sequência não crescente. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) existe o limite $\lim_{n\to\infty} a_n$;

(b) $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$;

(c) $a_n = \frac{1}{n}$;

(d) a_n é limitada;

(e) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Questão 14. Qual das seguintes afirmações é falsa?

(a) se $f : A \to B$ é injetora e sobrejetora, então f é inversível;

(b) toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversível é injetora;

(c) toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pode ser escrita como soma de uma função par e uma função impar;

(d) toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é ou par ou impar;

(e) toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pode ser escrita como soma de uma função não negativa e uma função negativa.

Questão 15. Calcule o limite $L = \lim_{n\to\infty} a_n$, onde a_n é definida por recurrência pela fórmula $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$, $n \in \mathbb{N}$, e $a_0 = 0$.

(a) não existe o limite;

(b) nenhuma das outras respostas;

(c) $L = 0$;

(d) $L = +\infty$;

(e) $L = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Questão 16. Calcule o limite $L = \lim_{x\to 1} \left(\dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \right)$.

(a) $L = 0$;

(b) $L = -\infty$;

(c) $L = +\infty$;

(d) $L = 1$;

(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 17. Calcule o limite $L = \lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+x^2)}{2x}$.

(a) $L = +\infty$;
(b) $L = 0$;
(c) nenhuma das outras respostas;
(d) $L = 1$;
(e) $L = \frac{1}{2}$.

Questão 18. Calcule o limite $L = \lim_{n\to\infty} \dfrac{n^3}{n!}$.

(a) $L = \dfrac{n^2}{(n-1)!}$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = 1$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 19. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) se $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, então $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = +\infty$;
(b) se a_n é uma sequência limitada, e $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, então $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = 0$;
(c) se $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = 1$, então $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ e $\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$;
(d) se a_n é limitada, então existe o limite $\lim_{n\to\infty} a_n$;
(e) se $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$ e $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, então $\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = 0$.

Questão 20. Determine o conjunto das soluções da desigualdade:

$$|2x-4| + |8-3x| < 3.$$

(a) $\left]\frac{9}{5}, 2\right[\bigcup]3, +\infty[$;
(b) nenhuma das outras respostas;
(c) $]-\infty, 2[$;
(d) $\left]\frac{9}{5}, 3\right[$;
(e) $\left]-\frac{9}{5}, 2\right[$.

MAT 104 — Cálculo 1
Prof. Paolo Piccione

Prova 1

26.04.2010

2010122

Nome: ____

RG: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\textbf{Fi-C}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e