Instituto de Matemática e Estatística

MAT0104 — CÁLCULO 1

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

PROFESSOR: PAOLO PICCIONE
MONITOR: RENATO GHINI BETTIOL

Exercício 1: Calculo o máximo e o mínimo das funções $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ dadas:

(1) $f(x) = \sin x + \cos x$, $[a, b] = [0, 2\pi]$;
(2) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 36x + 6$, $[a, b] = [-2, 7]$;
(3) $f(x) = x^3 - 10x^2 + 2x$, $[a, b] = [0, 1]$;

Exercício 2: Esboce o gráfico das funções f dadas, determinando o domínio, e estudando o sinal, os limites, e as derivadas primeira e segunda:

(1) $f(x) = e^{-x^2}$;
(2) $f(x) = \dfrac{x-2}{3+x^2}$;
(3) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{2}$;
(4) $f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}$;
(5) $f(x) = \dfrac{5x^2+2}{x^2+1}$;
(6) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$;

Exercício 3: Determine o ponto da parábola $y = x^2$ mais próximo do ponto $(6, 3)$.

Exercício 4: Calcule a menor distância na vertical entre as curvas $y = 16x^2$ e $y = -\frac{1}{x^2}$.

Exercício 5: Qual é o menor valor da constante a para o qual a desigualdade $ax + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{2}$ é válida para todos os números positivos x?

Exercício 6: Seja $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$, onde a, b e c são constantes dadas. Determine o ponto de inflexão da f.

Exercício 7: Determine e classifique os extremos locais das seguintes funções:

Date: 20 de junho de 2010.

(1) $f(x) = x^3 - 3x + 1$;
(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$;
(3) $f(x) = (3 - 2x)e^{x^2}$.

Exercício 8: Um arquiteto planeja construir uma sala triangular na qual um lado é formado por uma vidraça e os outro dois por paredes. Cada parede terá comprimento fixo L. Qual é o comprimento x do lado com a vidraça que faz com que a sala tenha a maior área possível?

Exercício 9: Qual é a área da maior região triangular com um dos vértice no centro de uma circunferência de raio 1 e os demais vértices sobre a circunferência?

Exercício 10: A soma do comprimento das duas traves (verticais) e do travessão (horizontal) de um gol é x metros. Qual é a área do maior gol que se pode construir com essas características?

Exercício 11: Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma funçao diferenciável. A reta $y = mx + n$ é uma *assíntota* (na direçao $+\infty$) da curva $y = f(x)$ se a distância dessa curva até a reta tende a zero quando x tende a $+\infty$, i.e., se $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (mx + n)] = 0$. Note que se existe uma tal assíntota,

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{e} \quad n = \lim_{x\to+\infty} [f(x) - mx].$$

Determine as assíntotas (na direçao $+\infty$) para as seguintes funçoes $f(x)$:

(1) $f(x) = \dfrac{1}{x}$;
(2) $f(x) = e^{-x} + 5$;
(3) $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$;
(4) $f(x) = x - \dfrac{2}{x}$;
(5) $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2x + 1}{x}$;
(6) $f(x) = \dfrac{-2x^2 + x + 2}{x}$.