

MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática  
para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

6 de Julho de 2011

Prova SUB — **D**

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- A nota da SUB substitue a menor nota entre a P1 e a P2.
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais, e  $\mathbb{R}^2$  é o conjunto de pares ordenados de números reais:  $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ .
- $\sin x$  é a função “seno de  $x$ ”;  $\ln x$  é a função “logaritmo natural de  $x$ ”.
- Intervalos *abertos* são denotados com  $]a, b[$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

**Questão 1.** *Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$  e  $f''(0) = -2$ . Calcule o limite:*

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1 + 2x^2)}.$$

- (a)  $L = -\frac{1}{2}$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = -\frac{1}{4}$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = \frac{1}{2}$ .

**Questão 2.** *Qual das seguintes afirmações é consequência do Teorema de Weierstrass?*

- (a) A função  $f(x) = e^{\cos^2 x}$  admite máximo em  $[-3, -1]$ ;
- (b) A função  $f(x) = x^3$  admite máximo em  $[0, \infty[$ ;
- (c) A função  $f(x) = x^2$  admite máximo em  $]0, 1]$ ;
- (d) A função  $f(x) = \cos(x)$  admite máximo mas não admite mínimo em  $]0, \frac{\pi}{3}]$ ;
- (e) A função  $f(x) = x$  não admite mínimo em  $[0, 1[$ .

**Questão 3.** *Qual é o polinômio  $P_1(x)$  de grau menor ou igual a 1 que melhor aproxima a função  $f(x) = \sin x$  perto do ponto  $x_0 = -\frac{\pi}{4}$ ?*

- (a)  $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$ ;
- (b)  $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;
- (c)  $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ ;
- (d)  $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;
- (e)  $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Questão 4.** Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  não é uma função constante, então não existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então para todo  $c \in ]a, b[$  temos  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c)(f(b) - f(a)) = (b - a)$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ .

**Questão 5.** Em quais dos intervalos dados a função  $f(x) = \ln(1 + \frac{1}{x^2})$  é crescente?

- (a)  $]0, +\infty[$ ;
- (b)  $] -\infty, 0[$ ;
- (c)  $] -\infty, -1[$  e  $]1, +\infty[$ ;
- (d)  $] -\infty, e[$ ;
- (e)  $] -e, +\infty[$ .

**Questão 6.** O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função  $f(x) = e^{\sin(2x)}$  no intervalo  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ?

- (a) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{4}[$  tal que  $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$ ;
- (b) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{4}[$  tal que  $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$ ;
- (c) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{4}[$  tal que  $e^{\sin(2c)} = e - 1$ ;
- (d) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{4}[$  tal que  $2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$ ;
- (e) Que existe  $c \in ]0, \frac{\pi}{4}[$  tal que  $-2 \cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$ .

**Questão 7.** Qual é o polinômio  $P_2(x)$  de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função  $f(x) = e^{\cos x}$  perto do ponto  $x_0 = 0$ ?

- (a)  $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$ ;
- (b)  $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$ ;
- (c)  $P_2(x) = e - ex + ex^2$ ;
- (d)  $P_2(x) = ex^2$ ;
- (e)  $P_2(x) = ex + ex^2$ .

**Questão 8.** Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^3 + 3x$ , e seja  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sua inversa. Calcule a derivada  $g'(-4)$ .

- (a) 6;
- (b)  $f$  não admite inversa;
- (c)  $\frac{1}{6}$ ;
- (d)  $f'(-1)$ ;
- (e)  $\frac{1}{14}$ .

**Questão 9.** O conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade  $|16 - 2^x| \leq 16$  é:

- (a)  $[4, 5]$ ;
- (b)  $[-5, 5]$ ;
- (c)  $] -\infty, 5]$ ;
- (d)  $] -\infty, 4]$ ;
- (e)  $[-4, 5]$ .

**Questão 10.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se  $f''(x_0) > 0$ , então  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (b) Se  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  admite mínimo;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é diferenciável, e  $x_0 \in ]a, b[$  é um extremo local da  $f$ , então  $x_0$  é um ponto crítico da  $f$ ;
- (d) Se  $x_0 \in [a, b]$  é um máximo da  $f$ , então  $f'(x_0) = 0$ ;
- (e) Se  $x_0$  é um ponto crítico da  $f$ , então  $x_0$  é um extremo local da  $f$ .

**Questão 11.** Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções deriváveis, com:

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1, f'(1) = 1, f'(2) = -2, f'(3) = -2$$

$$g(1) = 1, g(2) = 3, g(3) = 2, g'(1) = 2, g'(2) = -1, g'(3) = 0.$$

Se  $h = f \circ g$ , calcule o valor de  $h'(2)$ .

- (a)  $h'(2) = -2$ ;
- (b)  $h'(2) = 2$ ;
- (c)  $h'(2) = 6$ ;
- (d)  $h'(2) = 1$ ;
- (e)  $h'(2) = 3$ .

**Questão 12.** Qual é a derivada de  $f(x) = \ln(1 + e^{\cos x})$ ?

- (a)  $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{-\sin x}}$ ;
- (b)  $f'(x) = \frac{-\sin x e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ ;
- (c)  $f'(x) = \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ ;
- (d)  $f'(x) = -\sin x e^{\cos x}$ ;
- (e)  $f'(x) = \frac{\sin x e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ .

**Questão 13.** Calcular o máximo  $M$  e o mínimo  $m$  da função

$$f(x) = 2 \sin x - 2 \cos x$$

no intervalo  $[\pi, 3\pi]$ .

- (a)  $M = 1, m = -1$ ;
- (b)  $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$ ;
- (c)  $M = 2\sqrt{2}, m = -2\sqrt{2}$ ;
- (d)  $M = 1, m = -\sqrt{2}$ ;
- (e)  $M = \sqrt{2}, m = -1$ .

**Questão 14.** Determine o maior domínio possível no qual fica bem definida

a função  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}} + \ln(x^2 - 2)$ .

- (a)  $]3, \infty[$ ;
- (b)  $] -\infty, \sqrt{2}[ \cup ] \sqrt{2}, +\infty [$ ;
- (c)  $] -\infty, \sqrt{2}[ \cup ] 3, \infty [$ ;
- (d)  $] -\infty, \sqrt{2}[$ ;
- (e)  $] \sqrt{2}, +\infty [$ .

**Questão 15.** Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite:  $L =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x^2}.$$

- (a)  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}}{4x}$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = \frac{e^0}{0}$ ;
- (d)  $L = 1$ ;
- (e) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite.

**Questão 16.** Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = 2x + e^x$  no ponto de abscissa 1?

- (a)  $y = ex$ ;
- (b)  $y = 2x$ ;
- (c)  $y = (2 + e)x$ ;
- (d)  $y = (2 - e)x$ ;
- (e)  $y = -(2 + e)x$ .

**Questão 17.** Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  toma todos os valores entre  $f(a)$  e  $f(b)$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(b) - f(a) = f(c)(b - a)$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  tem máximo em  $a$  e mínimo em  $b$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  é derivável em  $c \in ]a, b[$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$  para todo  $x$ .

**Questão 18.** Determine todos os pontos críticos da função

$$f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 30x^2 - 1.$$

- (a)  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{4}{3}$  e  $\frac{5}{2}$ ;
- (b) 5, 0 e 1;
- (c)  $\frac{-8 \pm \sqrt{124}}{6}$ ;
- (d) -5, 0 e 1;
- (e) -1, 0 e 1.

**Questão 19.** Em quais dos intervalos dados o gráfico da função  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$  tem concavidade para baixo?

- (a)  $]0, 1[$ ;
- (b)  $] -\infty, -1[$  e  $]0, +\infty[$ ;
- (c)  $] -\infty, 1[$ ;
- (d)  $] -\infty, 0[$  e  $]1, +\infty[$ ;
- (e)  $] -1, +\infty[$ .

**Questão 20.** Suponha que  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  é uma função derivável, e com  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 0$  e  $f'(x) < 0$  para todo  $x$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $f$  não é inversível;
- (b)  $f$  não admite máximo em  $[0, 1]$ ;
- (c) A função inversa  $f^{-1} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  é decrescente;
- (d) existe  $c \in ]0, 1[$  tal que  $f'(c) = f(0) - f(1)$ ;
- (e)  $f^{-1}(0) = 0$  e  $f^{-1}(1) = 1$ .

MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB — **D**

06 de Julho de 2011

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota