MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

6 de Julho de 2011

Prova SUB — $\boxed{\textbf{A}}$

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- A nota da SUB substitue a menor nota entre a P1 e a P2.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais, e $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de pares ordenados de números reais: $\mathbb{R}^2 = \big\{(x,y) : x, y \in \mathbb{R}\big\}$.
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- Intervalos *abertos* são denotados com $]a,b[$.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) Se $f''(x_0) > 0$, então x_0 é um mínimo local da f;
(b) Se $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ é contínua, então f admite mínimo;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é diferenciável, e $x_0 \in]a, b[$ é um extremo local da f, então x_0 é um ponto crítico da f;
(d) Se $x_0 \in [a, b]$ é um máximo da f, então $f'(x_0) = 0$;
(e) Se x_0 é um ponto crítico da f, então x_0 é um extremo local da f.

Questão 2. *Em quais dos intervalos dados o gráfico da função* $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$ *tem concavidade para baixo?*

(a) $]-\infty, 0[$ e $]1, +\infty[$;
(b) $]-\infty, -1[$ e $]0, +\infty[$;
(c) $]-1, +\infty[$;
(d) $]0, 1[$;
(e) $]-\infty, 1[$.

Questão 3. *Suponha que* $f : [0, 1] \to [0, 1]$ *é uma função derivável, e com* $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ *e* $f'(x) < 0$ *para todo* x. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) $f^{-1}(0) = 0$ e $f^{-1}(1) = 1$;
(b) f não admite máximo em $[0, 1]$;
(c) existe $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = f(0) - f(1)$;
(d) f não é inversível;
(e) A função inversa $f^{-1} : [0, 1] \to [0, 1]$ é decrescente.

Questão 4. *Determine o maior domínio possível no qual fica bem definida a função* $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-3}} + \ln(x^2 - 2)$.

(a) $]-\infty, \sqrt{2}[$;
(b) $]\sqrt{2}, +\infty[$;
(c) $]-\infty, \sqrt{2}[\cup]3, \infty[$;
(d) $]-\infty, \sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$;
(e) $]3, \infty[$.

Questão 5. *Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = -2$. Calcule o limite:*

$$L = \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{\ln(1 + 2x^2)}.$$

(a) $L = -\frac{1}{4}$;
(b) $L = +\infty$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = \frac{1}{2}$;
(e) $L = -\frac{1}{2}$.

Questão 6. *Qual é o polinômio $P_1(x)$ de grau menor ou igual a 1 que melhor aproxima a função $f(x) = \sin x$ perto do ponto $x_0 = -\frac{\pi}{4}$?*

(a) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$;
(b) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$;
(c) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$;
(d) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$;
(e) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$.

Questão 7. *Calcular o máximo M e o mínimo m da função*

$$f(x) = 2\sin x - 2\cos x$$

no intervalo $[\pi, 3\pi]$.

(a) $M = \sqrt{2}$, $m = -\sqrt{2}$;
(b) $M = 1$, $m = -1$;
(c) $M = 2\sqrt{2}$, $m = -2\sqrt{2}$;
(d) $M = \sqrt{2}$, $m = -1$;
(e) $M = 1$, $m = -\sqrt{2}$.

Questão 8. *Qual das seguintes afirmações é conseqüência do Teorema de Weierstrass?*

(a) A função $f(x) = e^{\cos^2 x}$ admite máximo em $[-3, -1]$;
(b) A função $f(x) = x$ não admite mínimo em $[0, 1[$;
(c) A função $f(x) = x^3$ admite máximo em $[0, \infty[$;
(d) A função $f(x) = \cos(x)$ admite máximo mas não admite mínimo em $\left]0, \frac{\pi}{3}\right]$;
(e) A função $f(x) = x^2$ admite máximo em $]0, 1]$.

Questão 9. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = 2x + e^x$ *no ponto de abscissa* 1*?*

(a) $y = (2 - e)x$;
(b) $y = 2x$;
(c) $y = (2 + e)x$;
(d) $y = ex$;
(e) $y = -(2 + e)x$.

Questão 10. *Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite:* $L = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^2} - 1}{2x^2}$.

(a) $L = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^2}}{4x}$;
(b) $L = \frac{e^0}{0}$;
(c) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite;
(d) $L = 1$;
(e) $L = 0$.

Questão 11. *Sejam* $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *duas funções deriváveis, com:*

$$f(1) = 2,\ f(2) = 3,\ f(3) = 1,\ f'(1) = 1,\ f'(2) = -2,\ f'(3) = -2$$
$$g(1) = 1,\ g(2) = 3,\ g(3) = 2,\ g'(1) = 2,\ g'(2) = -1,\ g'(3) = 0.$$

Se $h = f \circ g$*, calcule o valor de* $h'(2)$.

(a) $h'(2) = 6$;
(b) $h'(2) = -2$;
(c) $h'(2) = 1$;
(d) $h'(2) = 2$;
(e) $h'(2) = 3$.

Questão 12. *Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ para todo x;

(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $c \in \,]a, b[$;

(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f toma todos os valores entre $f(a)$ e $f(b)$;

(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f tem máximo em a e mínimo em b;

(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f(c)(b - a)$.

Questão 13. *Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;

(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f'(c)\big(f(b) - f(a)\big) = (b - a)$;

(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$;

(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ não é uma função constante, então não existe $c \in \,]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$;

(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então para todo $c \in \,]a, b[$ temos $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.

Questão 14. *O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função $f(x) = e^{\sin(2x)}$ no intervalo $[0, \frac{\pi}{4}]$?*

(a) Que existe $c \in \big]0, \frac{\pi}{4}\big[$ tal que $2\cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$;

(b) Que existe $c \in \big]0, \frac{\pi}{4}\big[$ tal que $e^{\sin(2c)} = e - 1$;

(c) Que existe $c \in \big]0, \frac{\pi}{4}\big[$ tal que $-2\cos(2c)e^{\sin(2c)} = e - 1$;

(d) Que existe $c \in \big]0, \frac{\pi}{4}\big[$ tal que $2\cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$;

(e) Que existe $c \in \big]0, \frac{\pi}{4}\big[$ tal que $2\cos(2c)e^{\sin(2c)} = 0$.

Questão 15. *O conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade* $|16 - 2^x| \leq 16$ *é:*

(a) $]-\infty, 4]$;
(b) $]-\infty, 5]$;
(c) $[-5, 5]$;
(d) $[4, 5]$;
(e) $[-4, 5]$.

Questão 16. *Em quais dos intervalos dados a função* $f(x) = \ln(1 + \frac{1}{x^2})$ *é crescente?*

(a) $]-\infty, -1[$ e $]1, +\infty[$;
(b) $]-\infty, 0[$;
(c) $]-e, +\infty[$;
(d) $]0, +\infty[$;
(e) $]-\infty, e[$.

Questão 17. *Qual é a derivada de* $f(x) = \ln(1 + e^{\cos x})$*?*

(a) $f'(x) = \dfrac{1}{1 + e^{-\sin x}}$;
(b) $f'(x) = -\sin x e^{\cos x}$;
(c) $f'(x) = \dfrac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$;
(d) $f'(x) = \dfrac{-\sin x e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$;
(e) $f'(x) = \dfrac{\sin x e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$.

Questão 18. *Considere a função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^3 + 3x$*, e seja* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *sua inversa. Calcule a derivada* $g'(-4)$*.*

(a) f não admite inversa;
(b) 6;
(c) $f'(-1)$;
(d) $\frac{1}{14}$;
(e) $\frac{1}{6}$.

Questão 19. *Qual é o polinômio* $P_2(x)$ *de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função* $f(x) = e^{\cos x}$ *perto do ponto* $x_0 = 0$*?*

(a) $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$;

(b) $P_2(x) = e - ex + ex^2$;

(c) $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$;

(d) $P_2(x) = ex^2$;

(e) $P_2(x) = ex + ex^2$.

Questão 20. *Determine todos os pontos críticos da função*

$$f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 30x^2 - 1.$$

(a) -1, 0 e 1;

(b) -5, 0 e 1;

(c) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{2}$;

(d) 5, 0 e 1;

(e) $\frac{-8\pm\sqrt{124}}{6}$.

MAT 103 — Turma 18/28

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB — **A**

06 de Julho de 2011

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**