MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

29 de Junho de 2011

PROVA D

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.1).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais, e $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de pares ordenados de números reais: $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$.
- $\sin x$ é a função "seno de x"; $\ln x$ é a função "logaritmo natural de x".
- Intervalos *abertos* são denotados com $]a, b[$.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

Questão 1. *Qual das seguintes afirmações é conseqüência do Teorema de Weierstrass?*

(a) A função $f(x) = \text{sen}(x)$ admite máximo e mínimo em $(0, 3\pi)$;
(b) A função $f(x) = x^3$ não admite máximo em $[0, \infty[$;
(c) A função $f(x) = x^2$ admite máximo em $(0, 1]$;
(d) A função $f(x) = x$ não admite mínimo em $]0, 1[$;
(e) A função $f(x) = x^{13} - 2e^{3x} + \ln(1 + x^2)$ admite mínimo em $[-3, -1]$.

Questão 2. *Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) Se $f''(x_0) > 0$, então x_0 é um mínimo local da f;
(b) Se $x_0 \in [a, b]$ é um máximo da f, então $f'(x_0) = 0$;
(c) Se x_0 é um ponto crítico da f, então x_0 é um extremo local da f;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é diferenciável, e $x_0 \in]a, b[$ é um extremo local da f, então x_0 é um ponto crítico da f;
(e) Se $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ é contínua, então f admite mínimo.

Questão 3. *Qual é a derivada de $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$?*

(a) $f'(x) = 2$;
(b) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$;
(c) $f'(x) = \dfrac{1}{1 + e^{2x}}$;
(d) $f'(x) = \dfrac{e^{x}}{1 + e^{2x}}$;
(e) $f'(x) = \dfrac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

Questão 4. *Qual dos seguintes é um dos teoremas de Cálculo estudados nesse curso?*

(a) Teorema de Gralange;
(b) Teorema de Rolle;
(c) Teorema de Weiesmar;
(d) Teorema do Valor Ordinário (TVO);
(e) Teorema de Caushy.

Questão 5. *Suponha que* $f : [0,1] \to [0,1]$ *é uma função derivável, e com* $f(0) = 0$*,* $f(1) = 1$ *e* $f'(x) > 0$ *para todo* x*. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) f não é inversível;
(b) $f^{-1}(0) = 1$ e $f^{-1}(1) = 0$;
(c) f não admite máximo em $[0,1]$;
(d) A função inversa $f^{-1} : [0,1] \to [0,1]$ é crescente;
(e) existe $c \in \,]0,1[$ tal que $f'(c) = f(0) - f(1)$.

Questão 6. *O que diz o Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange) a respeito da função* $f(x) = \ln(2 + 2\sin x)$ *no intervalo* $[0, \frac{\pi}{2}]$*?*

(a) Que existe $c \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\ln(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi \cos c}{2+2\sin c}$;
(b) nenhuma das alternativas;
(c) Que existe $c \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\ln c = \frac{\pi \cos c}{2+2\sin c}$;
(d) Que existe $c \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\ln 2 = \frac{\pi \cos c}{2+2\sin c}$;
(e) Que existe $c \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\ln 2 = \frac{\pi \ln(2+2\sin c)}{2}$.

Questão 7. *Qual é o polinômio* $P_2(x)$ *de grau menor ou igual a 2 que melhor aproxima a função* $f(x) = e^{\cos x}$ *perto do ponto* $x_0 = 0$*?*

(a) $P_2(x) = ex^2$;
(b) $P_2(x) = e - ex + ex^2$;
(c) $P_2(x) = e - \frac{ex^2}{2}$;
(d) $P_2(x) = ex + ex^2$;
(e) $P_2(x) = e - ex + \frac{ex^2}{2}$.

Questão 8. *Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Médio (Teorema de Lagrange)?*

(a) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a,b[$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$;
(b) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ não é uma função constante, então não existe $c \in \,]a,b[$ tal que $f'(c) = 0$;
(c) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a,b[$ tal que $f'(c)\big(f(b) - f(a)\big) = (b-a)$;
(d) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então para todo $c \in \,]a,b[$ temos $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$;
(e) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função derivável, então existe $c \in \,]a,b[$ tal que $f'(c) = 0$.

Questão 9. *Sejam $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ duas funções deriváveis, com:*

$$f(1) = 2,\ f(2) = 3,\ f(3) = 1,\ f'(1) = 1,\ f'(2) = -2,\ f'(3) = -1$$
$$g(1) = 1,\ g(2) = 3,\ g(3) = 2,\ g'(1) = 2,\ g'(2) = 1,\ g'(3) = 0.$$

Se $h = f \circ g$, calcule o valor de $h'(2)$.

(a) $h'(2) = 1$;
(b) $h'(2) = 3$;
(c) $h'(2) = -1$;
(d) $h'(2) = 6$;
(e) $h'(2) = -2$.

Questão 10. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 2x + e^x$ no ponto de abscissa 1?*

(a) $y = ex$;
(b) $y = (2 + e)x$;
(c) $y = (2 - e)x$;
(d) $y = -(2 + e)x$;
(e) $y = 2x$.

Questão 11. *Determine todos os pontos críticos da função*

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 1.$$

(a) $\frac{-8 \pm \sqrt{124}}{6}$;
(b) 5, 0 e 1;
(c) -5, 0 e 1;
(d) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{2}$;
(e) -1, 0 e 1.

Questão 12. *Calcule a derivada segunda $f''(x)$ da função $f(x) = x^2 e^x$.*

(a) $f''(x) = 2e^x$;
(b) $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$;
(c) $f''(x) = (x^2 + 4x)e^x$;
(d) $f''(x) = (x^2 + 2x)e^x$;
(e) $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$.

Questão 13. *Em quais dos intervalos dados a função* $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ *é crescente?*

(a) $]0, +\infty[$;
(b) $]-\infty, 0[$;
(c) $]-e, +\infty[$;
(d) $]-\infty, e[$;
(e) $]-\infty, 0[$ e $]0, +\infty[$.

Questão 14. *Seja* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *uma função derivável duas vezes, com derivada segunda contínua, tal que* $f(0) = 0$*,* $f'(0) = 0$ *e* $f''(0) = -1$*. Calcule o limite:*

$$L = \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{1 - \cos(2x)}.$$

(a) $L = +\infty$;
(b) $L = -\frac{1}{2}$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = -\frac{1}{4}$;
(e) O limite não existe.

Questão 15. *Considere a função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^3 + 3x$*, e seja* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *sua inversa. Calcule a derivada* $g'(14)$*.*

(a) f não admite inversa;
(b) 15;
(c) $\frac{1}{f'(14)}$;
(d) $f'(\frac{1}{14})$;
(e) $\frac{1}{15}$.

Questão 16. *Qual é o polinômio* $P_1(x)$ *de grau menor ou igual a* 1 *que melhor aproxima a função* $f(x) = \sin x$ *perto do ponto* $x_0 = \frac{\pi}{4}$*?*

(a) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$;
(b) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$;
(c) $P_1(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}$;
(d) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$;
(e) $P_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Questão 17. *Calcular o máximo M e o mínimo m da função*

$$f(x) = \cos x - \sin x$$

no intervalo $[0, 2\pi]$.

(a) $M = 1$, $m = -\sqrt{2}$;
(b) $M = 1$, $m = -1$;
(c) $M = 1$, $m = 0$;
(d) $M = \sqrt{2}$, $m = -\sqrt{2}$;
(e) $M = \sqrt{2}$, $m = -1$.

Questão 18. *Em quais dos intervalos dados o gráfico da função $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 4$ tem concavidade para cima?*

(a) $]-\infty, 1[$;
(b) $]-\infty, -1[$ e $]0, +\infty[$;
(c) $]-1, +\infty[$;
(d) $]-\infty, 0[$ e $]1, +\infty[$;
(e) $]0, 1[$.

Questão 19. *Qual dos seguintes é o enunciado do Teorema do Valor Intermediário?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existe $c \in]a, b[$ tal que $f(b) - f(a) = f(c)(b - a)$;
(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f toma todos os valores entre $f(a)$ e $f(b)$;
(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f tem máximo em a e mínimo em b;
(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é derivável em $c \in]a, b[$;
(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ para todo x.

Questão 20. *Use o Teorema de De l'Hôpital para calcular o limite:* $L = \lim_{x \to 0} \frac{e^x}{x^2}$.

(a) O Teorema de De L'Hôpital não pode ser aplicado para calcular este limite;
(b) $L = \lim_{x \to 0} \frac{e^x}{2x}$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = \frac{1}{2}$;
(e) $L = \frac{e^0}{0}$.

MAT 103 — Turma 2011118

Complementos de matemática para contabilidade e administração

Prof. Paolo Piccione

Prova 1 — $\boxed{\mathbf{D}}$

29 de Junho de 2011

Nome: ____

Número USP: ____________________________________

Assinatura: _____________________________________

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**