Lista de Exercícios III

April 14, 2012

1. Calcule os limites das funções se existirem:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan 5x}{\tan 3x}$

   (b) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+2x^2-1}{5-3x}$

   (c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$

   (d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

   (e) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$

   (f) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x^2-1}$

2. Lembrando o resultado sobre funções limitadas, calcule os limites:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0}x^2\cos\left(20\pi x\right)$

   (b) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x^3+x^2}\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$

3. Usando o teorema do confronto, resolva:

   (a) $\lim\limits_{x\to -1}f\left(x\right)$, se $1\leq f\left(x\right)\leq x^2+2x+2$, para todo $x\in D_f$.

   (b) $\lim\limits_{x\to 1}f\left(x\right)$, se $3x\leq f\left(x\right)\leq x^3+2$, para $0\leq x\leq 2$.

4. Se $f\left(x\right)$ e $g\left(x\right)$ são funções contínuas com $f\left(3\right)=5$ e ainda, $\lim\limits_{x\to 3}\left[2f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]=4$. Ache $g\left(3\right)$.

5. Usando $\lim\limits_{n\to +\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$, mostre que:

   (a) $\lim\limits_{n\to +\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n=e^x$

   (b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}}=e$

   (c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+\Delta x)-\ln x}{\Delta x}=\frac{1}{x}$

6. Avalie $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{x}$ (*Sugestão*: $\left(\cos\left(x\right)-1\right)\left(\cos\left(x\right)+1\right)=\cos^2\left(x\right)-1$ e use o limite fundamental $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=0$) e então avalie:

   (a) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\cos(x+\Delta x)-\cos(x)}{\Delta x}$

   (b) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\sin(x+\Delta x)-\sin(x)}{\Delta x}$

7. Na teoria da relatividade especial de Einstein, a massa de uma partícula com velocidade v é dada por:

   $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{1}$$

   onde m_0 é a massa da partícula quando ela está em repouso e c é a velocidade da luz no vácuo. O que acontece quando $v\to 0$? E quando $v\to c$?