

MAT 1352 – Cálculo para funções de uma variável real II

Lista de Exercícios 2

Prof. Paolo Piccione

(1) Calcule as seguintes integrais indefinidas:

(a)  $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$

(b)  $\int \frac{x}{\sqrt{1 + x^4}} dx$

(c)  $\int \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x} dx$

(d)  $\int \frac{1}{x^2 + 3x + 1} dx$

(e)  $\int x^3 \sqrt{1 + x^2} dx$

(f)  $\int \frac{1}{(1 + e^x)^2} dx$

(g)  $\int \frac{1}{1 + \cos x + \sin x} dx$

(h)  $\int \sin x \cdot \operatorname{arctg}(\cos x) dx$

(i)  $\int \frac{\sin(\tan x)}{\cos^2 x} dx$

(j)  $\int \sqrt{4x - x^2} dx$

(k)  $\int \frac{1}{x(x^2 + 1)^2} dx$

(2) Determine todas as soluções das seguintes equações diferenciais:

(a)  $y' = x^2 y$

(b)  $y' = xy^2$

(c)  $y' = y^2$

(d)  $y' = y^2 - 4$

(e)  $y' = e^y$

(f)  $y' = \frac{1 + y^2}{x}$

(3) Determine a solução dos seguintes problemas de Cauchy:

(a)  $y' = x^2 y, y(0) = 1$

(b)  $y' = 3y^2, y(0) = \frac{1}{2}$

(c)  $y' = y^2 - 4, y(1) = 2$

(d)  $y' = e^y, y(0) = 1$

(e)  $y' = 2y, y(0) = -1.$

(4) Calcule o volume do sólido obtido pela rotação do conjunto  $A$  dado em torno do eixo  $x$ :

(a)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{2} \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}\}$

(b)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$

(c)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2, x^2 + y^2 \leq 2\}$

(d)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}$

(e)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, 1 \leq x \leq 2, x^2 - y^2 \geq 1\}$

(f)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 4\}$

(5) Calcule a área da superfície gerada pela rotação em torno do eixo  $x$  do gráfico da função dada:

(a)  $f(x) = \cosh x, x \in [-1, 1];$

(b)  $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, x \in [-R, R];$

(c)  $f(x) = x^2, x \in [0, 1/2];$

(d)  $f(x) = \sqrt{x}, x \in [1, 4];$

(6) Calcule o comprimento do gráfico da função dada:

(a)  $f(x) = \ln x, x \in [1, e];$

(b)  $f(x) = e^x, x \in [0, 1];$

(c)  $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, x \in [-R, R];$

(d)  $f(x) = \sqrt{x}, x \in [1/4, 3/4];$

(e)  $f(x) = x^2, x \in [0, \sqrt{3}].$