

1 Parte 1:

1.1 I-Recordação

Problema 1.1. Determine a equação da reta do tipo $y = mx + b$ que passa por $(-1, 2)$ e $(3, -4)$.

Problema 1.2. Esboce

(a) A reta $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 5\}$

(b) A região $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y > 5\}$

Problema 1.3. Resolva a desigualdade $|x - 3| + |x + 2| < 11$

Problema 1.4. Determine $\cos^2(\theta)$, $\sin^2(\theta)$ em termos de $\cos(2\theta)$.

Problema 1.5. Encontre os valores de x que satisfaçam a cada uma das desigualdades:

(a) $|x - 2| < 1$

(b) $|x - 2| > 1$

(c) $|x - 2| = 1$

(d) $|x^2 - 4| \geq 2$

(e) $|3 - 2x^2| \leq 9$

(f) $|x - 1| < |x - 2|$

Problema 1.6. Encontre os valores de x que satisfaçam as seguintes desigualdades:

(a) $3x + 5 < 23$

(b) $(x - 1)(x - 3) < 0$

(c) $x^2 - 5x < -6$

(d) $x^3 + x^2 \geq 0$

(e) $\frac{2x}{x-2} \geq 1$

Problema 1.7. Resolva as seguintes equações:

(a) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$

(b) $x^2 + 4|x| - 21 = 0$

(c) $x^2 + 4|x| + 3 = 0$

(d) $|x^2 - 3x| = 2$

(e) $(|x|^5 + |18x^3| + 1)(x^2 - 1) = 0$

Problema 1.8. Uma caixa retangular aberta com volume de $2 m^3$ tem uma base quadrada. Expresse a área superficial da caixa como uma função do comprimento de um lado da base.

Problema 1.9. Expresse a hipotenusa h do triângulo retângulo com uma área de $25 m^2$ como uma função do seu perímetro P .

Problema 1.10. A queda de uma pedra em um lago cria ondas circulares que se espalham a uma velocidade de $60 cm/s$.

(a) Expresse o raio desse círculo como uma função do tempo t (em segundos).

(b) Se $A(r)$ é a área do círculo com raio r , encontre a função $A \circ R$ (onde $R(\cdot)$ é a função obtida no item a) e interprete-a.

Problema 1.11. Faça o gráfico de cada função, sem desenhar um conjunto de pontos discretos, mas começando com o gráfico de uma função básica e então aplicando as transformações apropriadas.

(a) $f(x) = (x + 1)^2$

(b) $f(x) = 1 + 2 \cos(x)$

(c) $f(x) = \text{sen}(x/2)$

(d) $f(x) = \sqrt{x+3}$

(e) $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 8x)$

(f) $f(x) = \frac{2}{x+1}$

(g) $f(x) = |\text{sen}(x)|$

1.2 Respostas da Parte 1

Problema 1.1: $y = \frac{-3}{2}x + \frac{1}{2}$

Problema 1.3: $-5 < x < 6$

Problema 1.4: $\cos^2(\theta) = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$, $\sin^2(\theta) = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$

Problema 1.5:

(a) $(1, 3)$

(b) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

(c) $\{1, 3\}$

(d) $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cup [\sqrt{6}, \infty)$

(e) $[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$

(f) $(-\infty, 3/2)$

Problema 1.6:

(a) $(-\infty, 6)$

(b) $(1, 3)$

(c) $(2, 3)$

(d) $[-1, \infty)$

(e) $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$

Problema 1.7

- (a) $2, -2, 3, -3$ (Dica: pode-se usar que $x^2 = |x|^2$).
- (b) $3, -3$
- (c) Não tem raízes.
- (d) $1, 2, (3 + \sqrt{17})/2, (3 - \sqrt{17})/2$
- (e) $1, -1$

Problema 1.8: $S(x) = x^2 + \frac{8}{x}$ com $x > 0$

Problema 1.9: $h(P) = \frac{P^2 - 100}{2P}$

Problema 1.10

- (a) $R(t) = 60t$
- (b) $A \circ R(t) = 3600\pi t^2$, a área do círculo como uma função do tempo.

2 Parte 2:

2.1 II - Limites e continuidade

Problema 2.1. Calcule os limites

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ para $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & \text{se } x \geq 4 \\ 8-2x & \text{se } x < 4 \end{cases}$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4+8x^3-2x^2}{5x^4+10x^3+x^2}$

Problema 2.2. Calcule o limite se existir. Caso não exista, explique o porquê.

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$

(2) $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{9-t}{3-\sqrt{t}}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4+x}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(x^3+x^2)} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$

(5) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ onde $1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2$

(6) $\lim_{x \rightarrow -4} |x+4|$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$

Problema 2.3. Seja $F(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$

(a) Encontre $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x)$.

(b) Existe $\lim_{x \rightarrow 1} F(x)$?

Problema 2.4. Encontre os pontos nos quais f é descontínua. Em quais desses pontos f é contínua à direita, à esquerda ou em nenhum deles?

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - x & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (x - 2)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Problema 2.5. Para quais valores da constante c a função f é contínua em $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = \begin{cases} cx + 1 & \text{se } x \leq 3 \\ cx^2 - 1 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Problema 2.6. Calcule os limites

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 4}{2x^2 + 5x - 8}$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x - x^2}{2x^2 - 7}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x}{2x^3 - x^2 + 4}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x^5)$

(6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 + x^4}$

Problema 2.7. Encontre as assíntotas horizontais e verticais.

(1) $y = \frac{x}{x+4}$

(2) $y = \frac{x^3}{x^2 + 3x - 10}$

(3) $h(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$

Problema 2.8. Um tanque contém 5.000 litros de água pura. A salmoura contendo 30g de sal por litro de água é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 25 L/min.

(a) Mostre que a concentração de sal após t minutos (em gramas por litro) é $C(t) = \frac{30t}{200+t}$

(b) O que acontece com a concentração quando $t \rightarrow \infty$?

2.2 Respostas da Parte 2

Problema 2.1

(1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{\pi}{6}$

(3) 0

(4) 0

(5) $\frac{2}{5}$

Problema 2.2

(1) 5

(2) 6

(3) $\frac{-1}{16}$

(4) 0

(5) 1

(6) 0

(7) não existe.

Problema 2.3

(a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = -2$.

(b) Não.

Problema 2.4: 0, à esquerda.

Problema 2.5: $\frac{1}{3}$

Problema 2.6

(1) $\frac{3}{2}$

(2) $-\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) 3

(5) $-\infty$

(6) ∞

Problema 2.7

(1) $y = 1, x = -4$

(2) $x = 2, x = -5$

(3) $y = 1, y = -1.$

Problema 2.8: $C(t)$ tende a 30.