

MAT 230 — Geometria e Desenho Geométrico I.

Lista de Exercícios 1

Prof. Paolo Piccione

- (1) Prove que os pontos $P = (1, 2)$, $Q = (0, \sqrt{3})$ e $R = (2, \sqrt{3})$ são colineares no plano hiperbólico e determine qual dos três está entre os outros dois.
- (2) Prove que os pontos $P = (-1, -3)$, $Q = (0, 1)$ e $R(4, 4)$ são colineares no plano de Moulton e verifique que $P-Q-R$.
- (3) Mostre que numa geometria métrica as linhas, as semi-retas e os segmentos são conjuntos convexos.
- (4) O conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$ é convexo na geometria hiperbólica? Motive a sua resposta.
- (5) Sejam A, B dois pontos distintos numa geometria métrica. Prove que existem pontos C, D e E tais que $C-A-B$, $A-D-B$, $A-B-E$, $\overline{CA} \equiv \overline{AD} \equiv \overline{DB} \equiv \overline{BE}$.
- (6) Dados os pontos $A = (1, 1)$, $B = (3, 1)$ no plano \mathcal{H} da geometria hiperbólica, encontre o ponto médio do segmento \overline{AB} .
- (7) Encontre o ponto médio do segmento \overline{AB} no plano de Moulton, onde $A = (-1, 0)$ e $B = (1, 1)$.
- (8) Encontre o ponto médio do segmento \overline{AB} na geometria do taxista, onde $A = (-1, 0)$ e $B = (1, 1)$.
- (9) Calcule o comprimento do segmento \overline{AB} no plano de Moulton e na geometria do taxista, onde $A = (-1, -1)$ e $B = (2, 3)$.
- (10) Numa geometria métrica, sejam s_1 e s_2 duas semi-retas que não sejam ambas contidas numa linha ℓ . Prove que ou $s_1 \cap s_2$ é vazio ou contém exatamente um ponto. Dê exemplos onde as duas situações ocorrem na geometria analítica, na geometria hiperbólica, no plano de Moulton e na geometria do taxista.
- (11) Existe um segmento na geometria do taxista que não é um segmento da geometria analítica? Existe uma semi-reta na geometria do taxista que não é uma semi-reta da geometria analítica? Comente.
- (12) Considere uma geometria métrica onde vale o postulando da separação do plano. Mostre que dada uma linha ℓ e um segmento \overline{AB} tal que $A, B \notin \ell$ e $\overline{AB} \cap \ell \neq \emptyset$. Prove que A e B ficam em lados opostos de ℓ .
- (13) Mostre que na geometria do plano rasgado **não** vale o postulando da separação do plano.
- (14) Numa geometria métrica, mostre que um conjunto A é convexo se e só se a interseção de qualquer segmento com A é um segmento.
- (15) Mostre que no plano hiperbólico vale o axioma de separação.