

MAT 103 — Complementos de Matemática para  
Contabilidade e Administração

Prova REC — B

24 de Julho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale **0,5** ponto.
- **Boa Prova!**

**Questão 1.** *Se  $f$  é uma função derivável no intervalo  $[a, b]$  e  $f'(x) > 0$  em todo ponto  $x$  de  $[a, b]$ , então:*

- (a)  $f$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ ;
- (b)  $f$  tem concavidade para abaixo em  $[a, b]$ ;
- (c)  $f$  tem concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $f$  é estritamente decrescente em  $[a, b]$ .

**Questão 2.** *Seja  $f : ]-1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \log_2(x + 1)$ . Qual é sua inversa?*

- (a)  $g(x) = \log_{1/2}(x + 1)$ ;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c)  $g(x) = \log_{1/2}(x - 1)$ ;
- (d)  $g(x) = 2^x - 1$ ;
- (e)  $f$  não é inversível.

**Questão 3.** Qual é o argumento correto para provar que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin x = 0?$$

- (a)  $e^x \sin x \leq e^x$  para todo  $x < 0$ , daí  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin x \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ ;
- (b) O limite não é zero;
- (c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$  e  $\sin x$  é uma função limitada;
- (d)  $e^x < \sin x$  para todo  $x$ ;
- (e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin x = \left( \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \right) \cdot \left( \lim_{x \rightarrow -\infty} \sin x \right) = 0 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow -\infty} \sin x \right) = 0$ .

**Questão 4.** Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{e^x - e}$ .

- (a)  $\frac{\sqrt{2}}{e}$ ;
- (b)  $e\sqrt{2}$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) 1;
- (e)  $\frac{1}{e\sqrt{2}}$ .

**Questão 5.** Qual é a derivada segunda da função  $f(x) = -x^2 e^{\sin x}$ ?

- (a)  $f''(x) = -e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^3 x - 2x \sin x]$ ;
- (b)  $f''(x) = -e^{\sin x} [2 - 4x \cos x + x^2 \cos^3 x + 2x \sin x]$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $f''(x) = -e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin x]$ ;
- (e)  $f''(x) = -2xe^{\sin x} + x^2 \cos x e^{\sin x}$ .

**Questão 6.** Quais são os pontos críticos da função

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 24,$$

e de que tipo?

- (a)  $x = -1$  é um mínimo local e  $x = 3$  é um máximo local;
- (b)  $x = -1$  é um máximo local e  $x = 3$  é um mínimo local;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $x = -3$  é um mínimo local e  $x = 1$  é um máximo local;
- (e)  $x = -3$  é um máximo local e  $x = 1$  é um mínimo local.

**Questão 7.** *Sejam  $f$  e  $g$  duas funções deriváveis, com  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $f'(2) = -1$ ,  $g(1) = 3$ ,  $g(2) = -4$ ,  $g'(1) = -2$ ,  $g'(2) = 5$ . Seja  $h = g \circ f$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a)  $h(2) = 3$  e  $h'(2) = 5$ ;
- (b)  $h(2) = -4$  e  $h'(2) = -5$ ;
- (c)  $h(2) = 3$  e  $h'(2) = 2$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $h(2) = 6$  e  $h'(2) = -6$ .

**Questão 8.** *Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2 \operatorname{sen} x \tan x}$ .*

- (a)  $\frac{1}{4}$ ;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c)  $-1$ ;
- (d)  $\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $1$ .

**Questão 9.** *Determine as soluções  $x \in \mathbb{R}$  da desigualdade:*

$$\left| \frac{x^2 + 2x + 2}{3 - x} \right| < x.$$

- (a)  $] -\infty, -\frac{2}{5} [$ ;
- (b)  $] -\infty, 3 [$ ;
- (c)  $] -\frac{2}{5}, 3 [$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) a desigualdade não tem soluções.

**Questão 10.** *Sejam  $f$  e  $g$  duas funções que admitem derivada segunda. Qual é a derivada segunda da função  $h = -f^2 - fg$ ?*

- (a)  $h'' = -(f'')^2 - f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (b)  $h'' = -(f')^2 + ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $h'' = -2(f')^2 - 2ff'' + f''g - 2f'g' - fg''$ ;
- (e)  $h'' = -(f')^2 + f''g''$ .

**Questão 11.** Considere os conjuntos

$$A = \{n \in \mathbb{Z} : n \geq -6\}, \quad e \quad B = \{n \in \mathbb{Z} : n < 7\}.$$

Quantos elementos contem o conjunto  $\mathcal{P}(A \cap B)$  das partes de  $A \cap B$ ?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $2^{14}$ ;
- (c) 14;
- (d)  $2^{13}$ ;
- (e)  $2^3$ .

**Questão 12.** Dada a função  $f(x) = -x + \ln(1 + 3x^2)$ , qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $f$  é estritamente decrescente no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (c)  $f$  não está definida no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (d) o gráfico da  $f$  tem concavidade para cima no intervalo  $[-2, -1]$ ;
- (e)  $f$  é estritamente crescente no intervalo  $[-2, -1]$ .

**Questão 13.** Seja  $f(x) = \sqrt[4]{x}$  e  $g(x) = \log_{1/5}(x - 1)$ . Qual é o domínio da função composta  $f \circ g$ ?

- (a)  $[2, +\infty[$ ;
- (b)  $]0, 2[$ ;
- (c)  $]2, +\infty[$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e)  $]0, 2]$ .

**Questão 14.** Qual é o domínio da função  $f(x) = 3 \frac{\sqrt{\log_3 x + 1}}{2 - \log_5 x}$  ?

- (a)  $[\frac{1}{3}, 25[ \cup ]25, +\infty[$ ;
- (b)  $[\frac{1}{5}, 9[ \cup ]9, +\infty[$ ;
- (c)  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{25}[ \cup ]\frac{1}{25}, +\infty[$ ;
- (d)  $[25, +\infty[$ ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

**Questão 15.** Calcule a derivada da função  $f(x) = \operatorname{arctg}(\sin x)$ .

- (a)  $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$ ;
- (b)  $f'(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $f'(x) = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$ ;
- (e)  $f'(x) = \frac{\cos x}{1 + x^2}$ .

**Questão 16.** Em qual dos intervalos dados o gráfico da função  $f(x) = e^{-x^2}$  tem concavidade para cima?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $]0, +\infty[$ ;
- (c)  $] -\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}} [$ ;
- (d)  $] -\infty, 0 [$ ;
- (e)  $] -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} [$ .

**Questão 17.** Considere a função  $f(x) = -3x^4 + 2x^3 + x^2 + 1$  no intervalo  $[0, 1]$ . Usando o Teorema do Valor Médio, podemos afirmar que:

- (a) em nenhum ponto de  $[0, 1]$  a derivada da  $f$  é nula;
- (b) existe um ponto  $x_0 \in ]0, 1[$  tal que  $f'(x_0) = 20$ ;
- (c) existe um ponto  $x_0 \in ]0, 1[$  tal que  $f'(x_0) = 0$ ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) em todo ponto de  $[0, 1]$  a derivada da  $f$  é nula.

**Questão 18.** Considere a função  $f(x) = -x^3 - x^2 + x - 1$  e o ponto  $x_0 = -1$ . Quais das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $x_0$  é um ponto de máximo local da  $f$ ;
- (b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ ;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d)  $x_0$  não é um extremo local da  $f$ ;
- (e)  $x_0$  é um ponto de mínimo local da  $f$ .

**Questão 19.** *Sejam  $f$  e  $g$  duas funções definidas no intervalo  $[a, b]$ , com  $f > 0$ ,  $g > 0$ ,  $f' < 0$  e  $g' < 0$  em todo ponto de  $[a, b]$ . Qual das seguintes afirmações vale?*

- (a) A soma  $f + g$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ ;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c)  $f$  e  $g$  são estritamente crescentes em  $[a, b]$ ;
- (d) O produto  $f \cdot g$  é estritamente crescente em  $[a, b]$ ;
- (e) O produto  $f \cdot g$  é estritamente decrescente em  $[a, b]$ .

**Questão 20.** *Dada a função  $f(x) = x^2 \cos x$ , qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b)  $f$  é uma função decrescente;
- (c)  $f$  é uma função par;
- (d)  $f$  é uma função crescente;
- (e)  $f$  é uma função ímpar.

MAT 103 — Complementos de Matemática para  
Contabilidade e Administração  
Prova REC — B  
24 de Julho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e