

MAT 103 — Complementos de Matemática para
Contabilidade e Administração
Prova REC — A
24 de Julho de 2008

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale **0,5** ponto.
- **Boa Prova!**

Questão 1. Considere a função $f(x) = -x^3 - x^2 + x - 1$ e o ponto $x_0 = -1$. Quais das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$;
- (b) x_0 é um ponto de mínimo local da f ;
- (c) x_0 não é um extremo local da f ;
- (d) x_0 é um ponto de máximo local da f ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 2. Seja $f :]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_2(x + 1)$. Qual é sua inversa?

- (a) $g(x) = \log_{1/2}(x + 1)$;
- (b) f não é inversível;
- (c) $g(x) = \log_{1/2}(x - 1)$;
- (d) $g(x) = 2^x - 1$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 3. *Sejam f e g duas funções que admitem derivada segunda. Qual é a derivada segunda da função $h = -f^2 - fg$?*

- (a) $h'' = -(f'')^2 - f''g - 2f'g' - fg''$;
- (b) $h'' = -(f')^2 + ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) $h'' = -(f')^2 + f''g''$;
- (e) $h'' = -2(f')^2 - 2ff'' + f''g - 2f'g' - fg''$.

Questão 4. *Se f é uma função derivável no intervalo $[a, b]$ e $f'(x) > 0$ em todo ponto x de $[a, b]$, então:*

- (a) f é estritamente decrescente em $[a, b]$;
- (b) f é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) f tem concavidade para cima em $[a, b]$;
- (e) f tem concavidade para abaixo em $[a, b]$.

Questão 5. *Sejam f e g duas funções deriváveis, com $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f'(1) = 3$, $f'(2) = -1$, $g(1) = 3$, $g(2) = -4$, $g'(1) = -2$, $g'(2) = 5$. Seja $h = g \circ f$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 5$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $h(2) = -4$ e $h'(2) = -5$;
- (d) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 2$;
- (e) $h(2) = 6$ e $h'(2) = -6$.

Questão 6. *Determine as soluções $x \in \mathbb{R}$ da desigualdade:*

$$\left| \frac{x^2 + 2x + 2}{3 - x} \right| < x.$$

- (a) a desigualdade não tem soluções;
- (b) $] -\infty, 3[$;
- (c) $] -\frac{2}{5}, 3[$;
- (d) $] -\infty, -\frac{2}{5}[$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 7. Calcule a derivada da função $f(x) = \operatorname{arctg}(\sin x)$.

- (a) $f'(x) = \frac{\cos x}{1 + x^2}$;
 (b) $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$;
 (c) $f'(x) = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$;
 (d) $f'(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$;
 (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 8. Dada a função $f(x) = x^2 \cos x$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) f é uma função par;
 (b) f é uma função crescente;
 (c) nenhuma das outras respostas;
 (d) f é uma função ímpar;
 (e) f é uma função decrescente.

Questão 9. Seja $f(x) = \sqrt[4]{x}$ e $g(x) = \log_{1/5}(x - 1)$. Qual é o domínio da função composta $f \circ g$?

- (a) $]2, +\infty[$;
 (b) $]0, 2[$;
 (c) $]0, 2]$;
 (d) nenhuma das outras respostas;
 (e) $[2, +\infty[$.

Questão 10. Qual é o argumento correto para provar que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \operatorname{sen} x = 0?$$

- (a) $e^x \operatorname{sen} x \leq e^x$ para todo $x < 0$, daí $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \operatorname{sen} x \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$;
 (b) $e^x < \operatorname{sen} x$ para todo x ;
 (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ e $\operatorname{sen} x$ é uma função limitada;
 (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \operatorname{sen} x = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \right) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sen} x \right) = 0 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sen} x \right) = 0$;
 (e) O limite não é zero.

Questão 11. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2 \operatorname{sen} x \tan x}$.

- (a) $\frac{1}{2}$;
- (b) -1 ;
- (c) $\frac{1}{4}$;
- (d) 1 ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 12. Qual é o domínio da função $f(x) = 3 \frac{\sqrt{\log_3 x + 1}}{2 - \log_5 x}$?

- (a) $[\frac{1}{3}, 25[\cup]25, +\infty[$;
- (b) $[\frac{1}{5}, 9[\cup]9, +\infty[$;
- (c) $[\frac{1}{3}, \frac{1}{25}[\cup]\frac{1}{25}, +\infty[$;
- (d) $[25, +\infty[$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 13. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{e^x - e}$.

- (a) $e\sqrt{2}$;
- (b) $\frac{1}{e\sqrt{2}}$;
- (c) $\frac{\sqrt{2}}{e}$;
- (d) 1 ;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 14. Considere os conjuntos

$$A = \{n \in \mathbb{Z} : n \geq -6\}, \quad e \quad B = \{n \in \mathbb{Z} : n < 7\}.$$

Quantos elementos contem o conjunto $\mathcal{P}(A \cap B)$ das partes de $A \cap B$?

- (a) 2^{14} ;
- (b) 14 ;
- (c) 2^3 ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) 2^{13} .

Questão 15. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = -x^2 e^{\sin x}$?

- (a) $f''(x) = -e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin x]$;
- (b) $f''(x) = -e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^3 x - 2x \sin x]$;
- (c) $f''(x) = -e^{\sin x} [2 - 4x \cos x + x^2 \cos^3 x + 2x \sin x]$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $f''(x) = -2xe^{\sin x} + x^2 \cos x e^{\sin x}$.

Questão 16. Quais são os pontos críticos da função

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 24,$$

e de que tipo?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $x = -1$ é um mínimo local e $x = 3$ é um máximo local;
- (c) $x = -1$ é um máximo local e $x = 3$ é um mínimo local;
- (d) $x = -3$ é um mínimo local e $x = 1$ é um máximo local;
- (e) $x = -3$ é um máximo local e $x = 1$ é um mínimo local.

Questão 17. Considere a função $f(x) = -3x^4 + 2x^3 + x^2 + 1$ no intervalo $[0, 1]$. Usando o Teorema do Valor Médio, podemos afirmar que:

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) existe um ponto $x_0 \in]0, 1[$ tal que $f'(x_0) = 0$;
- (c) em todo ponto de $[0, 1]$ a derivada da f é nula;
- (d) em nenhum ponto de $[0, 1]$ a derivada da f é nula;
- (e) existe um ponto $x_0 \in]0, 1[$ tal que $f'(x_0) = 20$.

Questão 18. Em qual dos intervalos dados o gráfico da função $f(x) = e^{-x^2}$ tem concavidade para cima?

- (a) $] -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} [$;
- (b) $]0, +\infty [$;
- (c) $] -\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}} [$;
- (d) $] -\infty, 0 [$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 19. *Sejam f e g duas funções definidas no intervalo $[a, b]$, com $f > 0$, $g > 0$, $f' < 0$ e $g' < 0$ em todo ponto de $[a, b]$. Qual das seguintes afirmações vale?*

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) O produto $f \cdot g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (c) f e g são estritamente crescentes em $[a, b]$;
- (d) A soma $f + g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (e) O produto $f \cdot g$ é estritamente decrescente em $[a, b]$.

Questão 20. *Dada a função $f(x) = -x + \ln(1 + 3x^2)$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) o gráfico da f tem concavidade para cima no intervalo $[-2, -1]$;
- (b) f é estritamente crescente no intervalo $[-2, -1]$;
- (c) f é estritamente decrescente no intervalo $[-2, -1]$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) f não está definida no intervalo $[-2, -1]$.

MAT 103 — Complementos de Matemática para
Contabilidade e Administração
Prova REC — A
24 de Julho de 2008

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e