

MAT 103 — Complementos de Matemática para
Contabilidade e Administração

Prova 2 — C

26 de Junho de 2008

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale **0,5** ponto.
- O peso da prova é: 1. A nota final é obtida como média aritmética das notas da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

Questão 1. *Seja $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável duas vezes e x_0 um ponto de $]a, b[$. Assuma que $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$. Quale das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) x_0 é o ponto de máximo da f em $]a, b[$;
- (b) x_0 é o ponto de mínimo da f em $]a, b[$;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) Para x próximo a x_0 , $x \neq x_0$, $f(x) > f(x_0)$;
- (e) Para x próximo a x_0 , $x \neq x_0$, $f(x) < f(x_0)$.

Questão 2. *Quais são os pontos críticos da função*

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 12,$$

e de que tipo?

- (a) $x = -3$ é um mínimo local e $x = 1$ é um máximo local;
- (b) $x = -1$ é um máximo local e $x = 3$ é um mínimo local;
- (c) $x = -1$ é um mínimo local e $x = 3$ é um máximo local;
- (d) $x = -3$ é um máximo local e $x = 1$ é um mínimo local;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 3. *Dada a função $f(x) = \ln(1+3x^2)$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) f é estritamente crescente no intervalo $[-2, -1]$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) f é estritamente decrescente no intervalo $[-2, -1]$;
- (d) O gráfico da f tem concavidade para cima no intervalo $[-2, -1]$;
- (e) f não está definida no intervalo $[-2, -1]$.

Questão 4. *Qual das seguintes desigualdades vale para todo $x, y \geq 1$?*

- (a) $|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \leq \frac{1}{2}|x - y|$;
- (b) $|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \geq \frac{1}{4}|x - y|$;
- (c) $|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \leq \frac{1}{4}|x - y|$;
- (d) $|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \geq \frac{1}{2}|x - y|$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 5. *Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{2x^3+3x^2-12x+6}$.*

- (a) $x_1 = -1, x_2 = 2$;
- (b) $x_1 = -2, x_2 = 1$;
- (c) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -3$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) f não tem pontos críticos.

Questão 6. *Sejam f e g duas funções deriváveis, com $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f'(1) = 3$, $f'(2) = -1$, $g(1) = 3$, $g(2) = -4$, $g'(1) = -2$, $g'(2) = 5$. Seja $h = g \circ f$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) $h(2) = 6$ e $h'(2) = -6$;
- (b) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 5$;
- (c) $h(2) = -4$ e $h'(2) = -5$;
- (d) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 2$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 7. *Que letra é Ψ , e de qual alfabeto?*

- (a) É a “pharaó” maiúscula, do alfabeto egípcio;
- (b) É a “sigma” minúscula, do alfabeto grego;
- (c) nenhuma das outras respostas;
- (d) É a “psi” maiúscula, do alfabeto grego;
- (e) É a “aleph”, do alfabeto ebraico.

Questão 8. *Calcule a derivada da função $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x)$.*

- (a) $f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $f'(x) = \frac{1}{1 + e^{2x}}$;
- (d) $f'(x) = \frac{e^x}{1 + x^2}$;
- (e) $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$.

Questão 9. *Considere a função $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ e o ponto $x_0 = -1$. Quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

- (a) x_0 é um ponto de mínimo local da f ;
- (b) x_0 é um ponto de máximo local da f ;
- (c) x_0 não é um extremo local da f ;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

Questão 10. Considere a função $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - x^2 - 1$ no intervalo $[0, 1]$. Usando o Teorema do Valor Médio, podemos afirmar que:

- (a) em todo ponto de $[0, 1]$ a derivada da f é nula;
- (b) existe um ponto $x_0 \in]0, 1[$ tal que $f'(x_0) = 0$;
- (c) em nenhum ponto de $[0, 1]$ a derivada da f é nula;
- (d) existe um ponto $x_0 \in]0, 1[$ tal que $f'(x_0) = 20$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 11. Sejam f , g e h três funções deriváveis. Qual é a derivada de $F(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)$?

- (a) $F' = f'gh + fg'h + fgh'$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $F' = f'gh + fg'h'$;
- (d) $F' = f'g + g'h + h'f$;
- (e) $F' = f'g'h'$.

Questão 12. Se f é uma função derivável no intervalo $[a, b]$ e $f'(x) < 0$ em todo ponto x de $[a, b]$, então:

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) f é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (c) f é estritamente decrescente em $[a, b]$;
- (d) f tem concavidade para abaixo em $[a, b]$;
- (e) f tem concavidade para cima em $[a, b]$.

Questão 13. Sejam f e g duas funções que admitem derivada segunda. Qual é a derivada segunda da função $h = f^2 - fg$?

- (a) $h'' = (f')^2 + f''g''$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $h'' = 2(f')^2 + 2ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$;
- (d) $h'' = (f')^2 + ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$;
- (e) $h'' = (f'')^2 - f''g - 2f'g' - fg''$.

Questão 14. Se $f(x) = \ln(3x^2 - 9x + 1)$, quanto vale o limite da derivada $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$?

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = -\infty$;
- (c) $L = 0$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $L = 1$.

Questão 15. Qual é a derivada segunda da função $f(x) = x^2 e^{\sin x}$?

- (a) $f''(x) = e^{\sin x} [2 - 4x \cos x + x^2 \cos^3 x + 2x \sin x]$;
- (b) $f''(x) = e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin x]$;
- (c) $f''(x) = e^{\sin x} [2 + 4x \cos x + x^2 \cos^3 x - 2x \sin x]$;
- (d) nenhuma das outras respostas;
- (e) $f''(x) = 2x e^{\sin x} + x^2 \cos x e^{\sin x}$.

Questão 16. Considere a função $f : [-2, 0] \rightarrow [0, 18]$ dada por $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 18$, que é estritamente crescente. Seja $g : [0, 18] \rightarrow [-2, 0]$ a sua função inversa. Calcule a derivada da g no ponto 14.

- (a) $g'(14) = \frac{1}{8}$;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $g'(14) = 8$;
- (d) $g'(14) = 3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1$;
- (e) $g'(14) = \frac{1}{3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1}$.

Questão 17. Sejam f e g duas funções definidas no intervalo $[a, b]$, com $f < 0$, $g < 0$, $f' < 0$ e $g' < 0$ em todo ponto de $[a, b]$. Qual das seguintes afirmações vale?

- (a) A soma $f + g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (b) f e g são estritamente crescentes em $[a, b]$;
- (c) O produto $f \cdot g$ é estritamente decrescente em $[a, b]$;
- (d) O produto $f \cdot g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
- (e) nenhuma das outras respostas.

Questão 18. Qual é a derivada de $f(x) = \sin(2x)$?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $f'(x) = -2 \cos(2x)$;
- (c) $f'(x) = -\cos(2x)$;
- (d) $f'(x) = \cos(2x)$;
- (e) $f'(x) = 2 \cos(2x)$.

Questão 19. Em qual dos intervalos dados o gráfico da função $f(x) = e^{-x^2}$ tem concavidade para baixo?

- (a) nenhuma das outras respostas;
- (b) $]-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}[$;
- (c) $]-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}[$;
- (d) $]-\infty, 0[$;
- (e) $]0, +\infty[$.

Questão 20. Quais são os pontos críticos da função

$$f(x) = xe^{(x-1)(x+5)},$$

e de que tipo?

- (a) $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$ é um mínimo local e $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$ é um máximo local;
- (b) nenhuma das outras respostas;
- (c) $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$ é um máximo local e $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$ é um mínimo local;
- (d) $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um máximo local e $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um mínimo local;
- (e) $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um mínimo local e $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um máximo local.

MAT 103 — Complementos de Matemática para
Contabilidade e Administração

Prova 2 — C

26 de Junho de 2008

Nome: _____

RG: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e