MAT 103 — Complementos de Matemática para Contabilidade e Administração
Prova 2 — A

26 de Junho de 2008

Nome: ____

RG: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale **0,5** ponto.
- O peso da prova é: 1. A nota final é obtida como média aritmética das notas da P1 e da P2.
- **Boa Prova!**

Questão 1. *Considere a função* $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - x^2 - 1$ *no intervalo* $[0,1]$. *Usando o Teorema do Valor Médio, podemos afirmar que:*

(a) existe um ponto $x_0 \in \,]0,1[$ tal que $f'(x_0) = 0$;

(b) em todo ponto de $[0,1]$ a derivada da f é nula;

(c) em nenhum ponto de $[0,1]$ a derivada da f é nula;

(d) nenhuma das outras respostas;

(e) existe um ponto $x_0 \in \,]0,1[$ tal que $f'(x_0) = 20$.

Questão 2. *Qual é a derivada de* $f(x) = \sin(2x)$*?*

(a) $f'(x) = -2\cos(2x)$;

(b) $f'(x) = \cos(2x)$;

(c) $f'(x) = 2\cos(2x)$;

(d) nenhuma das outras respostas;

(e) $f'(x) = -\cos(2x)$.

Questão 3. *Quais são os pontos críticos da função*

$$f(x) = xe^{(x-1)(x+5)},$$

e de que tipo?

(a) nenhuma das outras respostas;
(b) $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um mínimo local e $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um máximo local;
(c) $x = -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um máximo local e $x = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ é um mínimo local;
(d) $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$ é um mínimo local e $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$ é um máximo local;
(e) $x = \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$ é um máximo local e $x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$ é um mínimo local.

Questão 4. *Se* $f(x) = \ln(3x^2 - 9x + 1)$*, quanto vale o limite da derivada* $L = \lim_{x\to+\infty} f'(x)$*?*

(a) $L = 1$;
(b) $L = -\infty$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = +\infty$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 5. *Sejam* f *e* g *duas funções que admitem derivada segunda. Qual é a derivada segunda da função* $h = f^2 - fg$*?*

(a) $h'' = (f'')^2 - f''g - 2f'g' - fg''$;
(b) $h'' = (f')^2 + ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$;
(c) $h'' = 2(f')^2 + 2ff'' - f''g - 2f'g' - fg''$;
(d) nenhuma das outras respostas;
(e) $h'' = (f')^2 + f''g''$.

Questão 6. *Que letra é* Ψ*, e de qual alfabeto?*

(a) É a “pharaó”maiúscula, do alfabeto egípcio;
(b) É a “psi”maiúscula, do alfabeto grego;
(c) É a “sigma”minúscula, do alfabeto grego;
(d) nenhuma das outras respostas;
(e) É a “aleph”, do alfabeto ebraico.

Questão 7. *Sejam f e g duas funções deriváveis, com $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f'(1) = 3$, $f'(2) = -1$, $g(1) = 3$, $g(2) = -4$, $g'(1) = -2$, $g'(2) = 5$. Seja $h = g \circ f$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) $h(2) = -4$ e $h'(2) = -5$;
(b) nenhuma das outras respostas;
(c) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 5$;
(d) $h(2) = 6$ e $h'(2) = -6$;
(e) $h(2) = 3$ e $h'(2) = 2$.

Questão 8. *Qual das seguintes desigualdades vale para todo $x, y \geq 1$?*

(a) $\left|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y\right| \leq \frac{1}{2}|x - y|$;
(b) $\left|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y\right| \geq \frac{1}{4}|x - y|$;
(c) $\left|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y\right| \leq \frac{1}{4}|x - y|$;
(d) nenhuma das outras respostas;
(e) $\left|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y\right| \geq \frac{1}{2}|x - y|$.

Questão 9. *Se f é uma função derivável no intervalo $[a, b]$ e $f'(x) < 0$ em todo ponto x de $[a, b]$, então:*

(a) nenhuma das outras respostas;
(b) f tem concavidade para cima em $[a, b]$;
(c) f é estritamente crescente em $[a, b]$;
(d) f tem concavidade para abaixo em $[a, b]$;
(e) f é estritamente decrescente em $[a, b]$.

Questão 10. *Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{2x^3+3x^2-12x+6}$.*

(a) f não tem pontos críticos;
(b) $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -3$;
(c) nenhuma das outras respostas;
(d) $x_1 = -1$, $x_2 = 2$;
(e) $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

Questão 11. *Quais são os pontos críticos da função*

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 12,$$

e de que tipo?

(a) nenhuma das outras respostas;
(b) $x = -1$ é um máximo local e $x = 3$ é um mínimo local;
(c) $x = -3$ é um mínimo local e $x = 1$ é um máximo local;
(d) $x = -3$ é um máximo local e $x = 1$ é um mínimo local;
(e) $x = -1$ é um mínimo local e $x = 3$ é um máximo local.

Questão 12. *Sejam f e g duas funções definidas no intervalo $[a, b]$, com $f < 0$, $g < 0$, $f' < 0$ e $g' < 0$ em todo ponto de $[a, b]$. Qual das seguintes afirmações vale?*

(a) A soma $f + g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
(b) O produto $f \cdot g$ é estritamente crescente em $[a, b]$;
(c) O produto $f \cdot g$ é estritamente decrescente em $[a, b]$;
(d) nenhuma das outras respostas;
(e) f e g são estritamente crescentes em $[a, b]$.

Questão 13. *Qual é a derivada segunda da função $f(x) = x^2 e^{\sin x}$?*

(a) $f''(x) = 2xe^{\sin x} + x^2 \cos x \, e^{\sin x}$;
(b) $f''(x) = e^{\sin x}\big[2 + 4x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin x\big]$;
(c) nenhuma das outras respostas;
(d) $f''(x) = e^{\sin x}\big[2 + 4x \cos x + x^2 \cos^3 x - 2x \sin x\big]$;
(e) $f''(x) = e^{\sin x}\big[2 - 4x \cos x + x^2 \cos^3 x + 2x \sin x\big]$.

Questão 14. *Considere a função $f : [-2, 0] \to [0, 18]$ dada por $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 18$, que é estritamente crescente. Seja $g : [0, 18] \to [-2, 0]$ a sua função inversa. Calcule a derivada da g no ponto 14.*

(a) $g'(14) = \dfrac{1}{3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1}$;
(b) $g'(14) = 8$;
(c) $g'(14) = 3 \cdot 14^2 - 4 \cdot 14 + 1$;
(d) $g'(14) = \frac{1}{8}$;
(e) nenhuma das outras respostas.

Questão 15. *Calcule a derivada da função* $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x)$.

(a) nenhuma das outras respostas;

(b) $f'(x) = \dfrac{1}{1+e^{2x}}$;

(c) $f'(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$;

(d) $f'(x) = \dfrac{e^x}{1+x^2}$;

(e) $f'(x) = \dfrac{e^x}{1+e^{2x}}$.

Questão 16. *Sejam* f, g *e* h *três funções deriváveis. Qual é a derivada de* $F(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)$*?*

(a) nenhuma das outras respostas;

(b) $F' = f'g'h'$;

(c) $F' = f'gh + fg'h'$;

(d) $F' = f'g + g'h + h'f$;

(e) $F' = f'gh + fg'h + fgh'$.

Questão 17. *Em qual dos intervalos dados o gráfico da função* $f(x) = e^{-x^2}$ *tem concavidade para baixo?*

(a) $]0, +\infty[$;

(b) $\left]-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right[$;

(c) $]-\infty, 0[$;

(d) nenhuma das outras respostas;

(e) $\left]-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right[$.

Questão 18. *Considere a função* $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ *e o ponto* $x_0 = -1$*. Quais das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 é um ponto de máximo local da f;

(b) x_0 não é um extremo local da f;

(c) nenhuma das outras respostas;

(d) x_0 é um ponto de mínimo local da f;

(e) $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$.

Questão 19. *Seja* $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ *uma função derivável duas vezes e* x_0 *un ponto de* $]a, b[$. *Assuma que* $f'(x_0) = 0$ *e* $f''(x_0) > 0$. *Quale das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 é o ponto de máximo da f em $]a, b[$;
(b) x_0 é o ponto de mínimo da f em $]a, b[$;
(c) nenhuma das outras respostas;
(d) Para x proximo a x_0, $x \neq x_0$, $f(x) < f(x_0)$;
(e) Para x proximo a x_0, $x \neq x_0$, $f(x) > f(x_0)$.

Questão 20. *Dada a função* $f(x) = \ln(1+3x^2)$, *qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) O gráfico da f tem concavidade para cima no intervalo $[-2, -1]$;
(b) f não está definida no intervalo $[-2, -1]$;
(c) f é estritamente crescente no intervalo $[-2, -1]$;
(d) f é estritamente decrescente no intervalo $[-2, -1]$;
(e) nenhuma das outras respostas.

MAT 103 — Complementos de Matemática para Contabilidade e Administração
Prova 2 — A

26 de Junho de 2008

Nome: ____

RG: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e