

MAT 2219 — CÁLCULO III  
TURMA 10

LISTA DE EXERCÍCIOS 3

PROF. PAOLO PICCIONE  
MONITOR: ELKIN CARDENAS DIAZ

**Exercício 1.** Avaliar as seguintes integrais:

- (a)  $\iiint_T (x^2z + y) dV$ , onde  $T$  é o sólido limitado pelos planos  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $y = 3$ ,  $z = 0$ , e  $z = 2$ .
- (b)  $\iiint_T 2y e^x dV$ , onde  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq y, 0 \leq z \leq x + y\}$ .
- (c)  $\iiint_T xy dV$ , onde  $T$  é o sólido limitado pelos planos  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $z = y + 1$ ,  $y + z = 1$ ,  $z = 0$ .
- (d)  $\iiint_T xy dV$ , onde  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ .
- (e)  $\iiint_T y^2 dV$ , onde  $T$  é o sólido limitado pelos planos coordenados e o plano  $2x + 3y + z = 6$ .
- (f)  $\iiint_T y^2 dV$ , onde  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq \sqrt{1 - y}\}$ .

**Exercício 2.** Use coordenadas cilíndricas para calcular:

- (a) O volume do sólido limitado pelo parabolóide de revolução  $x^2 + y^2 = az$ , o plano  $xy$  e o cilindro  $x^2 + y^2 = 2ax$ ,  $a > 0$ .
- (b) O volume do sólido limitado pelas superfícies  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = 0$ , e  $x^2 + y^2 = 2ax$ ,  $a > 0$ .
- (c) O volume do sólido limitado por o parabolóide  $z = x^2 + y^2$  e o plano  $z = x$ .
- (d) O volume do sólido limitado por acima pela superfície  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$  e em baixo por o cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 1$ .

**Exercício 3.** Use coordenadas esféricas para calcular:

- (a) O volume do sólido limitado pela superfície  $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 2z(x^2 + y^2)$ .

- (b)  $\iiint_T dV$ ,  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}, \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq \sqrt{2-(x^2+y^2)}\}$
- (c)  $\iiint_T z\sqrt{x^2+y^2+z^2} dV$ ,  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq \sqrt{9-y^2}, 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq \sqrt{9-(x^2+y^2)}\}$
- (d)  $\iiint_T (x^2+y^2+z^2) dV$ ,  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq \sqrt{4-y^2}, 0 \leq y \leq 2, \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}\}$
- (e)  $\iiint_T \frac{dV}{(x^2+y^2+z^2)}$ ,  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}, 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}\}$

**Exercício 4.** Seja  $T$  o sólido limitado pelo elipsoide  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ . Avaliar:

- (a)  $\iiint_T dV$ .
- (b)  $\iiint_T x^2 y dV$ .

[Dica: Use o cambio de coordenadas  $x = au$ ,  $y = bv$ ,  $z = cw$ .]