MAT0147 — CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II PARA ECONOMIA

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

PROFESSOR: PAOLO PICCIONE
MONITOR: LEANDRO AUGUSTO LICHTENFELZ

Exercício 1: Calcule o polinômio de Taylor de ordem n da função f dada, centrado em x_0:

(1) $f(x) = \ln(1 + x^2)$, $x_0 = 0$, $n = 5$.
(2) $f(x) = \cos(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $n = 3$.
(3) $f(x) = e^{-x^2}$, $x_0 = 0$ (calcule para qualquer $n \in \mathbb{N}$)

Exercício 2: Seja $h(x)$ uma função contínua, que é um infinitésimo de ordem maior que n para $x \to x_0$. Prove que a função:

$$H(x) = \int_{x_0}^{x} h(t)\,\mathrm{d}t$$

é um infinitésimo de ordem maior que $n + 1$ para $x \to x_0$.

Exercício 3: Use o resultado do Exercício 2 para provar o seguinte: se

$$T_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \ldots + a_n(x - x_0)^n$$

é o polinômio de Taylor de ordem n centrado em x_0 da função $f(x)$, então

$$\widetilde{T}_{n+1}(x) = a_0(x-x_0) + \tfrac{1}{2}a_1(x-x_0)^2 + \tfrac{1}{3}a_2(x-x_0)^3 + \ldots + \tfrac{1}{n+1}a_n(x-x_0)^{n+1}$$

é o polinômio de Taylor de ordem $n + 1$ centrado em x_0 da função:

$$F(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t.$$

Exercício 4: Calcule os seguintes limites com o método dos infinitésimos:

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x^3) - x^3}{\sin^4 x}$
(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3}{(1 - \cos x)^2}$
(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x + \frac{1}{6}x^3}{\ln(1 + 2x^5)}$

Date: 8 de Agosto de 2010.