MAT 105 - Vetores e Geometria Analítica

PROVA SUB

Prof. Paolo Piccione

Regras: *O teste consiste de 15 problemas. Cada problema admite apenas* **uma** *resposta correta; preencha a folha de respostas no final da prova.* **Cada resposta correta vale 0.7 pts, cada resposta errada vale -0.1 pt, cada resposta em branco vale 0 pt.**

A última folha dessa prova pode ser utilizada para marcar as próprias respostas e conferir com o gabarito. **Não é necessário entregar a folha final.**

---

(1) *Seja* $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. *Calcule* $B = A^2 - 2A^T$.

- **(a)** $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 7 & -4 & 6 \end{pmatrix}$
- **(b)** $B = 0$
- **(c)** $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 2 & 6 & 2 \\ 6 & -4 & 4 \end{pmatrix}$
- **(d)** $B = (A-2)(A-T)$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(2) *Resolva o sistema* $AX = B$, *com* $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- **(a)** $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$;
- **(b)** O sistema não admite solução;
- **(c)** $X = t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t, s \in \mathbb{R}$;
- **(d)** $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(3) *Sejam A, B e C os pontos vértices de um triângulo, e seja M o ponto médio de AB. Dados $A = (2, -1, 3)$, $\vec{BC} = (4, 1, -2)$ e $\vec{AM} = (2, 0, -1)$. Encontre B.*

- **(a)** $B = (2, -\frac{3}{2}, 3)$.
- **(b)** $B = (-6, 1, -1)$
- **(c)** $B = (6, -1, 1)$
- **(d)** $B = (2, \frac{3}{2}, 3)$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(4) *Como no Exercício (3), encontre C.*

- **(a)** $C = (-6, -\frac{1}{2}, 1)$
- **(b)** $C = (-10, 0, 1)$
- **(c)** $C = (6, -\frac{1}{2}, 1)$.
- **(d)** $C = (10, 0, -1)$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(5) *Considere os vetores $v = (1, 2, -1)$ e $w = (2, 1, 1)$. Qual das seguintes afirmações é verdade?*

- **(a)** v e w são ortogonais
- **(b)** v e w são paralelos
- **(c)** v e w formam um ângulo de $\frac{\pi}{4}$
- **(d)** v e w formam um ângulo de $\frac{\pi}{3}$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(6) *Encontre a equação do plano que passa por $P = (1, -1, 3)$ e perpendicular à reta $x = 5 + 8t$, $y = 5 - 2t$, $z = 5$.*

- **(a)** $4x - y + 2z = 5$
- **(b)** $4x - y - z = 5$
- **(c)** $4x - y = 5$
- **(d)** $4x - y + z = 5$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(7) *Encontre as equações paramétricas da reta interseção dos planos $2x - y - 3z = 1$ e $-x - 3y + 5z = 0$.*

- **(a)** $x = \frac{3}{7} + 2t$, $y = -\frac{1}{7} + t$, $z = t$
- **(b)** $x = \frac{3}{7} + 2t$, $y = -\frac{1}{7} + t$, $z = 2t$
- **(c)** $x = \frac{3}{7} + t$, $y = -\frac{1}{7} + t$, $z = t$
- **(d)** $x = \frac{3}{7} + 2t$, $y = -\frac{1}{7} - t$, $z = t$
- **(e)** nenhuma das anteriores.

(8) *Considere o plano* $\pi: \ x - 3y + 2z = 6$ *e o ponto* $P = (-7, -10, 9)$. *Determine o ponto* $Q \in \pi$ *que minimiza a distância com* P.

(a) $Q = (\frac{19}{2}, \frac{5}{2}, 4)$
(b) $Q = (-\frac{19}{2}, \frac{5}{2}, 4)$
(c) $Q = (\frac{19}{2}, -\frac{5}{2}, 4)$
(d) $Q = (-\frac{19}{2}, -\frac{5}{2}, 4)$
(e) nenhuma das anteriores.

---

(9) *Como no Exerçicio (11), calcule a distância* d *entre* P *e* π.

(a) $d = 0$
(b) $d = \frac{5}{2}\sqrt{14}$
(c) $d = \frac{5}{3}\sqrt{14}$
(d) $d = 35$
(e) nenhuma das anteriores.

---

(10) *Sejam* A, B *e* C *matrizes* 3×3, *e suponha que* $\det(A^{-1}) = 3$, $\det(B^T) = 2$ *e* $C = 2 \cdot \mathrm{I}_3$, *onde* I_3 *é a matriz identidade* 3×3. *Calcule o determinante da matriz* $A^2 C^T B^{-1}$.

(a) 36
(b) $\dfrac{1}{9}$
(c) $\dfrac{4}{9}$
(d) $-\dfrac{1}{9}$
(e) nenhuma das anteriores.

---

(11) *Calcule o posto da matriz* $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4
(e) nenhuma das anteriores.

(12) *Sejam A e B duas matrizes 3×3 tais que $AB = 0$ e $B \neq 0$. Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?*

- **(a)** A ou B é a matriz nula;
- **(b)** $AB = BA$;
- **(c)** A não é inversível;
- **(d)** A é inversível.
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(13) *Seja* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ *e $B = A^{-1}$ a sua inversa. Calcule a entrada b_{21} da B.*

- **(a)** $-\frac{1}{2}$
- **(b)** 1
- **(c)** $\frac{1}{2}$
- **(d)** -1
- **(e)** nenhuma das anteriores.

---

(14) *Seja A uma matriz 3×3 com $\det(A) = -1$, e B a matriz obtida multiplicando a segunda linha de A por 2. Calcule* $\det(A + B)$.

- **(a)** -3
- **(b)** -2
- **(c)** -12;
- **(d)** -4
- **(e)** *nenhuma das anteriores.*

---

(15) *Sejam A, B e C matrizes $n \times n$. Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?*

- **(a)** $\det(A + B + C) = \det(A) + \det(B) + \det(C)$;
- **(b)** $\det(A \cdot B \cdot C^T) = \det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C)$;
- **(c)** $\det(A \cdot B) = \det(A \cdot C)$;
- **(d)** $\det(A \cdot B + C) = \det(A) \cdot \det(B) + \det(C)$.
- **(e)** *nenhuma das anteriores.*

Rascunho

Rascunho

FOLHA DE RESPOSTAS

Essa folha será utilizada para a avaliação da sua prova.

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

PROVA SUB - A

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
(14)	
(15)	

RESPOSTAS MARCADAS

Copie aqui as respostas marcadas, e fique com essa folha para sua conferência.
NON É NECESSÁRIO ENTREGAR ESSA FOLHA!!!!

PROVA SUB - A

	Resposta	*Gabarito*
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		
(5)		
(6)		
(7)		
(8)		
(9)		
(10)		
(11)		
(12)		
(13)		
(14)		
(15)		

LEMBRETE: *para calcular sua nota, multiplique o número de respostas corretas por 0.7, o número de respostas erradas por -0.1 e some os resultados. Desconsidere as respostas deixadas em branco.*