

## MAT 105 - Vetores e Geometria Analítica

## PROVA 2

Prof. Paolo Piccione

---

---

**Regras:** O teste consiste de 15 problemas. Cada problema admite apenas **uma** resposta correta; preencha a folha de respostas no final da prova. **Cada resposta correta vale 0.7 pts, cada resposta errada vale -0.1 pt, cada resposta em branco vale 0 pt.**

A última folha dessa prova pode ser utilizada para marcar as próprias respostas e conferir com o gabarito. **Não é necessário entregar a folha final.**

---

---

(1) Sejam dados três vetores  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Suponha que  $(u \times v) \cdot w = 1$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $u$  não é ortogonal a  $v$ .
  - (b)  $u$ ,  $v$  e  $w$  são linearmente independentes.
  - (c)  $w$  é ortogonal a  $u \times v$
  - (d)  $u$  e  $v$  não são ambos ortogonais a  $w$ .
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(2) Encontre a equação do plano que passa por  $P = (1, -1, 3)$  e perpendicular à reta  $x = 5 + 8t$ ,  $y = 5 - 2t$ ,  $z = 5$ .

- (a)  $4x - y + 2z = 5$
  - (b)  $4x - y - z = 5$
  - (c)  $4x - y = 5$
  - (d)  $4x - y + z = 5$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(3) Sejam  $\pi_1$  e  $\pi_2$  dois planos no espaço. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) Se  $\pi_1$  é perpendicular a  $\pi_2$ , então a interseção  $\pi_1 \cap \pi_2$  é um ponto.
- (b) Se  $\pi_1$  é paralelo a  $\pi_2$ , então a interseção  $\pi_1 \cap \pi_2$  é vazia.
- (c) Se a interseção  $\pi_1 \cap \pi_2$  é uma reta, então  $\pi_1$  e  $\pi_2$  não são paralelos.
- (d) Se a interseção  $\pi_1 \cap \pi_2$  contem infinitos pontos, então  $\pi_1$  e  $\pi_2$  não são paralelos.
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(4) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  os pontos vértices de um triângulo, e seja  $M$  o ponto médio de  $AB$ . Dados  $A = (2, -1, 3)$ ,  $\vec{BC} = (4, 1, -2)$  e  $\vec{AM} = (2, 0, -1)$ . Encontre  $B$ .

- (a)  $B = (2, -\frac{3}{2}, 3)$ .
- (b)  $B = (-2, \frac{3}{2}, 3)$
- (c)  $B = (-2, \frac{3}{2}, -3)$
- (d)  $B = (2, \frac{3}{2}, 3)$
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(5) Como no Exercício (4), encontre  $C$ .

- (a)  $C = (-6, -\frac{1}{2}, 1)$
- (b)  $C = (-6, \frac{1}{2}, 1)$
- (c)  $C = (6, -\frac{1}{2}, 1)$ .
- (d)  $C = (-6, -\frac{1}{2}, -1)$
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(6) Encontre o ponto  $P$  de interseção entre as retas:

$$r_1 : x = 3t, y = 1 - t, z = 2 - t, \quad e \quad r_2 : x = 1 - 2s, y = 3 + s, z = 5 + s.$$

- (a)  $P = (1, -2, 1)$
- (b) As retas não se interceptam.
- (c)  $P = (-1, 2, -1)$
- (d)  $P = (0, -3, 2)$
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(7) Encontre as equações paramétricas da reta que passa por  $P = (-7, 2, 7)$  e ortogonal à reta  $x = 5t, y = -1 + t, z = 2 + t$ .

- (a)  $x = -7 + t, y = 2 + 2t, z = 7 + 3t$
- (b)  $x = -7 - t, y = -2 + 2t, z = 7 + 3t$
- (c)  $x = 7 - t, y = 2 + 2t, z = 7 + 3t$
- (d)  $x = -7 - t, y = 2 + 2t, z = 7 + 3t$
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(8) Encontre as equações paramétricas da reta interseção dos planos  $2x - y - 3z = 1$  e  $-x - 3y + 5z = 0$ .

- (a)  $x = \frac{3}{7} + 2t, y = -\frac{1}{7} + t, z = t$
  - (b)  $x = \frac{3}{7} + 2t, y = -\frac{1}{7} + t, z = 2t$
  - (c)  $x = \frac{3}{7} + t, y = -\frac{1}{7} + t, z = t$
  - (d)  $x = \frac{3}{7} + 2t, y = -\frac{1}{7} - t, z = t$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(9) Encontre a distância entre as retas:

$$r : x = 5 - t, y = 6 - 2t, z = 7 - 3t, \quad e \quad s : x = 3, y = -1, z = 2 + t.$$

- (a) 0
  - (b)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$
  - (c)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$
  - (d)  $3\sqrt{5}$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(10) Encontre o ponto  $P$  de interseção da reta  $x = 5, y = -3 + 2t, z = 1 - 3t$  e o plano  $2x + 4y - 3z = 1$ .

- (a)  $P = (5, \frac{39}{17}, -\frac{1}{17})$
  - (b)  $P = (5, -\frac{39}{17}, -\frac{1}{17})$
  - (c)  $P = (5, -\frac{39}{17}, \frac{1}{17})$
  - (d)  $P = (5, \frac{39}{17}, \frac{1}{17})$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(11) Considere o plano  $\pi : x - 3y + 2z = 6$  e o ponto  $P = (-7, -10, 9)$ . Determine o ponto  $Q \in \pi$  que minimiza a distância com  $P$ .

- (a)  $Q = (\frac{19}{2}, \frac{5}{2}, 4)$
- (b)  $Q = (-\frac{19}{2}, \frac{5}{2}, 4)$
- (c)  $Q = (\frac{19}{2}, -\frac{5}{2}, 4)$
- (d)  $Q = (-\frac{19}{2}, -\frac{5}{2}, 4)$
- (e) nenhuma das anteriores.

---

(12) Como no Exercício (11), calcule a distância  $d$  entre  $P$  e  $\pi$ .

- (a)  $d = 0$
  - (b)  $d = \frac{5}{2}\sqrt{14}$
  - (c)  $d = \frac{5}{3}\sqrt{14}$
  - (d)  $d = 35$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(13) Considere os vetores  $v = (1, 2, -1)$  e  $w = (2, 1, 1)$ . Qual das seguintes afirmações é verdade?

- (a)  $v$  e  $w$  são ortogonais
  - (b)  $v$  e  $w$  são paralelos
  - (c)  $v$  e  $w$  formam um ângulo de  $\frac{\pi}{4}$
  - (d)  $v$  e  $w$  formam um ângulo de  $\frac{\pi}{6}$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(14) Considere o sistema:

$$\begin{cases} 2x_1 + \alpha x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + \beta x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + \gamma x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Assuma que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a 2. Determine o valor de  $x_2$ .

- (a)  $x_2 = \frac{11}{2}$
  - (b)  $x_2 = 0$
  - (c)  $x_2 = 11$
  - (d)  $x_2 = \frac{2}{11}$
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

(15) Dados os vetores  $v = (5, -1, 1)$  e  $w = (1, -3, -2)$ , calcule a projeção  $P_w(v)$  de  $v$  na direção  $w$ .

- (a)  $P_w(v) = \frac{7}{3}w$
  - (b)  $P_w(v) = 0$
  - (c)  $P_w(v) = \frac{3}{7}v$
  - (d)  $P_w(v) = \frac{3}{7}w$
  - (e) nenhuma das anteriores.
-

**FOLHA DE RESPOSTAS**

*Essa folha será utilizada para a avaliação da sua prova.*

---

---

**Nome:** .....

**Número USP:** .....

**Assinatura:** .....

---

---

**PROVA C**

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
(14)	
(15)	

**RESPOSTAS MARCADAS**

Copie aqui as respostas marcadas, e fique com essa folha para sua conferência.

*NON É NECESSÁRIO ENTREGAR ESSA FOLHA!!!!*

**PROVA C**

	Resposta	Gabarito
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		
(5)		
(6)		
(7)		
(8)		
(9)		
(10)		
(11)		
(12)		
(13)		
(14)		
(15)		

**LEMBRETE:** para calcular sua nota, multiplique o número de respostas corretas por 0.7, o número de respostas erradas por  $-0.1$  e some os resultados. Desconsidere as respostas deixadas em branco.