

## MAT 105 - Vetores e Geometria Analítica

## PROVA 1

Prof. Paolo Piccione

---

---

**Regras:** O teste consiste de 15 problemas. Cada problema admite apenas **uma** resposta correta; preencha a folha de respostas no final da prova. **Cada resposta correta vale 0.7 pts, cada resposta errada vale -0.1 pt, cada resposta em branco vale 0 pt.**

A última folha dessa prova pode ser utilizada para marcar as próprias respostas e conferir com o gabarito. **Não é necessário entregar a folha final.**

---

---

(1) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  matrizes  $3 \times 3$ , e suponha que  $\det(A^{-1}) = 3$ ,  $\det(B^T) = 2$  e  $C = 2 \cdot I_3$ , onde  $I_3$  é a matriz identidade  $3 \times 3$ . Calcule o determinante da matriz  $A^2 C^T B^{-1}$ .

(a) 36

(b)  $\frac{1}{9}$

(c)  $\frac{4}{9}$

(d)  $-\frac{1}{9}$

(e) nenhuma das anteriores.

---

(2) Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \end{pmatrix}$  e seja  $B = \text{adj}(A)$  a sua adjunta. Calcule a entrada  $b_{23}$  da  $B$ .

(a) 5

(b) 2

(c) -2

(d) -5

(e) nenhuma das anteriores.

---

(3) Sejam  $A$  e  $B$  duas matrizes  $3 \times 3$  tais que  $AB = 0$ . Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira? (O enunciado correto do exercício deveria especificar que  $B \neq 0$ ; nesse caso a resposta correta seria a (c). Na forma apresentada, a resposta correta é a (e).)

(a)  $A$  ou  $B$  é a matriz nula;

(b)  $AB = BA$ ;

(c)  $A$  não é inversível;

(d)  $A$  é inversível.

(e) nenhuma das anteriores.

---

- (4) Seja  $A$  a matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Calcule o determinante de  $A$ .
- (a) 0
  - (b) 12
  - (c) -3
  - (d) 4
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

- (5) Seja  $A$  uma matriz  $3 \times 4$ ,  $B$  uma matriz coluna  $3 \times 1$ ,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ , e considere o sistema de três equações em quatro incógnitas  $AX = B$ . Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?
- (a) O sistema admite infinitas soluções.
  - (b) Se o sistema homogêneo  $AX = 0$  admitir infinitas soluções, então também  $AX = B$  admite infinitas soluções.
  - (c) O sistema admite pelo menos uma solução.
  - (d) Se o sistema admitir uma solução, então ele admite infinitas soluções.
  - (e) nenhuma das anteriores.
- 

- (6) Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ , tal que  $AB = BA$  para toda matriz  $B$  de tamanho  $n \times n$ . Qual das seguintes afirmações é (necessariamente) verdadeira?
- (a)  $A = 0$
  - (b)  $A^2$  é um múltiplo da identidade
  - (c)  $A = I_n$
  - (d)  $A$  é uma potência de  $B$ .
  - (e) nenhuma das anteriores.
-

(7) Seja  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Calcule  $B = A^2 - 2A^T$ .

(a)  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 7 & -4 & 6 \end{pmatrix}$

(b)  $B = 0$

(c)  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 7 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

(d)  $B = (A - 2)(A - T)$

(e) nenhuma das anteriores.

---

(8) Seja  $A$  uma matriz  $3 \times 3$  e  $\text{adj}(A)$  a sua adjunta; suponha que o produto  $A \cdot \text{adj}(A)$  tem determinante 64. Calcule o determinante de  $A$ .

(a) 2

(b) 4

(c) 8

(d) 16

(e) nenhuma das anteriores.

---

(9) Calcule o posto da matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) nenhuma das anteriores.

---

(10) Seja  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$  e  $B = A^{-1}$  a sua inversa. Calcule a entrada  $b_{21}$  da  $B$ .

(a)  $-\frac{1}{2}$

(b) 1

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) -1

(e) nenhuma das anteriores.

---

(11) Encontre a matriz  $2 \times 2$ ,  $A$ , que satisfaz:  $\left[ A^T - 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

(a)  $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

(b)  $A = \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

(c)  $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 11 & -3 \end{pmatrix}$

(d)  $A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 11 & -3 \end{pmatrix}$

(e) nenhuma das anteriores.

---

(12) Resolva o sistema  $AX = B$ , com  $A = \begin{pmatrix} 1 & -11 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

(a)  $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R};$

(b) O sistema não admite solução;

(c)  $X = t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, t, s \in \mathbb{R};$

(d)  $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$

(e) nenhuma das anteriores.

---

(13) Seja  $A$  uma matriz  $3 \times 3$  com  $\det(A) = -1$ , e  $B$  a matriz obtida multiplicando a segunda linha de  $A$  por 2. Calcule  $\det(A + B)$ .

(a) -3

(b) -2

(c) -12;

(d) -4

(e) nenhuma das anteriores.

---

(14) Resolva o sistema  $AX = B$ , com  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

(a)  $X = t \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ;

(b)  $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;

(c)  $X = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ;

(d) O sistema não admite solução;

(e) nenhuma das anteriores.

---

(15) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  matrizes  $n \times n$ . Qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira?

(a)  $\det(A + B + C) = \det(A) + \det(B) + \det(C)$ ;

(b)  $\det(A \cdot B \cdot C^T) = \det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C)$ ;

(c)  $\det(A \cdot B) = \det(A \cdot C)$ ;

(d)  $\det(A \cdot B + C) = \det(A) \cdot \det(B) + \det(C)$ .

(e) nenhuma das anteriores.

---

**FOLHA DE RESPOSTAS**

*Essa folha será utilizada para a avaliação da sua prova.*

---

---

**Nome:** .....

**Número USP:** .....

**Assinatura:** .....

---

---

**PROVA B**

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
(14)	
(15)	

**RESPOSTAS MARCADAS**

*Copie aqui as respostas marcadas, e fique com essa folha para sua conferência.*

*NON É NECESSÁRIO ENTREGAR ESSA FOLHA!!!!*

**PROVA B**

	<i>Resposta</i>	<i>Gabarito</i>
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		
(5)		
(6)		
(7)		
(8)		
(9)		
(10)		
(11)		
(12)		
(13)		
(14)		
(15)		

**LEMBRETE:** *para calcular sua nota, multiplique o número de respostas corretas por 0.7, o número de respostas erradas por  $-0.1$  e some os resultados. Desconsidere as respostas deixadas em branco.*