Tarefa 14

Exercício A [Aprox 6.5] Escreva uma versão desaleatorizada do algoritmo MaxSat-GW. Apresente-a da forma mais simples que puder omitindo, se possível, todos os vestígios "probabilísticos" do algoritmo original. Prove, sem usar argumentos probabilísticos, que o algoritmo obtido é uma 0,63-aproximação para MaxSat.

Exercício B [Aprox 6.7] Considere a seguinte versão ponderada do MaxSat. Além do conjunto V e da coleção $\mathcal{C}$ de cláusulas sobre V, é dado também um peso w_C em $\mathbb{Q}_{\geq}$ para cada cláusula C em $\mathcal{C}$; o problema consiste em encontrar uma valoração que maximize a soma dos pesos das cláusulas satisfeitas. Modifique os três algoritmos apresentados neste capítulo, bem como suas análises, para o MaxSat ponderado. Que razão de aproximação tem cada um dos algoritmos modificados?

Exercício C [Aprox 6.2] Inspire-se no algoritmo MaxSat-Johnson e projete uma 0,5-aproximação probabilística polinomial para o **problema do corte máximo**:

> **Problema** MaxCut (G, w): *Dado um grafo G e um peso w_e em $\mathbb{Q}_{\geq}$ para cada aresta e de G, encontrar um corte R que maximize $w(R)$.*

Apresente uma versão desaleatorizada do seu algoritmo.

Exercício opcional 1 Suponha que $\hat{x}, \hat{z}$ é uma solução ótima do programa linear (6.1). Agora suponha que uma de minhas cláusulas, digamos C, tem a forma $(\{v_1, \ldots, v_k\}, \emptyset)$. Mostre, com todos os detalhes, que a probabilidade de que C não esteja satisfeita pela valoração produzida pela algoritmo MaxSat-GW é no máximo $1 - 0{,}63\,\hat{z}_C$. Dica: $\beta_k := (1 - k^{-1})^k < 1/e < 0{,}37$.

Exercício opcional 2 Mostre que, para qualquer $k \geq 1$,

$$\frac{(1 - 2^{-k}) + (1 - \beta_k)}{2} \;\geq\; \frac{3}{4},$$

onde $\beta_k = (1 - k^{-1})^k$.

Exercício opcional 3 Escreva um algoritmo que receba um conjunto A de arestas de um grafo e decida se A é ou não um corte (ou seja, encontre um subconjunto X de V_G tal que $A = \delta(X)$).