

# ERRATA

## “Uma Introdução Sucinta a Algoritmos de Aproximação”

PF

16/4/2003

Esta errata deve ser encarada com cautela porque ainda não foi verificada por todos os autores.

A indicação “linha -15” significa “linha 15 de baixo para cima”.

### **Sec.2.2 (Cobertura por conjuntos), p.9, linha -1**

Troque “já que consome tempo  $O(|E||\mathcal{S}|)$ ” por “já que consome tempo  $O(|U|^2|\mathcal{S}|)$  sendo  $U := \bigcup \mathcal{S}$ . Na verdade, uma implementação mais cuidadosa consome tempo  $O(|U||\mathcal{S}|)$ . Se  $E = U$ , podemos dizer que o consumo de tempo é  $O(|E||\mathcal{S}|)$ .”

### **Sec.2.3 (Mochila), p.12, linha 9**

Troque “Por exemplo, se  $n = 1$  e  $m > v_1$ ” por “Por exemplo, se  $n = 1$  e  $m \geq w_1$ ”.

### **Sec.2.3 (Mochila), p.13, linha -3**

Troque “é conhecido um esquema de” por “é um esquema de”.

**Sec.2.4 (Caixeiro Viajante), p.15, linha 17**

Troque “duas cópias de cada elemento de  $E_T \cap F$ ” por “uma cópia de cada elemento de  $E_T \cup F$  e mais uma cópia de cada elemento de  $E_T \cap F$ ”.

**Sec.2.4 (Caixeiro Viajante), p.17, linha 8**

Troque “a uma aresta de  $M$ .” por “a uma aresta de  $M$ . É claro que grafos completos como os nossos têm emparelhamentos perfeitos.”

**Cap.2 (Algoritmos Clássicos) Exercícios, p.19, linha 6**

Troque  $\mathcal{B}$  por  $\mathcal{S}$ .

**Cap.1 (Algoritmos Clássicos), exercício 2.2, p.18**

Troque “não-decrescente” por “não-crescente”.

Também troque todas as ocorrências de  $4/3$  por  $4/3 - \frac{1}{3m}$ .

**Sec.3.2 (Técnica Métrica), p.27, linha 3. eq (3.5)**

Troque  $(4 \ln 2k) cx$  por  $(4 \ln 2k) c\hat{x}$ .

**Cap.4 (Método Dual), p.38, exercício 4.5, linha 19**

Troque “cujo valor é igual ao da cobertura produzida” por “cujo valor é igual a  $1/H_n$  vezes o da cobertura produzida”.

**Sec.5.1 (Método primal-dual clássico), p.43, linha 11**

Troque “de acordo com o teorema fraco da dualidade (lema C.1, apêndice C)” por “de acordo com o lema da dualidade (lema C.1, apêndice C)”.

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.44, linha 6**

Acrescente ao fim do primeiro parágrafo da página: “O método se aplica quando  $b \geq 0$  e  $c \geq 0$ . Suporemos que essas condições valem ao longo da presente seção.”

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.44, linha -6**

Troque “recebe um sistema  $(A, b, c)$  tal que ” por “recebe um sistema  $(A, b, c)$  tal que  $b \geq 0, c \geq 0$  e”.

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.45, linha 10**

Troque “aproximadas,  $x$  é um vetor em  $X(A, b)$  tal que” por “aproximadas, existe um vetor  $x$  em  $X(A, b)$  tal que”.

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.45, linha 10**

Troque “Caso contrário, pelo lema de Farkas, o seguinte” por “Caso contrário, como  $b \geq 0$ , o lema de Farkas (lema C.5) garante que o seguinte”.

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.45, linha -2**

Troque “Suponha que o método pare após devolver os vetores” por “Suponha que o método devolva os vetores”.

**Sec.5.3 (Transversal mínima), p.47, linha -2**

Troque “cada subconjunto de  $\mathcal{S}$  não é vazio” por “ $S \neq \emptyset$  para cada  $S$  em  $\mathcal{S}$ ”.

**Sec.5.3 (Transversal mínima), p.48, linha -17**

Troque  $\beta y b$  por  $\beta y(\mathcal{S})$ .

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.49, linha -7**

Elimine o ponto final no fim de “ $R \cap S \neq \emptyset$  e  $R \setminus S \neq \emptyset$ .”

**Cap.5. (Método primal-dual), exercício 5.1, p.57**

Acrescente “Mostre que se  $\text{RAP}(A, b, y, \alpha, \beta)$  não é viável então  $\text{RAD}(A, b, y, \alpha)$  é viável (embora a recíproca possa não ser verdadeira).”

**Cap.5. (Método primal-dual), exercícios 5.15, p.58**

Troque “Formule o problema do multicorte mínimo (MINMCUT) como um problema da transversal mínima  $\text{MINTC}(E, \mathcal{S}, c)$  equivalente. Mostre que, se as linhas a seguir são inseridas entre as linhas 9 e 10 do algoritmo  $\text{MINTC-BE}$ , então” por “Formule o problema do multicorte mínimo,  $\text{MINMCUT}$ , como um problema  $\text{MINTC}$ . Agora considere o algoritmo  $\text{MINTC-BE}$ . Mostre que se o conjunto  $R$  for escolhido com cuidado em cada iteração e se as linhas a seguir forem inseridas antes da devolução de  $J$ , então”. Também troque  $k$  por  $m$  nas linhas 9a e 9c.

**Cap.6. (Algoritmos Probabilísticos), p.63–64**

Nas notas de rodapé, troque todas as ocorrências de  $\mathcal{P}$  por  $\mathcal{P}$ .

**Sec. 6.2 (Desaleatorização), p.70, linha -10**

Trocar  $\{\emptyset, \emptyset\}$  por  $(\emptyset, \emptyset)$ .

**Sec. 6.2 (Desaleatorização), p.71, linha -3**

Trocar  $O(|V|)$  por  $O(|\mathcal{C}|)$ .

**Sec.6.3 (Geradores de números aleatórios), p.72, linha 14**

Troque “desse algoritmo  $\text{RAND}$  [Knu98]” por “desse algoritmo  $\text{RANDUNI}$  [Knu98]”.

**Sec.6.3 (Geradores de números aleatórios), p.72, linha -9**

Troque “requer manipulação números reais” por “requer manipulação de números reais”.

**Sec.7.1 (Corte máximo), p.81, linha -9**

Enunciado do teorema 7.2: Troque “pelo pelo” por “pelo”.

**Sec.8.2 (NP-completude e inaproximabilidade), p.91, linha 2**

Trocar “algoritmo polinomial o problema” por “algoritmo polinomial para o problema”.

**Ap.D (Teoria das Probabilidades) p.121–123**

Troque todas as ocorrências de  $\mathcal{P}$  por  $\mathcal{P}$ .

**Ap.E (Complexidade Computacional) p.126, linha 1**

Redação confusa. Troque “caracteres usados em  $w$  (contando-se multiplicidades)” por “caracteres de  $w$ ”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.128, linha -7**

Troque “a  $\Pi(I, C)$  é SIM.” por “a  $\Pi'(I, C)$  é SIM.”

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha -14**

[Imprecisão técnica.] Troque “número de operações elementares realizadas não depende do tamanho dos números (caso exista algum) que definem uma instância do problema” por “número de operações aritméticas (adições, subtrações, multiplicações, divisões e comparações) que realiza ao resolver uma instância de um problema não depende do tamanho dos números (caso exista algum) que definem a instância”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha -10**

[Imprecisão técnica.] Troque “operações elementares realizadas” por “operações aritméticas que realiza”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha -5**

[Imprecisão técnica.] Troque “operações elementares” por “operações aritméticas”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha -2**

[Imprecisão técnica.] Troque “operações elementares” por “operações aritméticas”.

# Desiderata

Estão reunidas aqui algumas sugestões de aperfeiçoamento da redação e da notação.

## Sec.2.1 (Escalonamento), p.5, linha -12

A definição de *makespan* ficaria melhor assim: “*Makespan* é o tempo necessário para que a execução do conjunto de tarefas sob as seguintes hipóteses: as máquinas operam em paralelo e todas começam a operar no mesmo instante.” Melhor ainda: defina *makespan* de um escalonamento como  $\max_k t(M_k)$  onde o máximo é tomado sobre o escalonamento  $\{M_1, \dots, M_m\}$ .

## Sec.2.1 (Escalonamento), p.7, linha 16

Aperfeiçoamento de notação. Troque  $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n t_i$  por  $\frac{1}{m} \sum_{h=1}^n t_h$ .

## Sec.2.2 (Cobertura por conjuntos), p.8

Aperfeiçoamento da notação. Nesta seção, troque todos os  $\mathcal{T}$  por  $\mathcal{Z}$ .

## Sec.2.2 (Cobertura por conjuntos), p.8, linha -6

Aperfeiçoamento. Elimine as linhas 5 e 6 do código e troque a linha 7 por  $\mathcal{T}' \leftarrow \text{MINCC-CHVÁTAL}(E', \mathcal{S}, c)$ .

## Sec.3.2 (Técnica métrica), p.27, linha -6

Mais preciso. Troque “um vetor racional  $c$  e um vetor racional não-negativo  $x$  tal que” por “vetores racionais não-negativos  $c$  e  $x$  indexados por  $E_G$  tais

que”.

### Sec.3.2 (Técnica métrica), p.28, linha 1

Troque “ $V_G$  que separe os dois vértices de algum par ... aplicado, recursivamente, ao grafo  $(V_G, B)$ ” por “ $V_G$  que tenha as seguintes propriedades:

- (1) nenhum par em  $K$  é subconjunto de  $S$ ,
- (2) algum par em  $K$  tem exatamente um vértice em  $S$  e
- (3)  $c(\delta(S))$  é razoavelmente pequeno.

A partição  $(S, T)$  induz a partição  $(A, \delta(S), B)$  de  $E_G$ , onde  $A$  é o conjunto das arestas que têm ambos os extremos em  $S$  e  $B$  é o conjunto das arestas que têm ambos os extremos em  $T$ . Se denotarmos por  $c_A$  e  $x_A$  as restrições de  $c$  e  $x$  ao conjunto  $A$  e por  $c_{\delta(S)}$  e  $x_{\delta(S)}$  as restrições de  $c$  e  $x$  a  $\delta(S)$ , a exigência do item (3) pode ser formulada precisamente:

$$c(\delta(S)) \leq (2 \ln 2k) \left( c_A x_A + c_{\delta(S)} x_{\delta(S)} + \frac{1}{k} c x \right).$$

Uma vez determinada a partição  $(S, T)$ , o algoritmo é aplicado, recursivamente, ao grafo  $(V_G, B)$ .”

### Cap.5 (Método Primal-Dual), p.41–61

Sugiro trocar todas as ocorrências de “folgas  $\alpha$ -aproximadas” por “folgas  $\alpha$ -complementares”. Analogamente, trocar todas as ocorrências de “folgas  $\beta$ -aproximadas” por “folgas  $\beta$ -complementares”. Também trocar “folgas aproximadas” por “folgas complementares aproximadas”.

### Sec.5.1 (Método primal-dual clássico), p.41

Todas a seção 5.1 deveria ser transportada para o fim do apêndice C do o título “Método primal-dual”.

### Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.44, linha 10

Troque  $(yA)_j \geq \alpha c_j$  por  $\alpha c_j \leq (yA)_j \leq c_j$ .

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.44, linha 13**

Troque  $(Ax)_i \leq \beta b_i$  por  $b_i \leq (Ax)_i \leq \beta b_i$ .

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.44, linha 22**

Retire o parágrafo “Uma consequência imediata ... respectivamente.” [Esse material é repetido na página 46.]

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.45**

Troque todas as ocorrências de “ $\text{RAP}(A, b, y, \alpha, \beta)$ ” por “ $\text{RAP}(A, b, y)$ ”. Também troque todas as ocorrências de “ $\text{RAD}(A, b, y, \alpha)$ ” por “ $\text{RAD}(A, b, y)$ ”.

**Sec.5.2 (Método de aproximação primal-dual), p.46, linha -3**

Seria bom introduzir a notação  $\mathcal{S}_e := \{S \in \mathcal{S} : S \ni e\}$ . Com isso, a expressão  $\sum_{S:e \in S} y_S$  poderia ser substituída por  $y(\mathcal{S}_e)$ . Substituições análogas poderiam ser feitas em várias ocasiões adiante.

**Sec.5.3 (Transversal mínima), p.47, linha -8**

Troque as duas primeiras linhas do parágrafo por “O algoritmo MINTC-BE, resultante da aplicação do método de aproximação primal-dual ao MINTC, é devido a Bar-Yehuda e Even [BYE81]. Ele foi...”.

**Sec.5.3 (Transversal mínima), p.47, linha -5**

Elimine a frase redundante “MINTC-BE recebe um conjunto finito  $E$ , uma coleção  $\mathcal{S}$  de subconjuntos não-vazios de  $E$  e um custo  $c_e$  em  $\mathbb{Q}_{\geq}$  para cada  $e$  em  $E$ ”.

**Sec.5.3 (Transversal mínima), p.48, linha 2**

Troque “ $1 \quad J \leftarrow \{e \in E : c_e = 0\}$ ” por “ $1 \quad J \leftarrow \emptyset$ ”.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.49, linha -7**

Troque o texto da nota de rodapé por “Se  $F$  não for geradora, basta acrescentar vértices isolados apropriados.”

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.49**

Teria sido mais sugestivo usar os termos **separador** e **não-separador** no lugar de **ativo** e **inativo** respectivamente.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.50, linha -13**

Troque “que discutimos mais abaixo, devido a Goemans e Williamson [GW95a].” por “Goemans e Williamson [GW95a], que discutimos mais abaixo.”

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.50, linha -10**

Troque “folgas 1-aproximadas” por “folgas complementares”.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.51, linha 4**

Troque “condição de folgas 1-aproximadas” por “condição primal de folgas complementares”.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.51, linha 14**

Elimine a sentença supérflua “Devemos, então, escolher uma aresta externa e acrescentá-la à  $F$ .”

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.51, linha -11**

Elimine a sentença supérflua “ainda que de maneira pouco detalhada”.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.52, linha -15**

Elimine a sentença redundante “indexado por  $\mathcal{S}$  e definido por  $y'_S = 1$  se e somente se  $S \in \mathcal{S}_F$ ”.

**Sec.5.4 (Floresta de Steiner), p.56, linha -6**

Troque “de folgas 1-aproximadas” por “de folgas complementares”.

**Cap.5. (Método primal-dual), exercícios 5.8–5.11, p.57–58**

Troque todas as ocorrências de “transversal mínima equivalente” por “transversal mínima”.

**Cap.5. (Método primal-dual), exercícios 5.14, p.58**

Elimine o “equivalente”.

**Cap.5. (Método primal-dual), exercícios 5.18, p.59**

Troque “do algoritmo MINFS-GW( $G, c, \mathcal{R}$ ) é  $2 - \frac{2}{n}$ , onde  $n := |V_G|$ ” por “do algoritmo MINFS-GW é  $2 - \frac{2}{n}$ , onde  $n := |V_G$  e  $G$  é o primeiro argumento do algoritmo”.

**Sec.6.1 (Satisfatibilidade Máxima), p.66, linhas -8 e -6**

Por consistência com a notação adotada no resto do livro, troque  $\sum_{C \in \mathcal{C}} z_C$  por  $z(\mathcal{C})$ . Analogamente troque  $\sum_{v \in C_1} x_v$  por  $x(C_1)$  e troque  $\sum_{v \in C_0} (1 - x_v)$  por  $\bar{x}(C_0)$ , onde  $\bar{x}_v := 1 - x_v$  para todo  $v$ .

**Sec.6.1 (Satisfatibilidade Máxima), p.67, linha 5**

Por consistência com a notação adotada no resto do livro, troque  $\sum_C \hat{z}_C$  por  $\hat{z}(\mathcal{C})$ .

**Sec.6.1 (Satisfatibilidade Máxima), p.68, linha 9**

Por consistência com a notação adotada no resto do livro, troque  $\sum_{v \in C_0} \hat{x}_v$  por  $\hat{x}(C_0)$  e troque  $\sum_{v \in C_1} (1 - \hat{x}_v)$  por  $\bar{\hat{x}}(C_1)$ , onde  $\bar{\hat{x}}_v := 1 - \hat{x}_v$  para todo  $v$ .

**Sec.8.1 (Classes de problemas de otimização), p.88, linha 22**

Na definição de NPO, a ordem dos itens da lista não está boa: o primeiro item (“existe uma função polinomial  $p...$ ”) deveria ser o terceiro.

O segundo item da lista deveria dizer “existe um algoritmo polinomial que decide se um dado objeto é uma instância do problema” (e não “existe um algoritmo polinomial que decide se uma dada palavra é uma representação válida de uma instância do problema”).

O terceiro item deveria terminar assim: “solução viável de uma dada instância  $S$  do problema (ou seja, se  $S \in \text{Sol}(I)$ )”.

**Sec.8.1 (Classes de problemas de otimização), p.88, linha -4**

Trocar “Denotamos pela sigla PO o conjunto dos problemas em NPO para os quais existe uma algoritmo exato polinomial.” por “Denotamos pela sigla PO o conjunto dos problemas em NPO para os quais existe uma algoritmo polinomial que calcula uma solução ótima.”

**Sec.8.1 (Classes de problemas de otimização), p.88, linha -3**

A sentença “A classe APX é formada...” deve ficar num parágrafo separado.

**Sec.8.1 (Classes de problemas de otimização), p.89, linha -4**

Note de rodapé 1: Tirar “e  $\varepsilon$  está fixo”. [Justificativa: a observação é redundante e acaba confundindo.]

**Sec.8.4 (Limiars de aproximação), p.96, linha 10**

Colocar entre aspas as expressões “maior limitante inferior” e “menor limitante superior”.

**Ap.C (Programação Linear), p.116, linha -10**

Sugiro trocar o enunciado do Lema C.2 pelo seguinte: “Se  $x$  e  $y$  têm folgas complementares então  $cx = yb$ . Reciprocamente, se  $x \in X(A, b)$ ,  $y \in Y(A, c)$  e  $cx = yb$  então  $x$  e  $y$  têm folgas complementares.” Acrescentar a seguinte

prova: “Sejam  $J$  e  $I$  os conjuntos  $\{j \in N : (yA)_j = c_j\}$  e  $\{i \in M : y_i = 0\}$  respectivamente. Então

$$\begin{aligned}
 cx &= \sum_{j \in J} c_j x_j + \sum_{j \notin J} c_j x_j \\
 &= \sum_{j \in J} (yA)_j x_j + \sum_{j \notin J} (yA)_j x_j \\
 &= (yA)x \\
 &= y(Ax) \\
 &= \sum_{i \in I} y_i (Ax)_i + \sum_{i \notin I} y_i (Ax)_i \\
 &= \sum_{i \in I} y_i b_i + \sum_{i \notin I} y_i b_i \\
 &= yb,
 \end{aligned}$$

como queríamos demonstrar.”

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.129, linha 6**

Trocar “dados um grafo  $G$  e um circuito  $H$ ” por “dados um grafo  $G$  e uma sequência de vértices  $H$ ”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.129, linha -16**

Aperfeiçoamento da redação. Troque “usando uma subrotina hipotética” por “usando um algoritmo hipotético”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.129, linha -13**

Aperfeiçoamento da redação. Elimine a sentença “Dizemos que um problema  $\Pi$  pode ser reduzido a um problema  $\Pi'$  se  $\Pi \leq_T \Pi'$ ”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha 6**

Aperfeiçoamento da redação. Troque “Um problema  $\Pi$ , não necessariamente em NP” por “Um problema  $\Pi$ , não necessariamente de decisão (e portanto não necessariamente em NP)”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.130, linha -3**

Redação. Troque “que resolve problemas de programação linear e realiza” por “para o problema de programação linear, que realiza”.

**Ap.E (Complexidade Computacional), p.131, linha -12**

Aperfeiçoamento da redação. Troque “Um problema  $\Pi$ , não necessariamente em NP” por “Um problema  $\Pi$ , não necessariamente de decisão (e portanto não necessariamente em NP)”.