

MAE 317

Planejamento e Pesquisa I

Profa. Júlia Maria Pavan Soler
pavan@ime.usp.br

IME/USP – 1º Semestre/2019

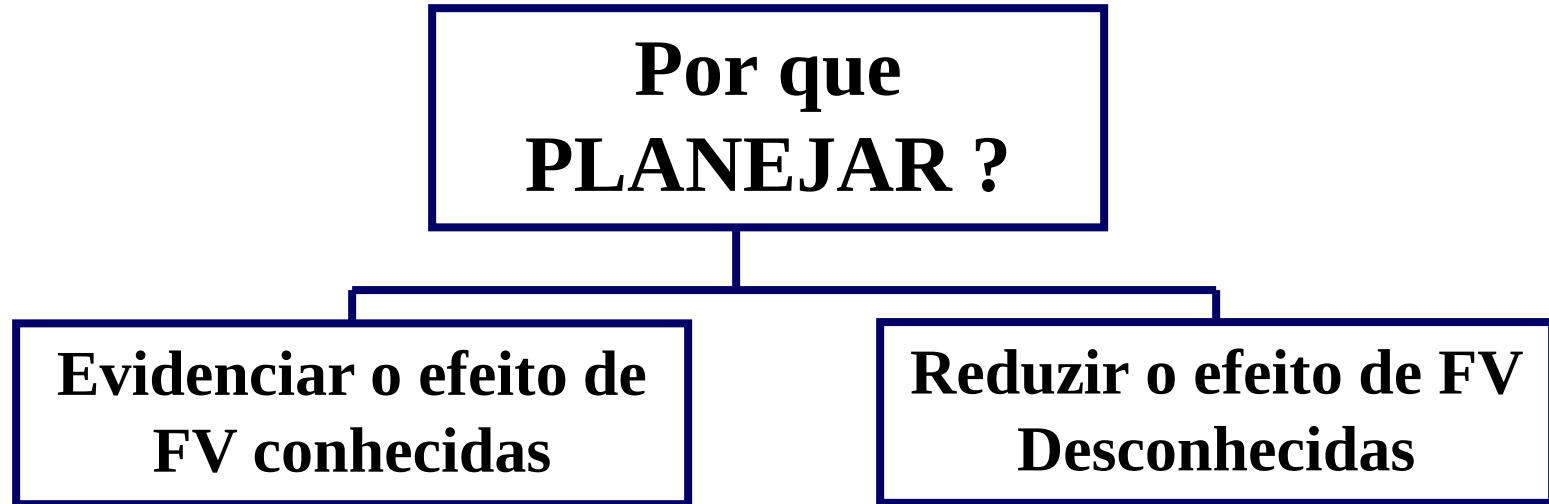
Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos (DABC)

Motivação

- **Por que planejar um experimento ?**
- **Como diminuir o efeito residual?**
- **Como controlar o efeito de fontes de variação “conhecidas” mas que não são de interesse primário no estudo?**



Modelo Estatístico



$$Y = \underbrace{FV\ conhecidas}_{\text{Fatores de interesse principal e fatores de controle}} + e$$

Fatores de interesse principal e fatores de controle

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos

Bloco	Tratamentos				
	T_1	T_2	$\dots$	T_k	
B_1	Y_{11}	Y_{21}	$\dots$	Y_{k1}	“aleatorização restrita” dentro dos blocos
B_2	Y_{12}	Y_{22}	$\dots$	Y_{k2}	
	$\dots$	$\dots$	Y_{ij}	$\dots$	Dentro de cada bloco k unidades experimentais são atribuídas aleatoriamente aos tratamentos
B_n	Y_{1n}	Y_{2n}	$\dots$	Y_{kn}	

n ← n replicações no tratamento j

Exemplo - Blocos

Blocos

Homogeneidade das u.e. dentro de blocos
Fator de Controle $\Rightarrow$ não há interesse
na variabilidade “Entre” blocos

- **Canteiros**
- **Paciente com a mesma gravidade da doença**
- **Animais de mesma linhagem**
- **4 pneus de um carro**
- **Braços, direito e esquerdo, de voluntários**
- **Unidades padronizadas segundo peso, idade, sexo**
- **Técnico, fornecedor, ...**

Exemplo

Dados: Medidas de clorofila *a* em amostras de água filtradas segundo quatro tratamentos

Bloco	Tratamento			
	T1	T2	T3	T4
B1	6,2	12,7	7,0	8,3
B2	4,8	11,3	4,4	7,1
B3	3,0	9,3	3,8	11,7
B4	5,6	9,5	5,0	10,0
B5	7,1	11,7	5,5	8,5
B6	4,8	15,3	3,2	12,4

Estrutura de Blocos (hipotético): coluna de água de um rio.

Exemplo

Dados: Crescimento de plantas (cm) segundo a variedade

Canteiro	Var1	Var2	Var3	Var4
1	19,8	21,9	16,4	14,7
2	16,7	19,8	15,4	13,5
3	17,7	21,0	14,8	12,8
4	18,2	21,4	15,6	13,7
5	20,3	22,1	16,4	14,6
6	15,5	20,8	14,6	12,9

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos



Duas Entradas

Bloco	Tratamentos				
	T_1	T_2	...	T_k	
B_1	Y_{11}	Y_{21}	...	Y_{k1}	<i>2 Fatores</i> Tratamento Bloco
B_2	Y_{12}	Y_{22}	...	Y_{k2}	
...	...	...	Y_{ij}	...	
B_n	Y_{1n}	Y_{2n}	...	Y_{kn}	Variável Resposta

Note que em cada combinação dos níveis dos fatores (Tratamento e Bloco)
NÃO há replicas!

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos

Estrutura dos Dados

- Fatores { Tratamento: *fator de interesse*
Bloco: *fator de controle*
- Aleatorização Restrita (Dentro do Bloco)
- Variável Resposta

Vantagem da Blocagem

eliminar o efeito de uma fonte de variação conhecida (bloco)



redução do efeito residual

Suposições

$$N(\mu_1; \sigma^2)$$



$$N(\mu_2; \sigma^2) \dots$$



$$N(\mu_k; \sigma^2)$$



População



Tratamentos

Bloco	T ₁	T ₂	...	T _k	médias
B ₁	Y ₁₁	Y ₂₁	...	Y _{k1}	$\bar{Y}_{1.}$
B ₂	Y ₁₂	Y ₂₂	...	Y _{k2}	$\bar{Y}_{2.}$
	...	...	Y _{ij}	...	
B _n	Y _{1n}	Y _{2 n}	...	Y _{k n}	$\bar{Y}_{n.}$
médias	$\bar{Y}_{.1}$	$\bar{Y}_{.2}$		$\bar{Y}_{.k}$	$\bar{Y}$

Amostra

✓ Normalidade

✓ Variância
constante

✓ Independência

entre todas as u.a.,
mesmo entre as do
mesmo bloco.

Modelo Teórico - Aditividade

$$y_{ij} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$= \underbrace{\mu_j + \beta_i}_{\text{componente fixo}} + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0; \sigma^2)$$

 componente aleatório

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}$$

 efeito do tratamento

 efeito do bloco

$$\sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$$

Suposição: Modelo Aditivo (não há efeito de interação entre os fatores)

Modelo Teórico / Estimadores

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}$$



identidade útil na obtenção das estatísticas

Resíduo é o efeito de interação entre os fatores

$$\underbrace{y_{ij}}_{\text{observado}} = \bar{y} + \underbrace{(\bar{y}_{.j} - \bar{y})}_{\hat{\tau}_j} + \underbrace{(\bar{y}_{i.} - \bar{y})}_{\hat{\beta}_i} + \underbrace{(y_{ij} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.} + \bar{y})}_{\hat{e}_{ij}}$$

$$\underbrace{\hat{\tau}_j + \hat{\beta}_i}_{\hat{y}_{ij} \text{ predito}}$$

Modelo Teórico / Estimadores

$$y_{ij} = \mu_{ij} + e_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}$$

Sob o modelo aditivo tem-se: $\mu_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i$

Desvio da aditividade: $\mu_{ij} - (\mu + \tau_j + \beta_i)$

$$y_{ij} = \bar{y} + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}) + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.} + \bar{y})$$

$\hat{\beta}_i + \hat{e}_{ij}$: **se reduz ao resíduo do DCA com somente o fator Tratamento**

$$\hat{e}_{ij} = y_{ij} - [\bar{y} + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}) + (\bar{y}_{i.} - \bar{y})]:$$

 Estima o desvio do modelo aditivo $\Rightarrow$ é o efeito de interação entre os fatores tratamento e bloco (na ausência de réplicas para cada combinação dos níveis dos dois fatores)

Hipótese de Interesse

$$\longrightarrow Y_{ij} \sim N(\mu_j + \beta_i; \sigma^2); \quad \mu_j = \mu + \tau_j$$

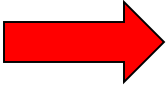
$$\left\{ \begin{array}{l} H : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \quad \Leftrightarrow \quad H : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k = 0 \\ A: \text{existe pelo menos uma diferença entre as médias} \end{array} \right.$$

Existe evidência amostral de diferenças entre as médias de tratamento ?

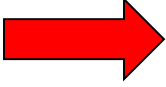


As diferenças ENTRE médias de tratamento são maiores que a variação DENTRO dos tratamentos (corrigida/ajustada pelo efeito de bloco) ?

Hipótese de Interesse


$$Y_{ij} \sim N(\mu_j + \beta_i; \sigma^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \\ A: \text{existe pelo menos uma diferença} \end{array} \right.$$



Em geral não se tem interesse em testar o efeito do fator Bloco

$$H : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = \beta \quad \text{Qual é a estatística deste teste ?}$$

Note que não é possível testar o efeito de interação entre os fatores tratamento e bloco! Este efeito define o resíduo do modelo.

Tabela de ANOVA

$$H: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

F.V.	g l	SQ	QM	F	p
TRAT	k-1	$\sum n (\bar{y}_{.j} - \bar{y})^2$	SQTR/(k-1)	QMTR/QMR	
BLOCO	n-1	$\sum k (\bar{y}_{i.} - \bar{y})^2$			
RESÍDUO	(k-1)(n-1)	$\sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.} + \bar{y})^2$	SQR/(k-1)(n-1)		
TOTAL	nk-1	$\sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y})^2$			

(n-1)+(k-1)(n-1)=nk-k

Efeito de interação

$F \sim F [k-1, (k-1)(n-1)]$ Como tomar decisão sobre H ?

Em geral não há interesse em testar o efeito do fator Bloco

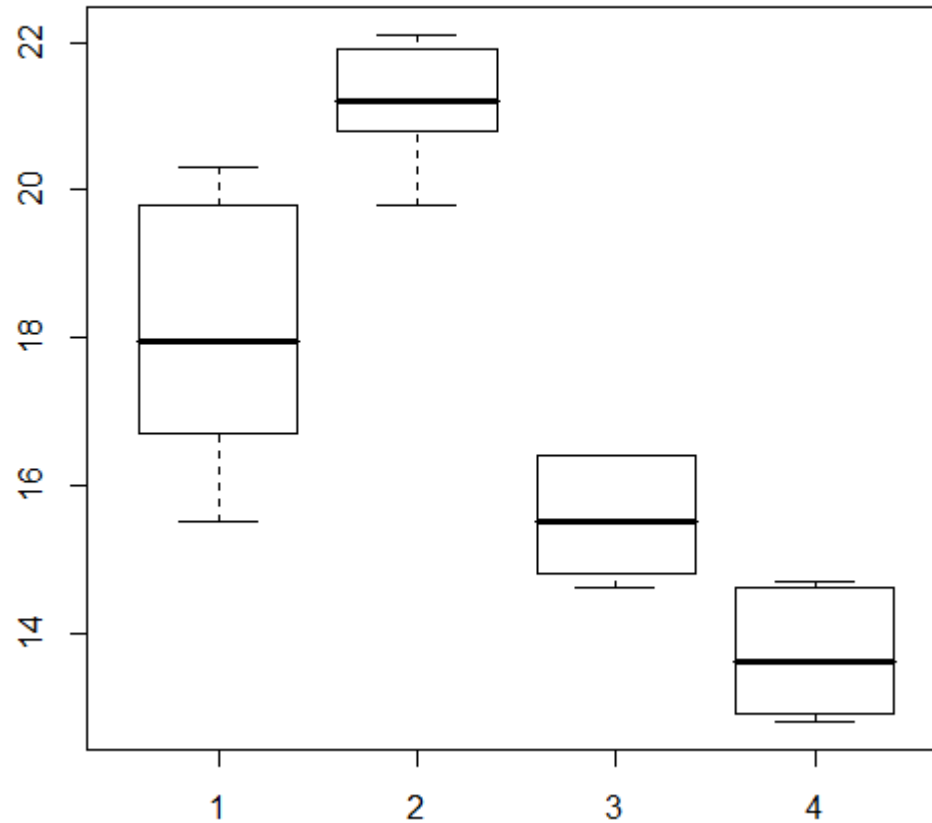
Exemplo

Dados: Crescimento de plantas (cm) segundo a variedade

Canteiro	Var1	Var2	Var3	Var4
1	19,8	21,9	16,4	14,7
2	16,7	19,8	15,4	13,5
3	17,7	21,0	14,8	12,8
4	18,2	21,4	15,6	13,7
5	20,3	22,1	16,4	14,6
6	15,5	20,8	14,6	12,9

Modelo ANOVA - DABC

Crescimento de plantas de acordo com Variedade



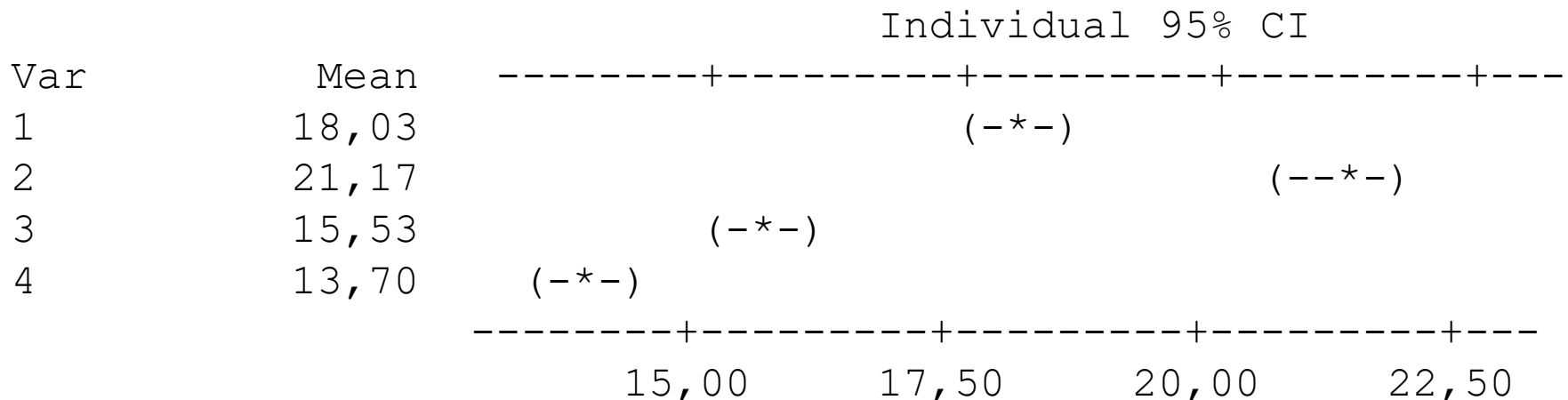
	Var1	Var2	Var3	Var4
Média	18.03	21.17	15.53	13.70
Desvio Padrão	1.82	0.84	0.77	0.81

Hipóteses ?
Suposições ?

Analysis of Variance Table

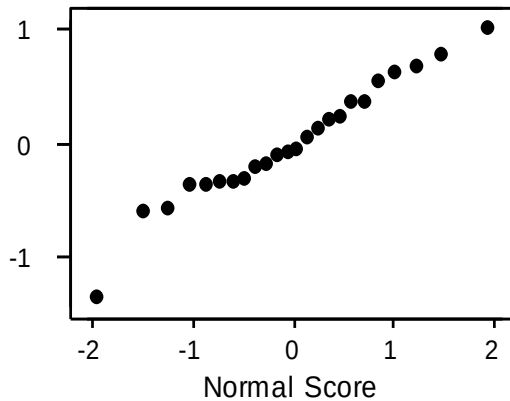
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
factor(Var)	3	188.538	62.846	144.4369	2.742e-11	***
factor(Bloco)	5	19.793	3.959	9.0981	0.0003857	***
Residuals	15	6.527	0.435			
Total	23	214.858				

Concl. ?

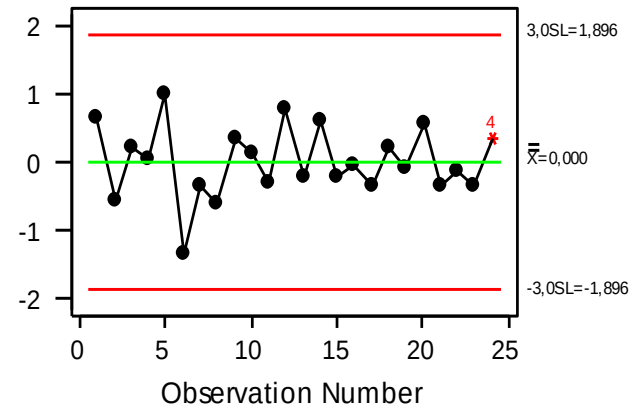


Residual Model Diagnostics

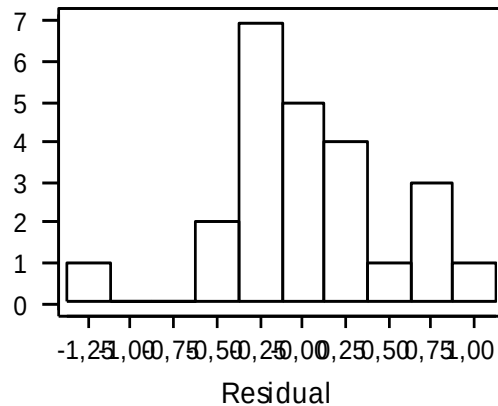
Normal Plot of Residuals



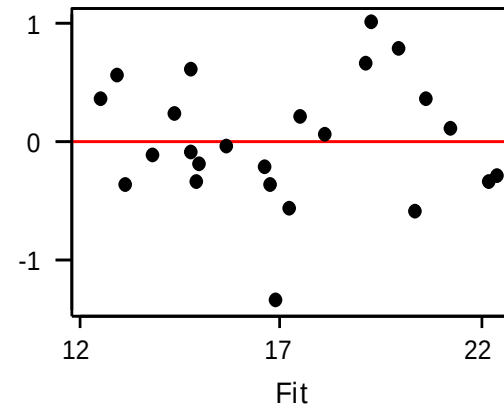
I Chart of Residuals



Histogram of Residuals



Residuals vs. Fits



As suposições do modelo estão satisfeitas ?

Modelos ANOVA – DCA e DABC

Delineamento Completamente Aleatorizado - DCA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
factor(Var)	3	188.54	62.846	47.755	2.654e-09	***
Residuals	20	26.32	1.316			

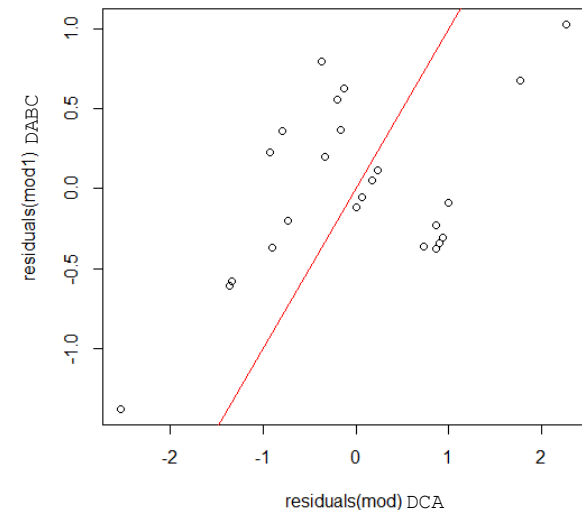
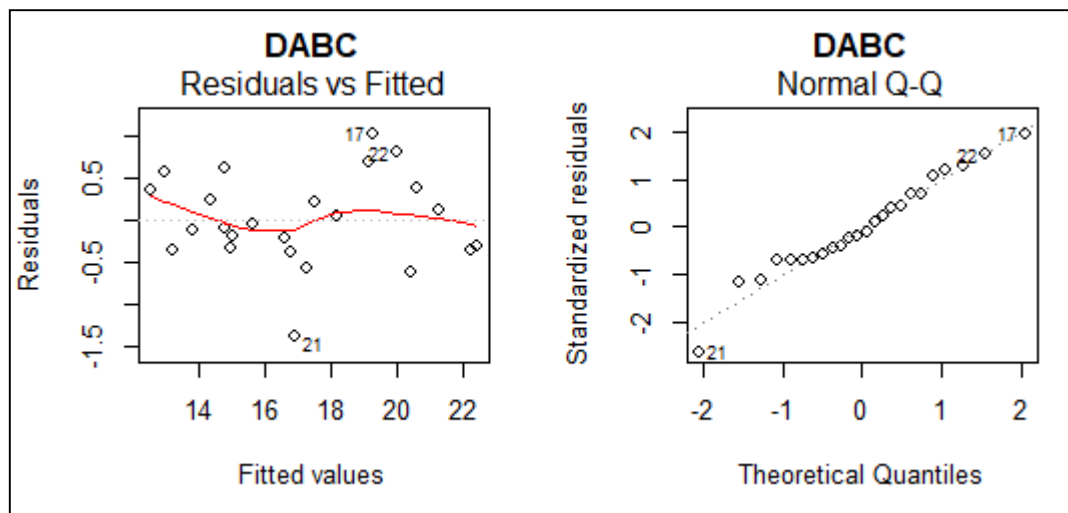
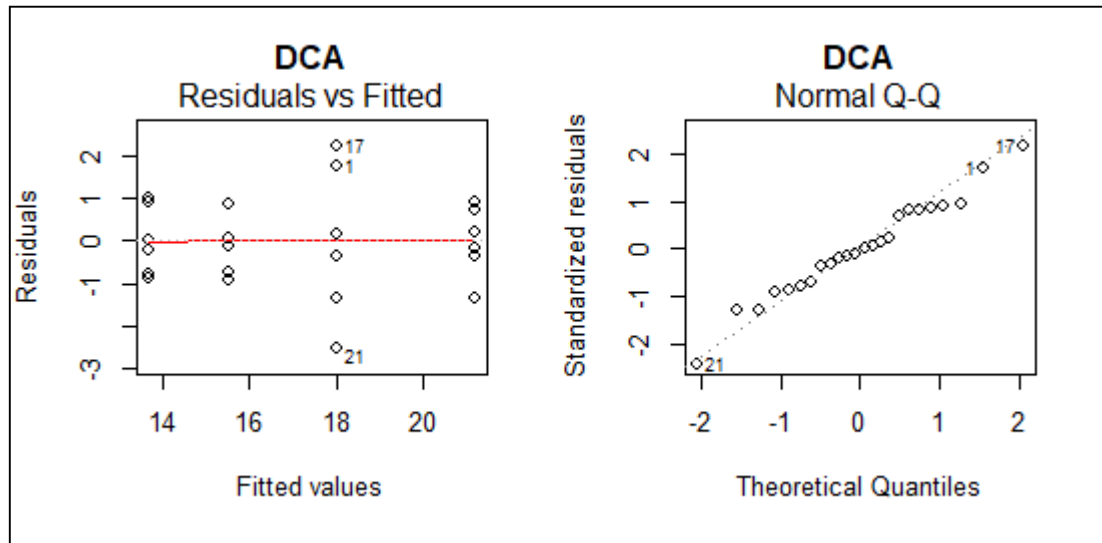
Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos - DABC

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
factor(Var)	3	188.538	62.846	144.4369	2.742e-11	***
factor(Bloco)	5	19.793	3.959	9.0981	0.0003857	***
Residuals	15	6.527	0.435			

Medida de eficiência: $1.316/0.435 = 3.03$

Sucesso da blocagem em
reduzir cerca de 3 vezes a
variabilidade do erro!

Modelos ANOVA – DCA e DABC



DABC - Tukey Simultaneous Tests

Response Variable resp

All Pairwise Comparisons among Levels of var

Hipóteses ?

var = 1 subtracted from:

Level var	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
2	3,133	0,3808	8,23	0,0000
3	-2,500	0,3808	-6,56	0,0001
4	-4,333	0,3808	-11,38	0,0000

(21,17-18,03)/($\sqrt{2} \cdot 0.435/6$)

var = 2 subtracted from:

Level var	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
3	-5,633	0,3808	-14,79	0,0000
4	-7,467	0,3808	-19,61	0,0000

var = 3 subtracted from:

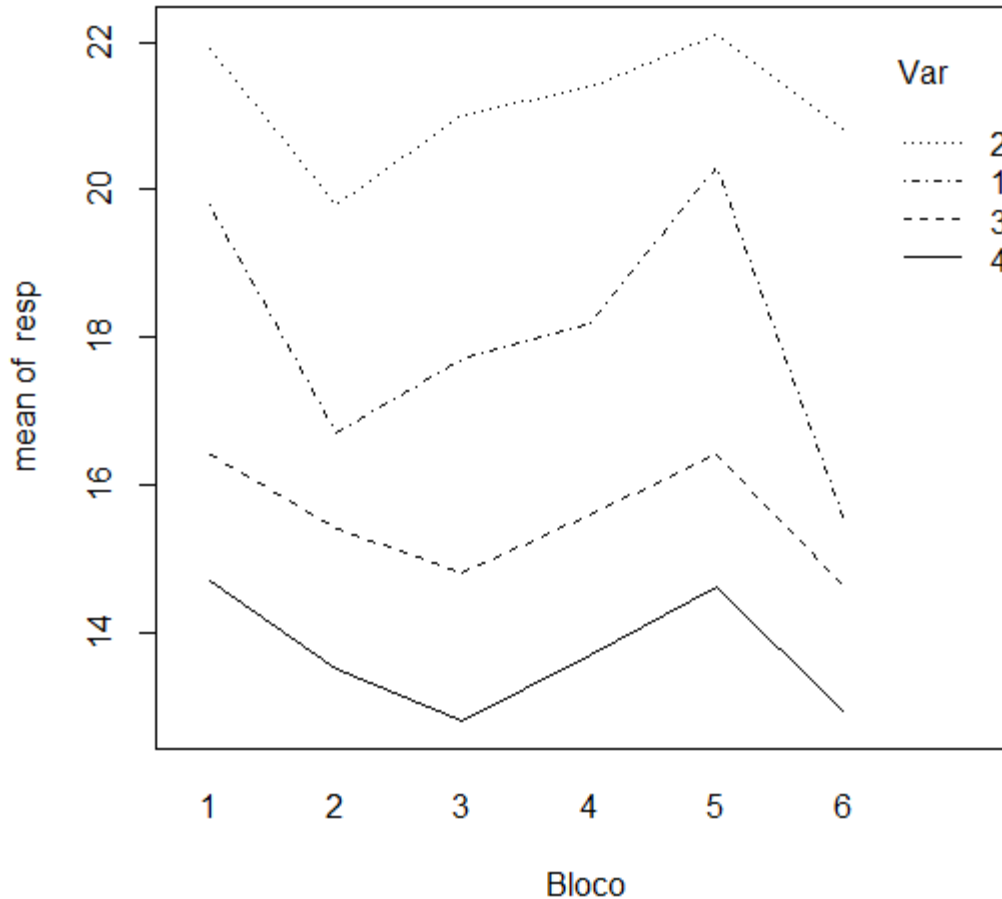
Level var	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
4	-1,833	0,3808	-4,814	0,0012

Concl. ?

Calcule o erro padrão das diferenças entre médias.

Modelo ANOVA - DABC

Efeito de Interação dos Fatores Var e Bloco



No Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos (DABC) o resíduo é o Efeito de Interação entre os fatores Tratamento e Bloco.

Pelo gráfico de perfis há indicação de efeito de interação?

ANOVA em um DABC

Modelo Aditivo: $y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}; \quad \sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$

Como não há réplicas nas combinações dos níveis de tratamento e bloco, o Resíduo corresponde à Interação entre tratamento e bloco (veja como está definido o número de graus de liberdade e a soma de quadrados do resíduo). **A não aditividade do modelo pode ser estudada particionando os $(n-1)(k-1)$ contrastes que definem a interação.**

Teste de Tukey de Não-Aditividade em um DABC usando 1 grau de liberdade:

Construir um novo fator (adicionando uma coluna em X) definido como a interação (produto) entre os efeitos principais preditos de tratamento e de bloco

- Construir uma coluna com os coeficientes do efeito de Tratamento
- Construir uma outra coluna com os coeficientes do fator Bloco
- Multiplicar essas duas colunas que definem a interação com 1 g.l.
- Ajustar o modelo de ANOVA incluindo este novo fator

DABC- Teste de Tukey do Modelo Aditivo

```
> mod1$coefficients
```

(Intercept)	factor (Var) 2	factor (Var) 3	factor (Var) 4
19.125000	3.133333	-2.500000	-4.333333
factor (Bloco) 2	factor (Bloco) 3	factor (Bloco) 4	factor (Bloco) 5
-1.850000	-1.625000	-0.975000	0.150000
			-2.250000

	Bloco	Var	resp	EfBloco	EfVar	Var*Bloco
1	1	1	19.8	0	0	0
2	1	2	21.9	0	3.13	0
3	1	3	16.4	0	-2.50	0
4	1	4	14.7	0	-4.33	0
5	2	1	16.7	-1.85	0	0
6	2	2	19.8	-1.85	3.13	-5.79
7	2	3	15.4	-1.85	-2.50	4.625
8	2	4	13.5	-1.85	-4.33	8.01
9	3	1	17.7	-1.62	0	0
10	3	2	21.0	-1.62	3.13	-5.07
11	3	3	14.8	-1.62	-2.50	4.05
12	3	4	12.8	-1.62	-4.33	7.01
13	4	1	18.2	-0.975	0	0
14	4	2	21.4	-0.975	3.13	-3.05
15	4	3	15.6	-0.975	-2.50	2.44
16	4	4	13.7	-0.975	-4.33	4.22
17	5	1	20.3	0.15	0	0
18	5	2	22.1	0.15	3.13	0.47
19	5	3	16.4	0.15	-2.50	-0.375
20	5	4	14.6	0.15	-4.33	-0.650
21	6	1	15.5	-2.25	0	0
22	6	2	20.8	-2.25	3.13	-7.04
23	6	3	14.6	-2.25	-2.50	5.63
24	6	4	12.9	-2.25	-4.33	9.74

$$X_{\hat{\tau}_j \hat{\beta}_i} = \hat{\tau}_j \hat{\beta}_i$$

	Bloco	Var	resp	EfBloco	EfVar	Var*Bloco
1	1	1	19.8	0	0	0
2	1	2	21.9	0	3.13	0
3	1	3	16.4	0	-2.50	0
4	1	4	14.7	0	-4.33	0
5	2	1	16.7	-1.85	0	0
6	2	2	19.8	-1.85	3.13	-5.79
7	2	3	15.4	-1.85	-2.50	4.625
8	2	4	13.5	-1.85	-4.33	8.01
9	3	1	17.7	-1.62	0	0
10	3	2	21.0	-1.62	3.13	-5.07
11	3	3	14.8	-1.62	-2.50	4.05
12	3	4	12.8	-1.62	-4.33	7.01
13	4	1	18.2	-0.975	0	0
14	4	2	21.4	-0.975	3.13	-3.05
15	4	3	15.6	-0.975	-2.50	2.44
16	4	4	13.7	-0.975	-4.33	4.22
17	5	1	20.3	0.15	0	0
18	5	2	22.1	0.15	3.13	0.47
19	5	3	16.4	0.15	-2.50	-0.375
20	5	4	14.6	0.15	-4.33	-0.650
21	6	1	15.5	-2.25	0	0
22	6	2	20.8	-2.25	3.13	-7.04
23	6	3	14.6	-2.25	-2.50	5.63
24	6	4	12.9	-2.25	-4.33	9.74


 $\hat{\beta}_i$


 $\hat{\tau}_j$


 $X_{\hat{\tau}_j \hat{\beta}_i} = \hat{\tau}_j \hat{\beta}_i$

Soma de Quadrados da Não-aditividade:

$$SQ(TrB1) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\gamma}^2 (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Y_{ij} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) \right]^2 / ak(SQTr)(SQBl)$$

$$\hat{\gamma} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\tau}_j \hat{\beta}_i Y_{ij} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\tau}_j^2 \hat{\beta}_i^2 \right)$$

Tabela de ANOVA para o DABC

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}; \quad \sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$$

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
factor(Var)	3	188.538	62.846	144.4369	2.742e-11
factor(Bloco)	5	19.793	3.959	9.0981	0.0003857
Residuals	15	6.527	0.435		

Tabela de ANOVA para o teste de Aditividade

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \gamma X_{\hat{\tau}_j \hat{\beta}_i} + \varepsilon_{ij}; \quad \sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$$

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
factor(Var)	3	188.538	62.846	137.6560	1.262e-10
factor(Bloco)	5	19.793	3.959	8.6709	0.0006414
Var*Bloco	1	0.135	0.135	0.2958	0.5950899
Residuals	14	6.392	0.457		



$H_0 : \gamma = 0$
 Concl: Não há evidência para a rejeição do modelo aditivo

Exemplo

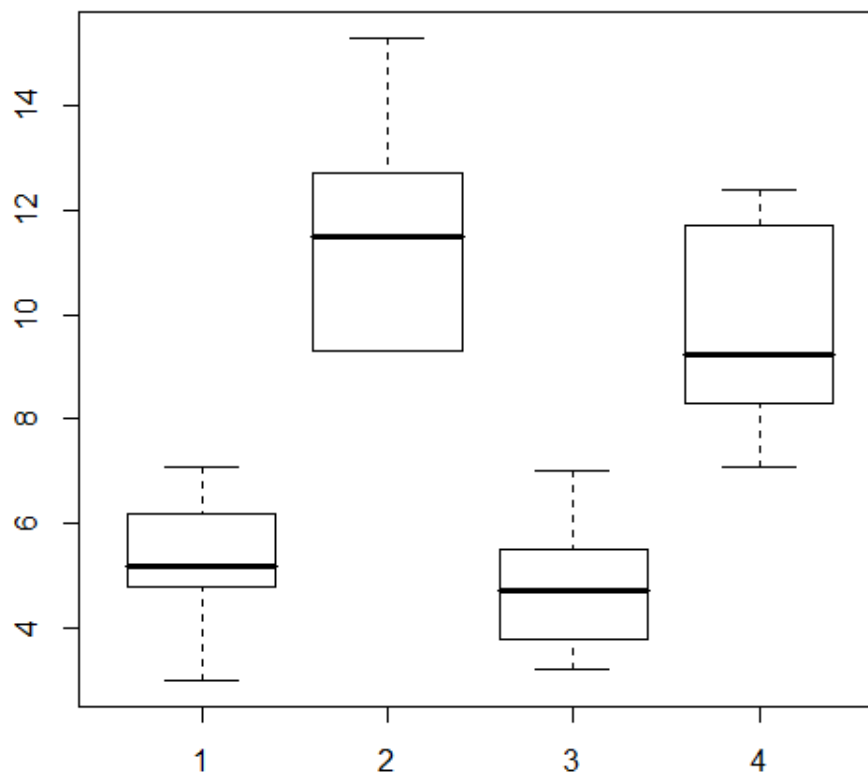
Dados: Medidas de clorofila a

Bloco	Tratamento			
	T1	T2	T3	T4
B1	6,2	12,7	7,0	8,3
B2	4,8	11,3	4,4	7,1
B3	3,0	9,3	3,8	11,7
B4	5,6	9,5	5,0	10,0
B5	7,1	11,7	5,5	8,5
B6	4,8	15,3	3,2	12,4

Estrutura de
Bloco
(hipotético)

	T1	T2	T3	T4	
Média	5.25	11.60	4.82	9.67	7.83
Desvio padrão	1.41	2.26	1.35	2.08	

Distribuição de Clorofila a de acordo com Tratamento



Bloco	B1	B2	B3	B4	B5	B6
Média	8.55	6.90	6.95	7.48	8.20	8.93

Tabela de ANOVA - DABC

Compare com a tabela de ANOVA do correspondente DCA.

$$H: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

F.V.	g.l.	SQ	QM	F	p
TRAT	3	201.448	67.149	19.79	0.000
BLOCO	5	14.343	2.869	0.85	0.538
RESÍDUO	15	50.346	3.392		
TOTAL	23	266.678			

Com a inclusão do fator bloco, houve ganho em precisão na estimação do efeito do tratamento?

Compare o número de graus de liberdade dos delineamentos DCA e DABC definidos para o mesmo conjunto de dados!

Modelos ANOVA

DCA: Delineamento Completamente Aleatorizado

Analysis of Variance Table

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Trat	3	199.937	66.646	20.16	2.924e-06	***
Residuals	20	66.117	3.306			

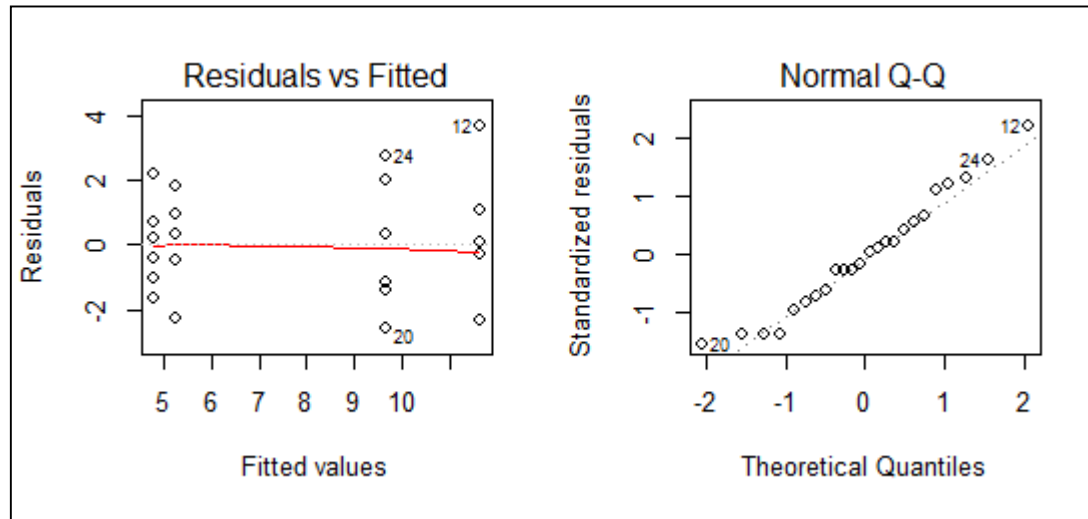
DABC: Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos

Analysis of Variance Table

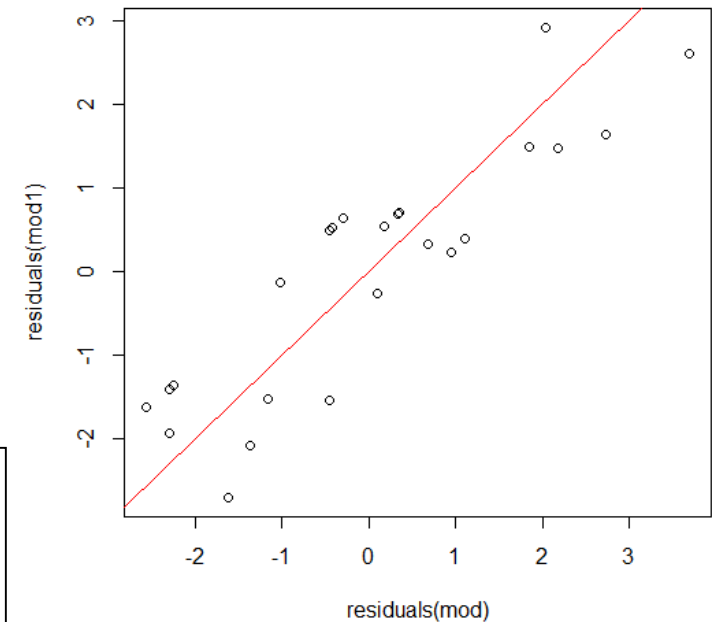
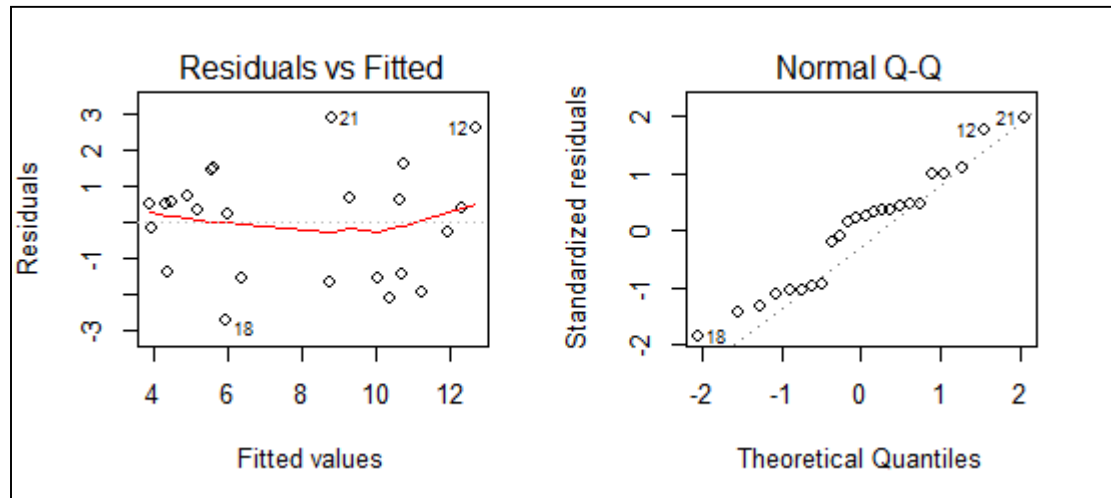
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Trat	3	199.937	66.646	19.3593	2.04e-05	***
Bloco	5	14.478	2.896	0.8411	0.5412	
Residuals	15	51.638	3.443			

Modelos ANOVA

ANOVA-DCA



ANOVA-DABC



Dados: Medidas de clorofila a

	trat	bloco	resp
1	1	1	6.2
2	2	1	12.7
3	3	1	7.0
4	4	1	8.3
5	1	2	4.8
6	2	2	11.3
7	3	2	4.4
8	4	2	7.1
9	1	3	3.0
10	2	3	9.3
11	3	3	3.8
12	4	3	11.7
13	1	4	5.6
14	2	4	9.3
15	3	4	5.0
16	4	4	10.0
17	1	5	7.1
18	2	5	11.7
19	3	5	5.5
20	4	5	8.5
21	1	6	4.8
22	2	6	15.3
23	3	6	3.2
24	4	6	12.4

Estimativas dos parâmetros do modelo (no "R")					
Intercept					
5.9666667					
	trat2	trat3	trat4		
	6.3500000	-0.4333333	4.4166667		
	bloco2	bloco3	bloco4	bloco5	bloco6
	-1.6500000	-1.6000000	-1.0750000	-0.3500000	0.3750000

Dados: Medidas de clorofila a – Teste de Tukey do Modelo Aditivo

	trat	bloco	resp	tpred	bpred	trb1
1	1	1	6.2	0.0000000	0.000	0.0000000
2	2	1	12.7	6.3500000	0.000	0.0000000
3	3	1	7.0	-0.4333333	0.000	0.0000000
4	4	1	8.3	4.4166667	0.000	0.0000000
5	1	2	4.8	0.0000000	-1.650	0.0000000
6	2	2	11.3	6.3500000	-1.650	-10.4775000
7	3	2	4.4	-0.4333333	-1.650	0.7150000
8	4	2	7.1	4.4166667	-1.650	-7.2875000
9	1	3	3.0	0.0000000	-1.600	0.0000000
10	2	3	9.3	6.3500000	-1.600	-10.1600000
11	3	3	3.8	-0.4333333	-1.600	0.6933333
12	4	3	11.7	4.4166667	-1.600	-7.0666667
13	1	4	5.6	0.0000000	-1.075	0.0000000
14	2	4	9.3	6.3500000	-1.075	-6.8262500
15	3	4	5.0	-0.4333333	-1.075	0.4658333
16	4	4	10.0	4.4166667	-1.075	-4.7479167
17	1	5	7.1	0.0000000	-0.350	0.0000000
18	2	5	11.7	6.3500000	-0.350	-2.2225000
19	3	5	5.5	-0.4333333	-0.350	0.1516667
20	4	5	8.5	4.4166667	-0.350	-1.5458333
21	1	6	4.8	0.0000000	0.375	0.0000000
22	2	6	15.3	6.3500000	0.375	2.3812500
23	3	6	3.2	-0.4333333	0.375	-0.1625000
24	4	6	12.4	4.4166667	0.375	1.6562500

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}; \quad \sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$$

Analysis of Variance Table

Response: y

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
trat	3	199.937	66.646	19.3593	2.04e-05
bloco	5	14.478	2.896	0.8411	0.5412
Residuals	15	51.638	3.443		

$$y_{ij} = \mu + \tau_j + \beta_i + \gamma X_{\hat{\tau}_j \hat{\beta}_i} + \varepsilon_{ij}; \quad \sum_{j=1}^k \tau_j = \sum_{i=1}^n \beta_i = 0$$

Analysis of Variance Table

Response: y

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
trat	3	199.937	66.646	19.5807	2.802e-05
bloco	5	14.478	2.896	0.8508	0.5367
trb1	1	3.987	3.987	1.1715	0.2974
Residuals	14	47.651	3.404		

$$H_0 : \gamma = 0$$

Concl: Não há evidência para a rejeição do modelo aditivo

Soma de Quadrados da Não-aditividade:

$$SQ(TrB1) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\gamma}^2 (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Y_{ij} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}) \right]^2 / ak(SQTr)(SQBl)$$

$$\hat{\gamma} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\tau}_j \hat{\beta}_i Y_{ij} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \hat{\tau}_j^2 \hat{\beta}_i^2 \right)$$

Exemplo

Um pesquisador estudou os efeitos de três dietas experimentais na variação do nível de lipídeos no plasma. Quinze indivíduos masculinos, com pesos corporais dentro da normalidade, foram agrupados em cinco blocos de acordo com a idade. Dentro de cada bloco, três dietas (D1, D2 e D3) foram aleatoriamente atribuídas aos indivíduos. Após um período de tempo fixado foi mensurada a redução do nível de lipídeos plasmático. Os dados estão apresentados a seguir.

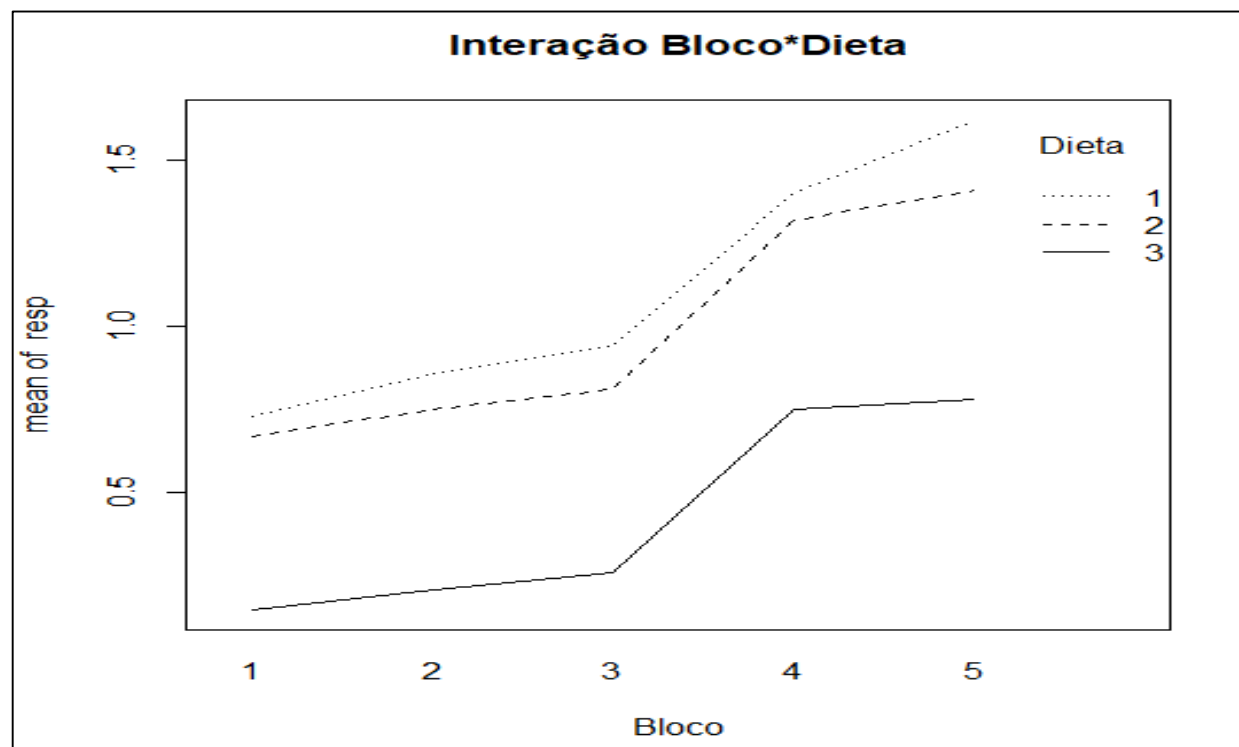
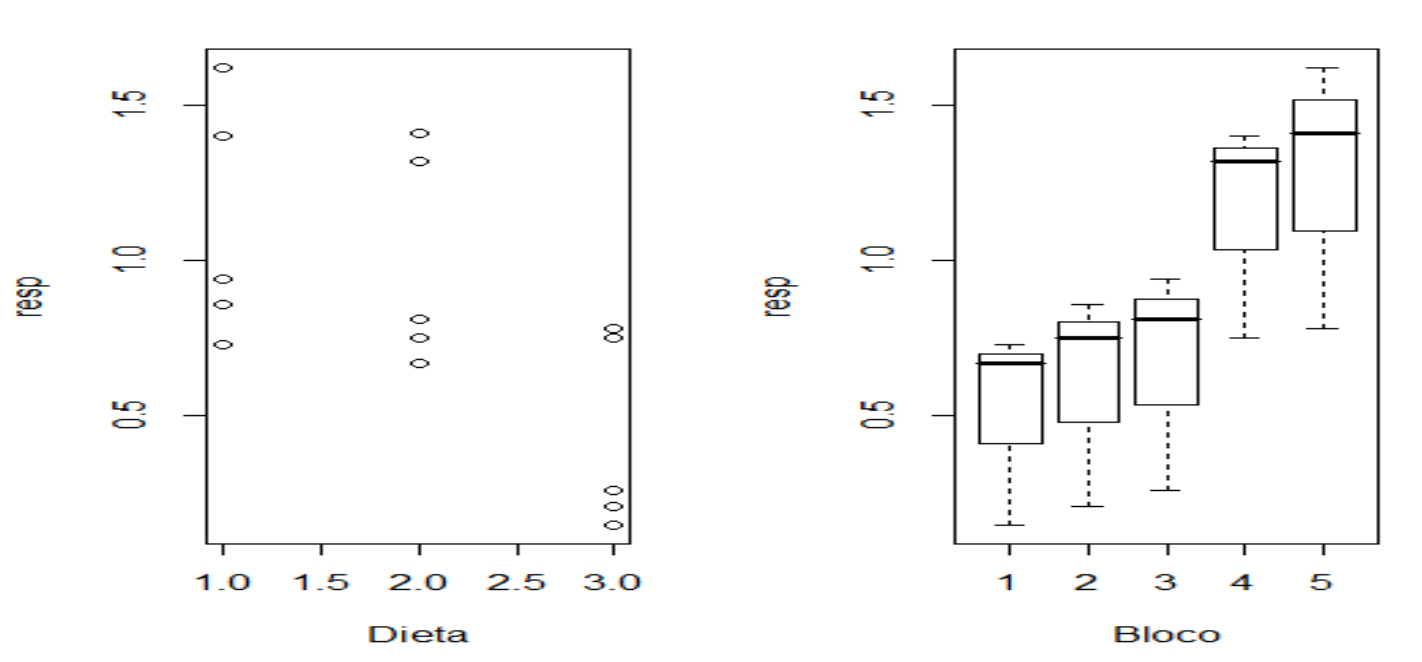
<u>Bloco(anos)</u>	<u>D1</u>	<u>D2</u>	<u>D3</u>	D1:conteúdo de lipídeos extremamente baixo
1 15-24	0,73	0,67	0,15	D2: conteúdo de lipídeos moderadamente baixo
2 25-34	0,86	0,75	0,21	D3: conteúdo de lipídeos baixo
3 35-44	0,94	0,81	0,26	
4 45-54	1,40	1,32	0,75	
5 55-64	1,62	1,41	0,78	

Dê razões do por que a idade dos indivíduos foi usada como bloco.

Construa gráficos de perfis para o efeito combinado de bloco e dietas. E também para o efeito da dieta. Apresente o modelo estrutural e distribucional apropriado para a análise destes dados.

Obtenha a tabela de ANOVA. A dieta tem efeito? Faça suposições necessárias e conclua. Realize testes de comparações múltiplas. Interprete os resultados.

Por que não é indicado testar o efeito do fator Bloco?



Dieta	1	2	3
Média	1.110	0.992	0.430
D.P.	0.381	0.346	0.308

Bloco	1	2	3	4	5
Média	0.517	0.607	0.670	1.157	1.270
D.P.	0.319	0.348	0.361	0.354	0.437

Analysis of Variance Table

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Dieta	2	1.32028	0.66014	273.35	4.326e-08	***
Bloco	4	1.41896	0.35474	146.89	1.610e-07	***
Residuals	8	0.01932	0.00241			

```
> fit1$coeff
(Intercept)  Dieta2  Dieta3  Bloco2  Bloco3  Bloco4  Bloco5
  0.7826667 -0.118  -0.680   0.090   0.153   0.640   0.753
```

Tukey multiple comparisons of means - Dieta
95% family-wise confidence level

	diff	lwr	upr	p adj
2-1	-0.118	-0.2068109	-0.02918909	0.0129653
3-1	-0.680	-0.7688109	-0.59118909	0.0000000
3-2	-0.562	-0.6508109	-0.47318909	0.0000002

Conclusão?

	Bloco	Dieta	resp	tr	bl	trbl
1	1	1	0.73	0.000	0.0000000	0.00000000
2	1	2	0.67	-0.118	0.0000000	0.00000000
3	1	3	0.15	-0.680	0.0000000	0.00000000
4	2	1	0.86	0.000	0.0900000	0.00000000
5	2	2	0.75	-0.118	0.0900000	-0.01062000
6	2	3	0.21	-0.680	0.0900000	-0.06120000
7	3	1	0.94	0.000	0.1533333	0.00000000
8	3	2	0.81	-0.118	0.1533333	-0.01809333
9	3	3	0.26	-0.680	0.1533333	-0.10426667
10	4	1	1.40	0.000	0.6400000	0.00000000
11	4	2	1.32	-0.118	0.6400000	-0.07552000
12	4	3	0.75	-0.680	0.6400000	-0.43520000
13	5	1	1.62	0.000	0.7533333	0.00000000
14	5	2	1.41	-0.118	0.7533333	-0.08889333
15	5	3	0.78	-0.680	0.7533333	-0.51226667

Conclusão?
Que recomendações
devem ser feitas ao
pesquisador?

Analysis of Variance Table						
Response: resp						
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Dieta	2	1.32028	0.66014	459.4081	3.758e-08	***
Bloco	4	1.41896	0.35474	246.8725	1.309e-07	***
trbl	1	0.00926	0.00926	6.4453	0.03873	*
Residuals	7	0.01006	0.00144			