

# Uma medida de evidência clássica para testar hipóteses gerais chamada valor-s

Alexandre Galvão Patriota

Departamento de Estatística  
Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade de São Paulo

Canal no YouTube:  
"A Ciência da Estatística"

# Outline

- 1 O modelo estatístico clássico
- 2 Um modelo particular
- 3 O modelo estatístico nos cursos de graduação
- 4 Testes de hipóteses
- 5 Definição do valor-p
- 6 Valor-p não é medida monotônica
- 7 Exemplo numérico
- 8 Uma medida de evidência alternativa
- 9 Ilustração numérica
- 10 Palavras finais
- 11 Referências

# O modelo estatístico clássico

# O modelo estatístico clássico

O modelo estatístico clássico é definido pela trinca

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}),$$

em que:

- $\Omega$  é o espaço de **resultados** do experimento,
- $\mathcal{F}$  é uma  $\sigma$ -álgebra de  $\Omega$ ,
- $\mathcal{P}$  é uma **família** de medidas de probabilidade.

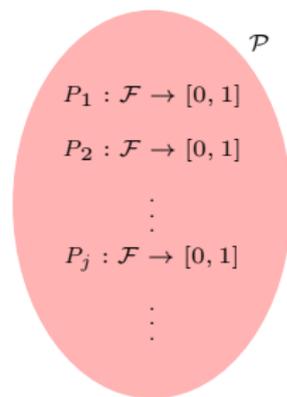
# O modelo estatístico clássico

O modelo estatístico clássico é definido pela trinca

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}),$$

em que:

- $\Omega$  é o espaço de **resultados** do experimento,
- $\mathcal{F}$  é uma  $\sigma$ -álgebra de  $\Omega$ ,
- $\mathcal{P}$  é uma **família** de medidas de probabilidade.



**Quantidades de interesse:**

$$g(P) = E_P(Z)$$

$$g(P) = P(Z_1 \in B | Z_2 \in A)$$

# O modelo estatístico clássico

O modelo estatístico clássico é definido pela trinca

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}),$$

em que:

- $\Omega$  é o espaço de **resultados** do experimento,
- $\mathcal{F}$  é uma  $\sigma$ -álgebra de  $\Omega$ ,
- $\mathcal{P}$  é uma **família** de medidas de probabilidade.

**Observação:** um vetor aleatório  $Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^s$  é uma função mensurável

$$\begin{array}{l} \mathcal{P} \\ P_1 : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1] \\ P_2 : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1] \\ \vdots \\ P_j : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1] \\ \vdots \end{array}$$

**Quantidades de interesse:**

$$g(P) = E_P(Z)$$

$$g(P) = P(Z_1 \in B | Z_2 \in A)$$

# Um modelo particular

# Um modelo particular

Tome  $Z = (X, \gamma)$ , em que  $X$  é a amostra aleatória (**observável**) e  $\gamma$  é o vetor de variáveis aleatórias (**não-observável**).

# Um modelo particular

Tome  $Z = (X, \gamma)$ , em que  $X$  é a amostra aleatória (**observável**) e  $\gamma$  é o vetor de variáveis aleatórias (**não-observável**).

As distribuições **Conditionais**, **marginais** e **conjuntas** podem ser usadas para descrever probabilisticamente os valores de  $\gamma$ .

# Um modelo particular

Tome  $Z = (X, \gamma)$ , em que  $X$  é a amostra aleatória (**observável**) e  $\gamma$  é o vetor de variáveis aleatórias (**não-observável**).

As distribuições **Conditionais**, **marginais** e **conjuntas** podem ser usadas para descrever probabilisticamente os valores de  $\gamma$ .

Defina  $\mathcal{P} = \{P_0\}$  e construa a sua conjunta  $P_0$  induzida por  $Z$  definindo:

- $\gamma \sim f_0(\cdot)$ ,
- $X|\gamma \sim f_1(\cdot|\gamma)$

Você está pronto para ser um  
**Bayesiano do núcleo Duro!**

# O modelo estatístico nos cursos de graduação

# O modelo estatístico nos cursos de graduação

Em geral, o modelo estatístico é enunciado da seguinte forma:

# O modelo estatístico nos cursos de graduação

Em geral, o modelo estatístico é enunciado da seguinte forma:

“Sejam  $X_1, \dots, X_n$  v.a.'s com função (densidade) de probabilidade  $f_\theta(x_1, \dots, x_n)$ ,  $\theta \in \Theta$ ”

# O modelo estatístico nos cursos de graduação

Em geral, o modelo estatístico é enunciado da seguinte forma:

“Sejam  $X_1, \dots, X_n$  v.a.'s com função (densidade) de probabilidade  $f_\theta(x_1, \dots, x_n)$ ,  $\theta \in \Theta$ ”

Esse enunciado pode ser escrito em termos da trinca:

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}),$$

em que  $Z = (X_1, \dots, X_n)$  é o vetor mensurável e  $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \Theta\}$

# Testes de hipóteses

# Hipótese nula

Objetivo: verificar se podemos

1. reduzir  $\mathcal{P}$  a uma subfamília  $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}$ ,
2. reduzir o espaço paramétrico  $\Theta$  a um subconjunto  $\Theta_0 \subset \Theta$

# Hipótese nula

Objetivo: verificar se podemos

1. reduzir  $\mathcal{P}$  a uma subfamília  $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}$ ,
2. reduzir o espaço paramétrico  $\Theta$  a um subconjunto  $\Theta_0 \subset \Theta$

## Hipótese nula:

$H_0$ : “pelo menos uma medida em  $\mathcal{P}_0$  descreve probabilisticamente os dados experimentais”  $\Leftrightarrow$   $H_0 : “P \in \mathcal{P}_0”$

# Hipótese nula

Objetivo: verificar se podemos

1. reduzir  $\mathcal{P}$  a uma subfamília  $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}$ ,
2. reduzir o espaço paramétrico  $\Theta$  a um subconjunto  $\Theta_0 \subset \Theta$

## Hipótese nula:

$H_0$ : “pelo menos uma medida em  $\mathcal{P}_0$  descreve probabilisticamente os dados experimentais”  $\Leftrightarrow$   $H_0 : “P \in \mathcal{P}_0”$

Em termos do vetor de parâmetros

- $H_0 : \theta \in \Theta_0$ , em que  $\Theta_0 \subset \Theta$  e  $\mathcal{P}_0 = \{P_\theta : \theta \in \Theta_0\}$ .

# Hipótese alternativa

Neyman e Pearson definiram uma suposta “hipótese alternativa” para encontrar o teste mais poderoso.

# Hipótese alternativa

Neyman e Pearson definiram uma suposta “hipótese alternativa” para encontrar o teste mais poderoso.

Fisher criticou: uma hipótese alternativa  $H_1$  só faria sentido no caso em que temos **CERTEZA** que  $\mathcal{P}$  inclui a medida que gera os dados.

# Hipótese alternativa

Neyman e Pearson definiram uma suposta “hipótese alternativa” para encontrar o teste mais poderoso.

Fisher criticou: uma hipótese alternativa  $H_1$  só faria sentido no caso em que temos **CERTEZA** que  $\mathcal{P}$  inclui a medida que gera os dados.

- Para Neyman e Pearson: podemos decidir entre  $H_0$  e  $H_1$ .

# Hipótese alternativa

Neyman e Pearson definiram uma suposta “hipótese alternativa” para encontrar o teste mais poderoso.

Fisher criticou: uma hipótese alternativa  $H_1$  só faria sentido no caso em que temos **CERTEZA** que  $\mathcal{P}$  inclui a medida que gera os dados.

- Para Neyman e Pearson: podemos decidir entre  $H_0$  e  $H_1$ .
- Para Fisher: podemos apenas rejeitar ou não rejeitar  $H_0$ .

# Hipótese alternativa

Neyman e Pearson definiram uma suposta “hipótese alternativa” para encontrar o teste mais poderoso.

Fisher criticou: uma hipótese alternativa  $H_1$  só faria sentido no caso em que temos **CERTEZA** que  $\mathcal{P}$  inclui a medida que gera os dados.

- Para Neyman e Pearson: podemos decidir entre  $H_0$  e  $H_1$ .
- Para Fisher: podemos apenas rejeitar ou não rejeitar  $H_0$ .
- Hoje em dia as abordagens de Fisher e Neyman-Pearson são misturadas (define-se  $H_1$ , mas conclui-se pela rejeição ou não de  $H_0$ ).

# Definição do valor-p

# Definição do valor-p

Seja  $T_{H_0}$  uma estatística tal que quanto maior for a discrepância entre  $H_0$  e  $x$  maior é o seu valor observado<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>i.e.,  $T_{H_0}$  pode ser  $-2 \log RV$ .

# Definição do valor-p

Seja  $T_{H_0}$  uma estatística tal que quanto maior for a discrepância entre  $H_0$  e  $x$  maior é o seu valor observado<sup>1</sup>

O valor-p (para  $\Theta_0 \neq \emptyset$ ):

$$p_x(\Theta_0) = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_\theta(T_{H_0}(X) \geq T_{H_0}(x))$$

---

<sup>1</sup>i.e.,  $T_{H_0}$  pode ser  $-2 \log RV$ .

# Definição do valor-p

Seja  $T_{H_0}$  uma estatística tal que quanto maior for a discrepância entre  $H_0$  e  $x$  maior é o seu valor observado<sup>1</sup>

O valor-p (para  $\Theta_0 \neq \emptyset$ ):

$$p_x(\Theta_0) = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_\theta(T_{H_0}(X) \geq T_{H_0}(x))$$

$p_x(\Theta_0) \approx 0$  indica que:

<sup>1</sup>i.e.,  $T_{H_0}$  pode ser  $-2 \log RV$ .

# Definição do valor-p

Seja  $T_{H_0}$  uma estatística tal que quanto maior for a discrepância entre  $H_0$  e  $x$  maior é o seu valor observado<sup>1</sup>

O valor-p (para  $\Theta_0 \neq \emptyset$ ):

$$p_x(\Theta_0) = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_\theta(T_{H_0}(X) \geq T_{H_0}(x))$$

$p_x(\Theta_0) \approx 0$  indica que:

- mesmo sob o melhor caso em  $H_0$ , os eventos tão ou mais extremos quanto o observado são raros.

<sup>1</sup>i.e.,  $T_{H_0}$  pode ser  $-2 \log RV$ .

# Definição do valor-p

Seja  $T_{H_0}$  uma estatística tal que quanto maior for a discrepância entre  $H_0$  e  $x$  maior é o seu valor observado<sup>1</sup>

O valor-p (para  $\Theta_0 \neq \emptyset$ ):

$$p_x(\Theta_0) = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_\theta(T_{H_0}(X) \geq T_{H_0}(x))$$

$p_x(\Theta_0) \approx 0$  indica que:

- mesmo sob o melhor caso em  $H_0$ , os eventos tão ou mais extremos quanto o observado são raros.
- como o evento ocorreu: “A hipótese nula deve ser falsa ou um evento raro ocorreu” (Modus Tollens Fisheriano).

<sup>1</sup>i.e.,  $T_{H_0}$  pode ser  $-2 \log RV$ .

# Valor-p não é medida monotônica

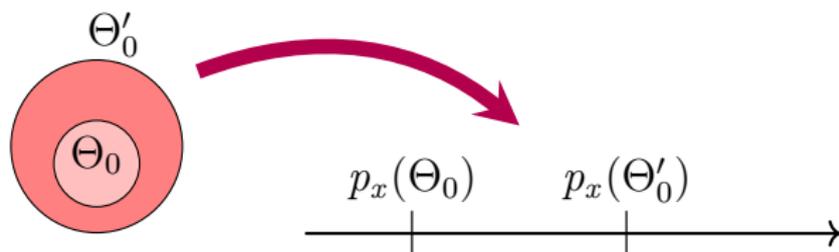
# Limitações do valor-p

Considere duas hipóteses nulas  $H_0 : “\theta \in \Theta_0”$  e  $H'_0 : “\theta \in \Theta'_0”$  tais que  $H_0 \implies H'_0$ , Ou seja,  $\Theta_0 \subset \Theta'_0$ .

# Limitações do valor-p

Considere duas hipóteses nulas  $H_0 : “\theta \in \Theta_0”$  e  $H'_0 : “\theta \in \Theta'_0”$  tais que  $H_0 \implies H'_0$ , Ou seja,  $\Theta_0 \subset \Theta'_0$ .

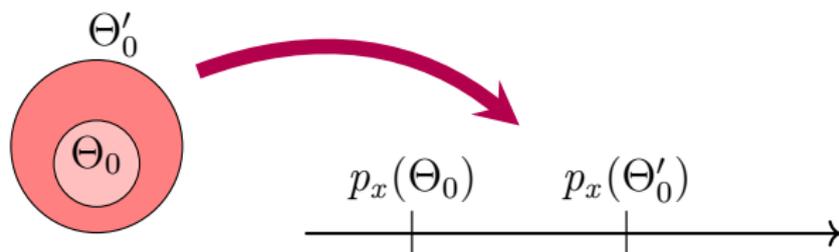
Esperamos que



# Limitações do valor-p

Considere duas hipóteses nulas  $H_0 : “\theta \in \Theta_0”$  e  $H'_0 : “\theta \in \Theta'_0”$  tais que  $H_0 \implies H'_0$ , Ou seja,  $\Theta_0 \subset \Theta'_0$ .

Esperamos que



Problema: isso nem sempre ocorre: **valor-p não é uma medida monotônica.**

# Exemplo numérico

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variância-covariância identidade.

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variância-covariância identidade.

Considere  $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$  e  $H'_0 : \mu_1 = \mu_2$

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variância-covariância identidade.

Considere  $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$  e  $H'_0 : \mu_1 = \mu_2$

Observe que  $H_0 \implies H'_0$ ,

pois se  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ , então  $\mu_1 = \mu_2$ .

# Normal bivariada

A distribuição de  $(-2 \log)$  estatística da razão de verossimilhanças:

- sob  $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$  é

$$T_{H_0}(X) = n\bar{X}^\top \bar{X} \sim \chi_2^2,$$

em que  $\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2)^\top$  é o EMV de  $\boldsymbol{\mu}$ .

# Normal bivariada

A distribuição de  $(-2 \log)$  estatística da razão de verossimilhanças:

- sob  $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$  é

$$T_{H_0}(X) = n\bar{X}^\top \bar{X} \sim \chi_2^2,$$

em que  $\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2)^\top$  é o EMV de  $\boldsymbol{\mu}$ .

- sob  $H'_0 : \mu_1 = \mu_2$  é

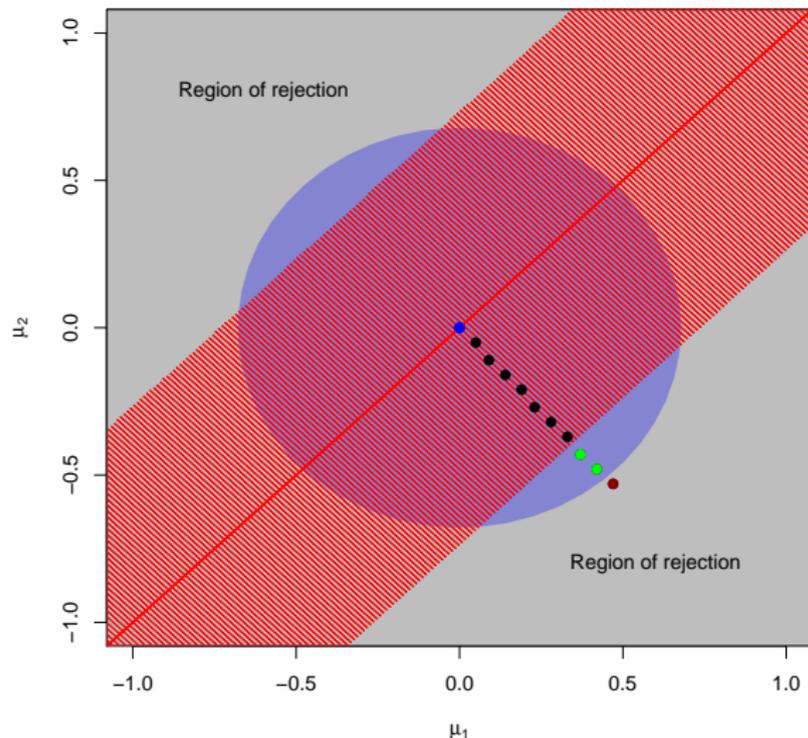
$$T_{H'_0}(X) = \frac{n}{2}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2 \sim \chi_1^2,$$

Valores observados  $n = 10$ 

Amostra observada		$H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$	$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$
$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	valor-p	valor-p
(0.05,-0.05)	0.1	0.9753	0.8231
(0.09,-0.11)	0.2	0.9039	0.6547
(0.14,-0.16)	0.3	0.7977	0.5023
(0.19,-0.21)	0.4	0.6697	0.3711
(0.23,-0.27)	0.5	0.5331	0.2636
(0.28,-0.32)	0.6	0.4049	0.1797
(0.33,-0.37)	0.7	0.2926	0.1175
(0.37,-0.43)	0.8	0.2001	0.0736
(0.42,-0.48)	0.9	0.1308	0.0442
(0.47,-0.53)	1.0	0.0813	0.0253

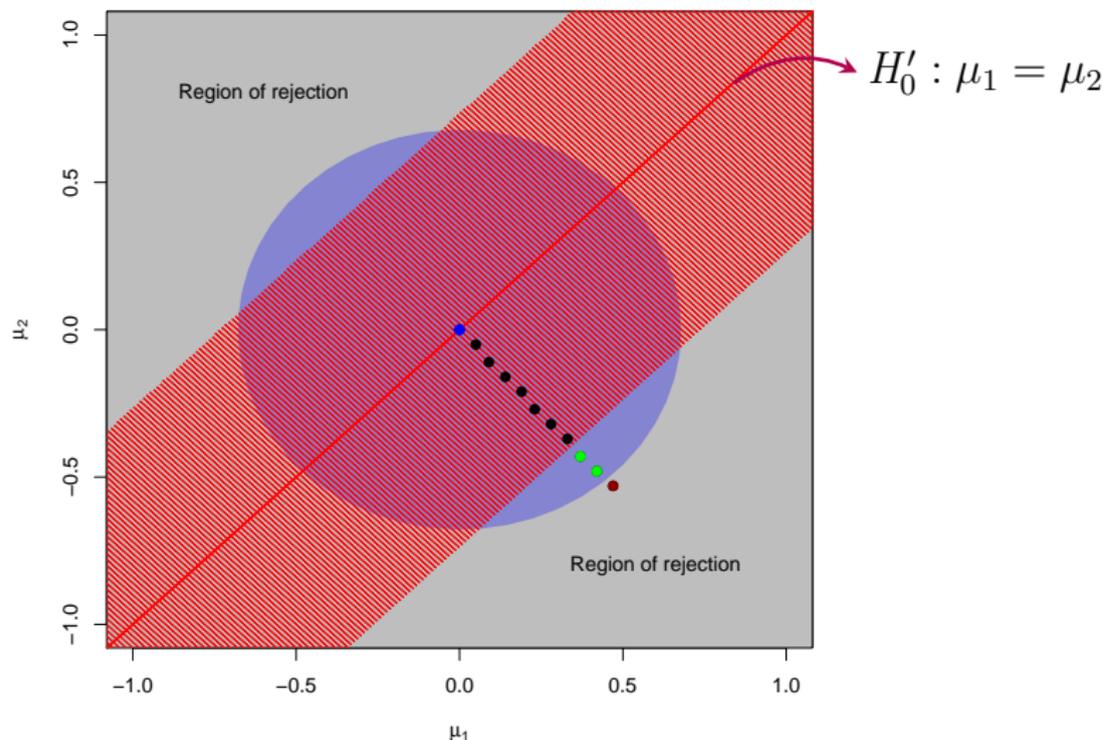
# Curvas de nível

Significance level 10%



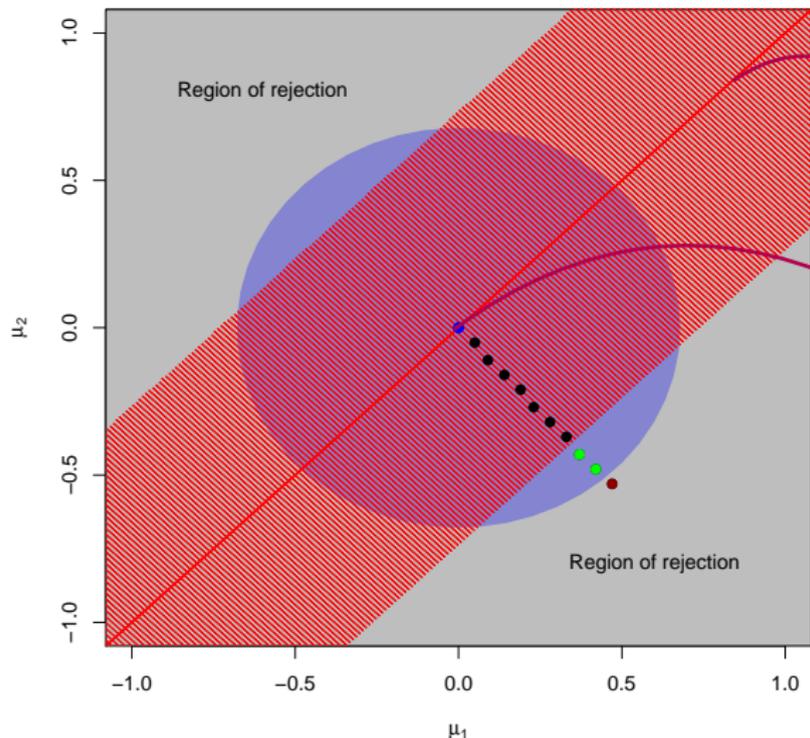
# Curvas de nível

Significance level 10%



# Curvas de nível

Significance level 10%



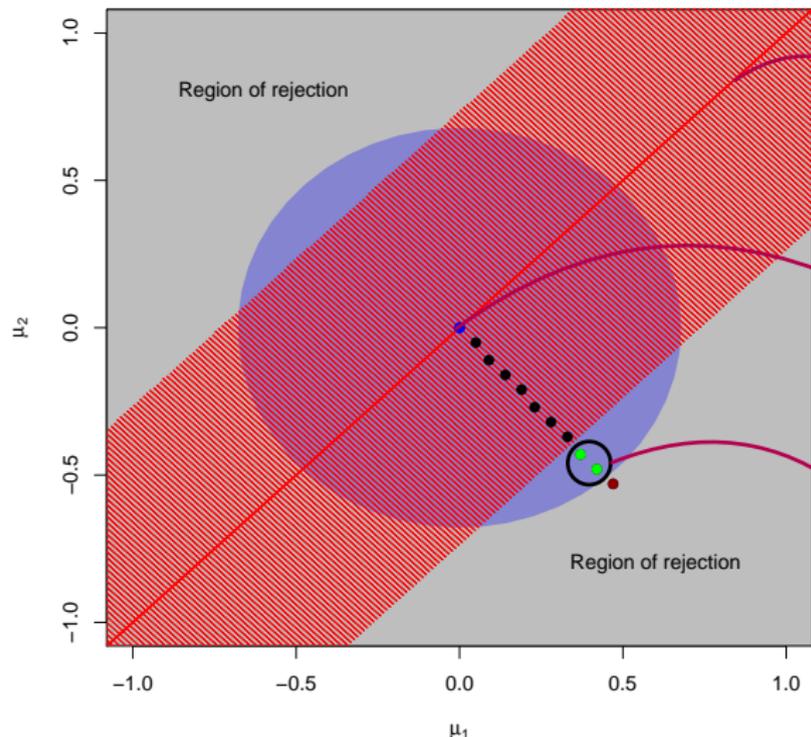
$$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$$

↑

$$H_0 : \mu = 0$$

# Curvas de nível

Significance level 10%



$$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\uparrow$$

$$H_0 : \mu = 0$$

e

Rejeição de  $H'_0$  mas  
não-rejeição de  $H_0$

**Conclusão incoerente**

# Uma medida de evidência alternativa

# Uma medida de evidência alternativa

Seja  $\Lambda_\alpha$  um conjunto de confiança para  $\theta$  com coeficiente de confiança de  $1 - \alpha$  (nível de significância  $\alpha$ ) com algumas propriedades “boas”.

# Uma medida de evidência alternativa

Seja  $\Lambda_\alpha$  um conjunto de confiança para  $\theta$  com coeficiente de confiança de  $1 - \alpha$  (nível de significância  $\alpha$ ) com algumas propriedades “boas”.

O **valor-s** é uma função  $s_x : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  tal que

$$s_x(\Theta_0) = \begin{cases} \sup\{\alpha \in (0, 1) : \Lambda_\alpha(x) \cap \Theta_0 \neq \emptyset\}, & \text{se } \Theta_0 \neq \emptyset, \\ 0, & \text{se } \Theta_0 = \emptyset. \end{cases}$$

para cada amostra observada  $x$ .

# Uma medida de evidência alternativa

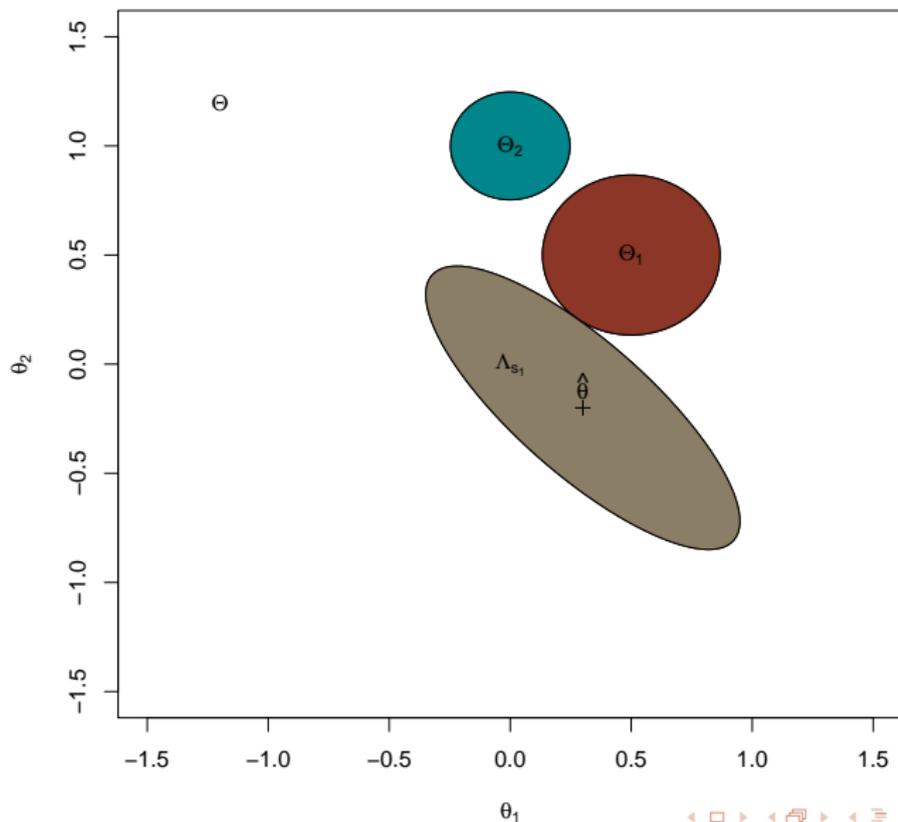
Seja  $\Lambda_\alpha$  um conjunto de confiança para  $\theta$  com coeficiente de confiança de  $1 - \alpha$  (nível de significância  $\alpha$ ) com algumas propriedades “boas”.

O **valor-s** é uma função  $s_x : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  tal que

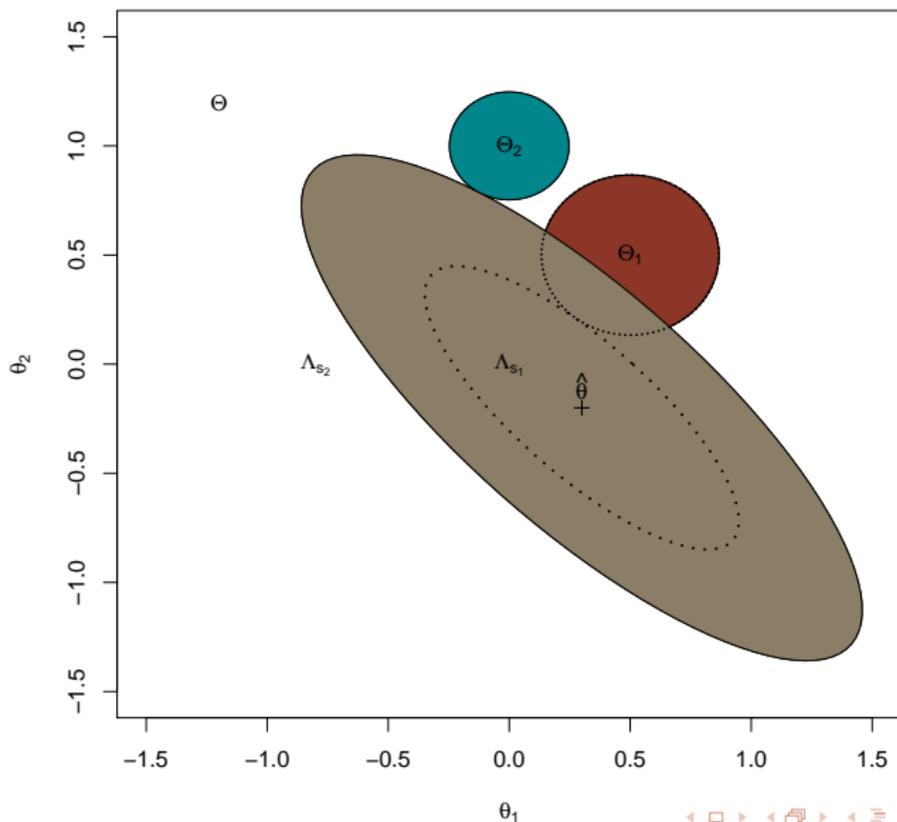
$$s_x(\Theta_0) = \begin{cases} \sup\{\alpha \in (0, 1) : \Lambda_\alpha(x) \cap \Theta_0 \neq \emptyset\}, & \text{se } \Theta_0 \neq \emptyset, \\ 0, & \text{se } \Theta_0 = \emptyset. \end{cases}$$

para cada amostra observada  $x$ .

$s = s_x(\Theta_0)$  é o maior nível de significância (ou  $1 - s$  é o menor coeficiente de confiança) para o qual o conjunto de confiança e o conjunto  $\overline{\Theta_0}$  tenha ao menos um ponto em comum.

Ilustração gráfica:  $s_1 = s_x(\Theta_1)$ 

# Ilustração gráfica: $s_2 = s_x(\Theta_2)$



# Interpretação

Valores de  $s$  próximos de 1 indicam que **existe pelo menos um** elemento em  $\Theta_0$  perto do centro de  $\Lambda_\alpha$  (e.g., perto da EMV).

# Interpretação

Valores de  $s$  próximos de 1 indicam que **existe pelo menos um** elemento em  $\Theta_0$  perto do centro de  $\Lambda_\alpha$  (e.g., perto da EMV).

Valores de  $s$  próximos de 0 indicam que **TODOS** os elementos de  $\Theta_0$  estão longe do centro de  $\Lambda_\alpha$ .

# Propriedades: o valor-s é uma medida de possibilidade

1  $s_x(\emptyset) = 0$  e  $s_x(\Theta) = 1$ ,

# Propriedades: o valor-s é uma medida de possibilidade

- 1  $s_x(\emptyset) = 0$  e  $s_x(\Theta) = 1$ ,
- 2 Se  $\Theta_1 \subseteq \Theta_2$ , então  $s_x(\Theta_1) \leq s_x(\Theta_2)$ ,

# Propriedades: o valor-s é uma medida de possibilidade

- 1  $s_x(\emptyset) = 0$  e  $s_x(\Theta) = 1$ ,
- 2 Se  $\Theta_1 \subseteq \Theta_2$ , então  $s_x(\Theta_1) \leq s_x(\Theta_2)$ ,
- 3 Para quaisquer  $\Theta_1, \Theta_2 \subseteq \Theta$ ,  
 $s_x(\Theta_1 \cup \Theta_2) = \max\{s_x(\Theta_1), s_x(\Theta_2)\}$ ,

# Propriedades: o valor-s é uma medida de possibilidade

- 1  $s_x(\emptyset) = 0$  e  $s_x(\Theta) = 1$ ,
- 2 Se  $\Theta_1 \subseteq \Theta_2$ , então  $s_x(\Theta_1) \leq s_x(\Theta_2)$ ,
- 3 Para quaisquer  $\Theta_1, \Theta_2 \subseteq \Theta$ ,  
 $s_x(\Theta_1 \cup \Theta_2) = \max\{s_x(\Theta_1), s_x(\Theta_2)\}$ ,
- 4 Para qualquer  $\Theta_1 \subseteq \Theta$ ,  $s_x(\Theta_1) = \sup_{\theta \in \Theta_1} s_x(\{\theta\})$ ,

# Propriedades: o valor-s é uma medida de possibilidade

- 1  $s_x(\emptyset) = 0$  e  $s_x(\Theta) = 1$ ,
- 2 Se  $\Theta_1 \subseteq \Theta_2$ , então  $s_x(\Theta_1) \leq s_x(\Theta_2)$ ,
- 3 Para quaisquer  $\Theta_1, \Theta_2 \subseteq \Theta$ ,  
 $s_x(\Theta_1 \cup \Theta_2) = \max\{s_x(\Theta_1), s_x(\Theta_2)\}$ ,
- 4 Para qualquer  $\Theta_1 \subseteq \Theta$ ,  $s_x(\Theta_1) = \sup_{\theta \in \Theta_1} s_x(\{\theta\})$ ,
- 5  $s_x(\Theta_1) = 1$  ou  $s_x(\Theta_1^c) = 1$ .

# Ilustração numérica

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variâncias-covariâncias identidade.

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variâncias-covariâncias identidade.

Para cada,  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2$  fixado, temos que

$$T_{\boldsymbol{\mu}}(X) = n(\bar{X} - \boldsymbol{\mu})^\top (\bar{X} - \boldsymbol{\mu}) \sim \chi_2^2,$$

# Normal bivariada

Seja  $X = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de uma normal bivariada com média  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^\top$  e matriz de variâncias-covariâncias identidade.

Para cada,  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2$  fixado, temos que

$$T_{\boldsymbol{\mu}}(X) = n(\bar{X} - \boldsymbol{\mu})^\top (\bar{X} - \boldsymbol{\mu}) \sim \chi_2^2,$$

O conjunto de confiança  $\Lambda_\alpha$  pode ser definido como

$$\Lambda_\alpha(x) = \{\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2 : T_{\boldsymbol{\mu}}(x) \leq F_2^{-1}(1 - \alpha)\},$$

em que  $F_2$  é a função distribuição acumulada da quiquadrado com 2 graus de liberdade.

# Cálculo do valor-s

Para o exemplo, conseguimos calcular o valor-s da seguinte forma:

# Cálculo do valor-s

Para o exemplo, conseguimos calcular o valor-s da seguinte forma:

Se  $\Theta_0 \subset \mathbb{R}^2$  é não-vazio, então

$$s_x(\Theta_0) = 1 - F_2\left(\inf_{\mu \in \Theta_0} T_\mu(x)\right)$$

em que  $F_2$  é a função distribuição acumulada da quiquadrado com 2 graus de liberdade.

## Ilustração numérica

Amostra observada		$H_0 : \mu = 0$	$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$	
$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	valor-p=valor-s	valor-p	valor-s
(0.05,-0.05)	0.1	0.9753	0.8231	0.9753
(0.09,-0.11)	0.2	0.9039	0.6547	0.9048
(0.14,-0.16)	0.3	0.7977	0.5023	0.7985
(0.19,-0.21)	0.4	0.6697	0.3711	0.6703
(0.23,-0.27)	0.5	0.5331	0.2636	0.5353
(0.28,-0.32)	0.6	0.4049	0.1797	0.4066
(0.33,-0.37)	0.7	0.2926	0.1175	0.2938
(0.37,-0.43)	0.8	0.2001	0.0736	0.2019
(0.42,-0.48)	0.9	0.1308	0.0442	0.1320
(0.47,-0.53)	1.0	0.0813	0.0253	0.0821

## Ilustração numérica

Amostra observada		$H_0 : \mu = 0$	$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$	
$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	valor-p=valor-s	valor-p	valor-s
(0.05,-0.05)	0.1	0.9753	0.8231	0.9753
(0.09,-0.11)	0.2	0.9039	0.6547	0.9048
(0.14,-0.16)	0.3	0.7977	0.5023	0.7985
(0.19,-0.21)	0.4	0.6697	0.3711	0.6703
(0.23,-0.27)	0.5	0.5331	0.2636	0.5353
(0.28,-0.32)	0.6	0.4049	0.1797	0.4066
(0.33,-0.37)	0.7	0.2926	0.1175	0.2938
(0.37,-0.43)	0.8	0.2001	0.0736	0.2019
(0.42,-0.48)	0.9	0.1308	0.0442	0.1320
(0.47,-0.53)	1.0	0.0813	0.0253	0.0821

## Ilustração numérica

Amostra observada		$H_0 : \mu = 0$	$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$	
$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	valor-p=valor-s	valor-p	valor-s
(0.05,-0.05)	0.1	0.9753	0.8231	0.9753
(0.09,-0.11)	0.2	0.9039	0.6547	0.9048
(0.14,-0.16)	0.3	0.7977	0.5023	0.7985
(0.19,-0.21)	0.4	0.6697	0.3711	0.6703
(0.23,-0.27)	0.5	0.5331	0.2636	0.5353
(0.28,-0.32)	0.6	0.4049	0.1797	0.4066
(0.33,-0.37)	0.7	0.2926	0.1175	0.2938
(0.37,-0.43)	0.8	0.2001	0.0736	0.2019
(0.42,-0.48)	0.9	0.1308	0.0442	0.1320
(0.47,-0.53)	1.0	0.0813	0.0253	0.0821

## Ilustração numérica

Amostra observada		$H_0 : \mu = 0$	$H'_0 : \mu_1 = \mu_2$	
$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	valor-p=valor-s	valor-p	valor-s
(0.05,-0.05)	0.1	0.9753	0.8231	0.9753
(0.09,-0.11)	0.2	0.9039	0.6547	0.9048
(0.14,-0.16)	0.3	0.7977	0.5023	0.7985
(0.19,-0.21)	0.4	0.6697	0.3711	0.6703
(0.23,-0.27)	0.5	0.5331	0.2636	0.5353
(0.28,-0.32)	0.6	0.4049	0.1797	0.4066
(0.33,-0.37)	0.7	0.2926	0.1175	0.2938
(0.37,-0.43)	0.8	0.2001	0.0736	0.2019
(0.42,-0.48)	0.9	0.1308	0.0442	0.1320
(0.47,-0.53)	1.0	0.0813	0.0253	0.0821

Ilustração gráfica:  $s_{x_1}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.9753$

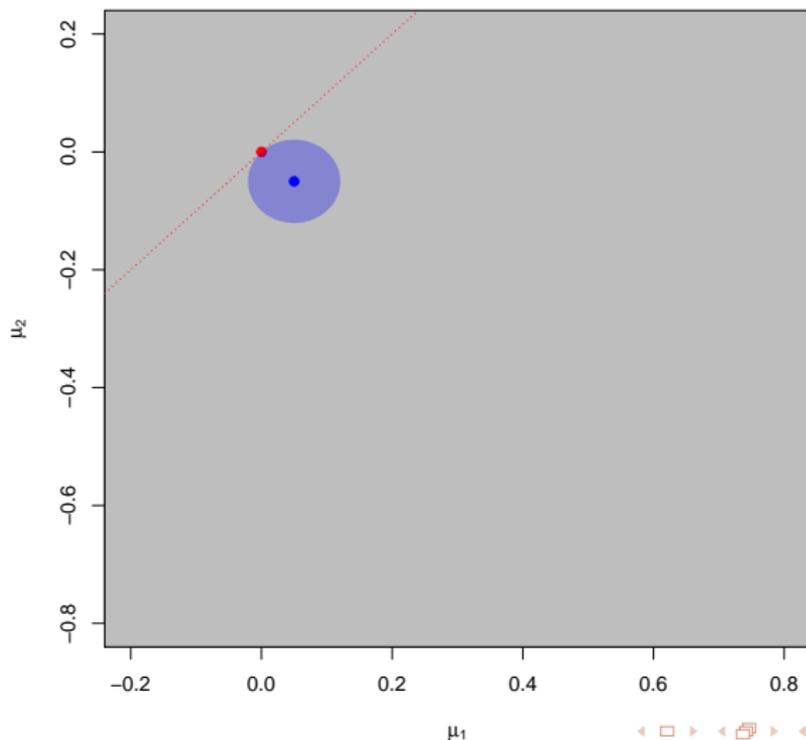


Ilustração gráfica:  $s_{x_2}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.9048$

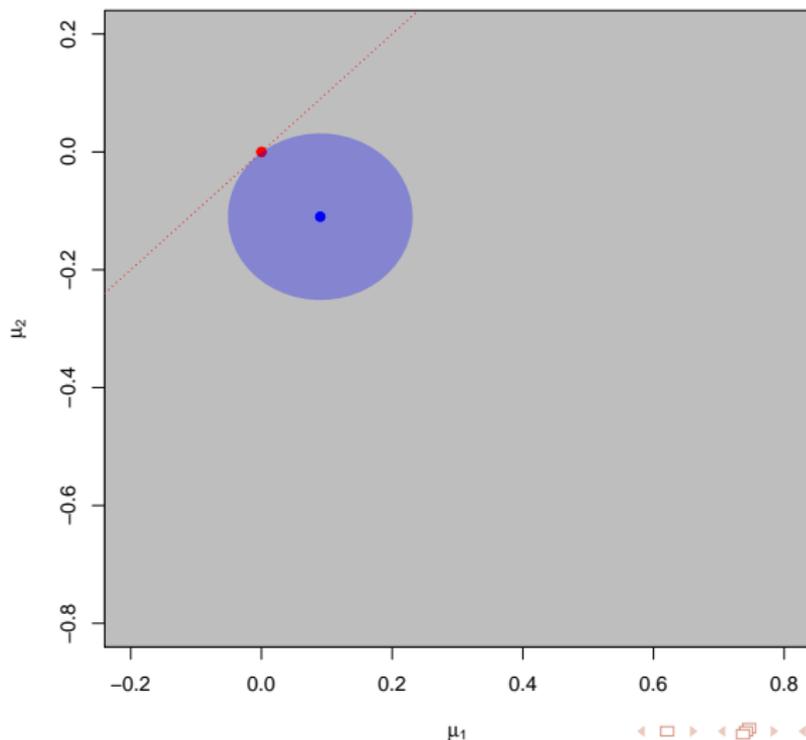


Ilustração gráfica:  $s_{x_3}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.7985$

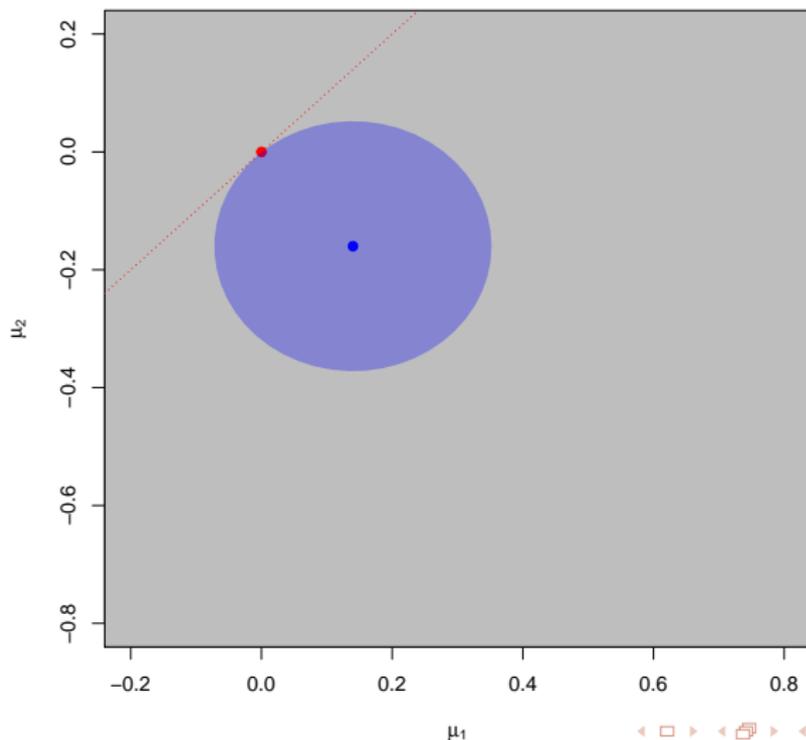


Ilustração gráfica:  $s_{x_4}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.6703$

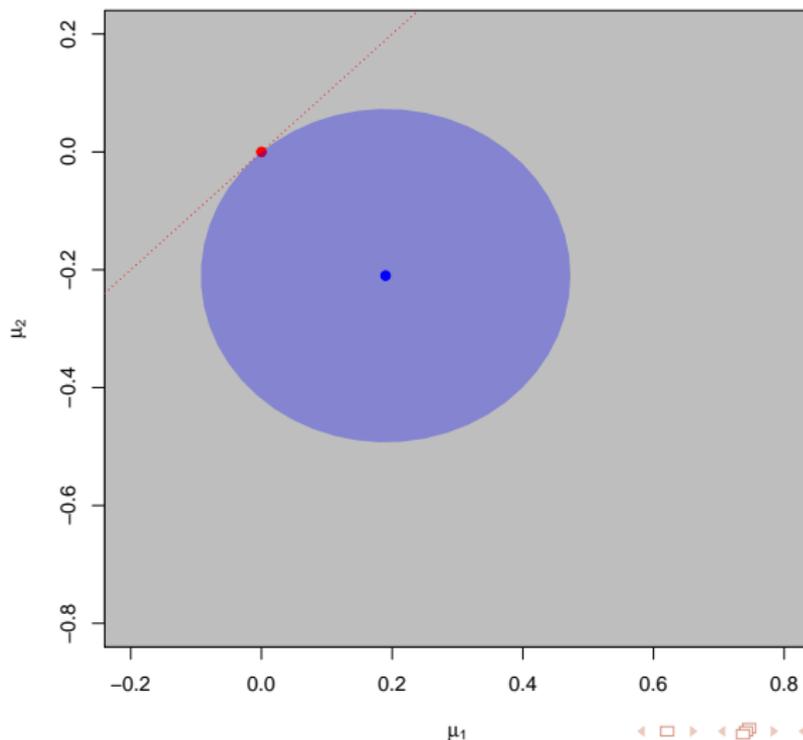


Ilustração gráfica:  $s_{x_5}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.5353$

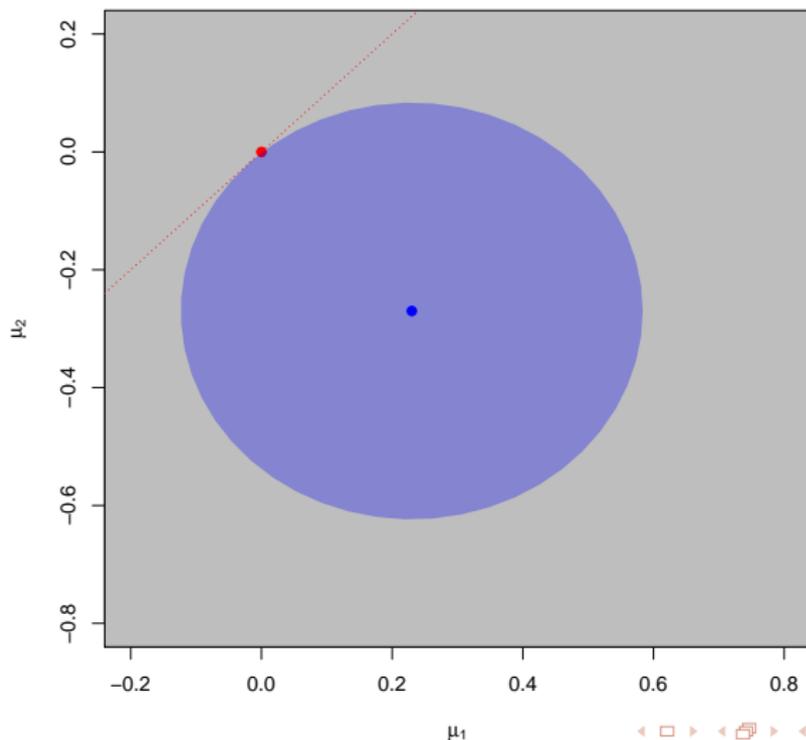


Ilustração gráfica:  $s_{x_6}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.4066$

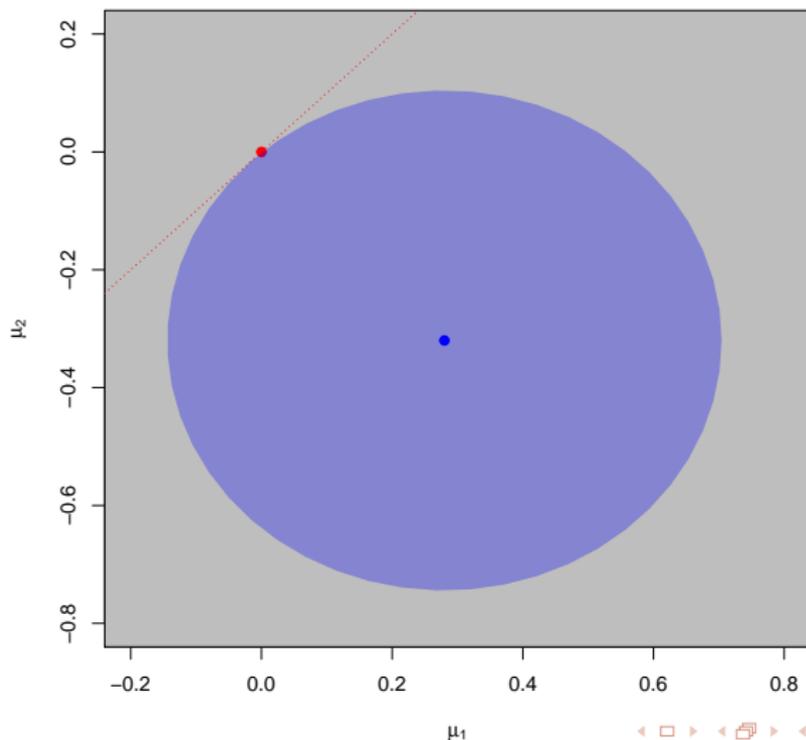


Ilustração gráfica:  $s_{x_7}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.2938$

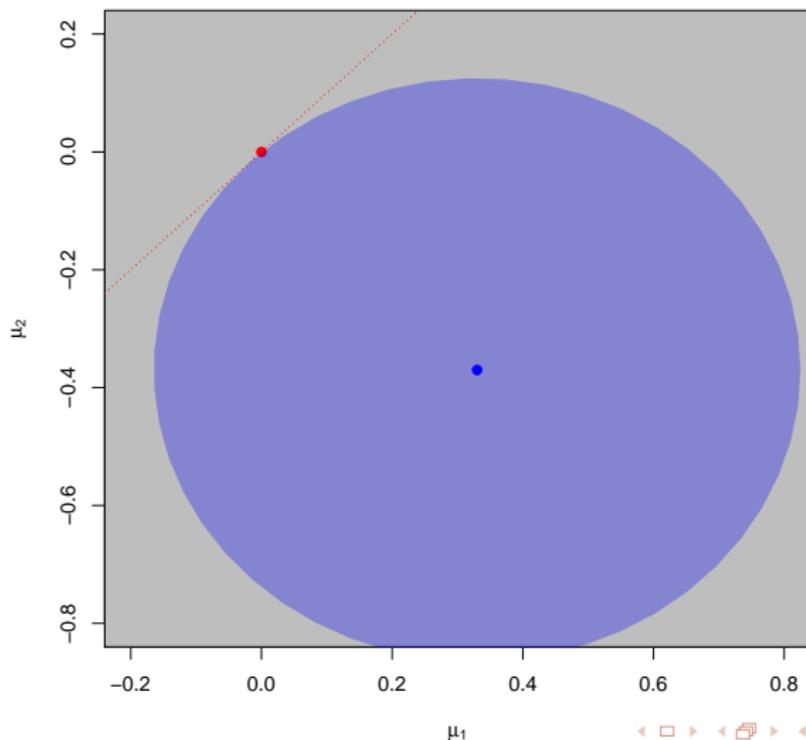


Ilustração gráfica:  $s_{x_8}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.2019$

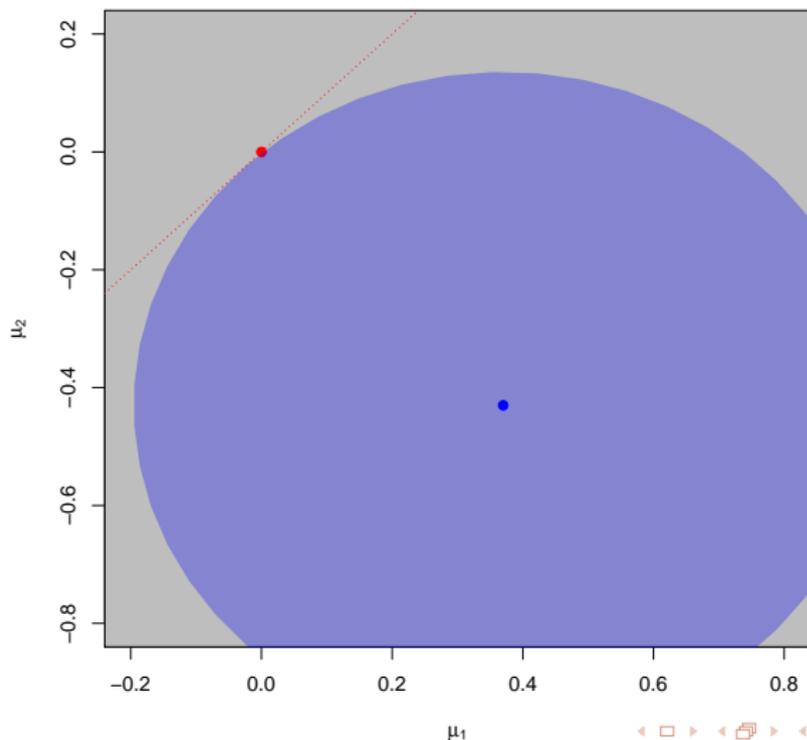


Ilustração gráfica:  $s_{x_9}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.1320$

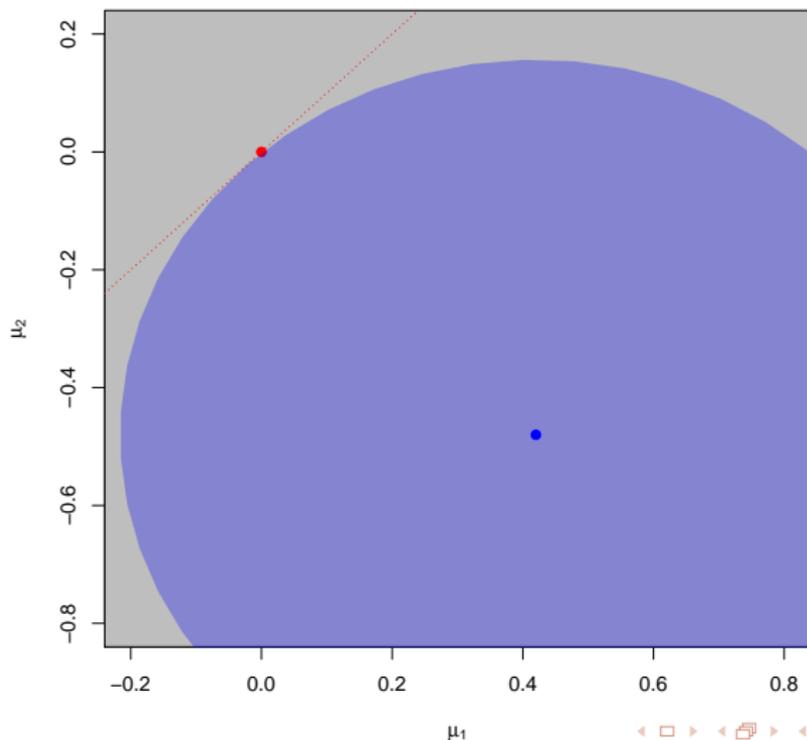
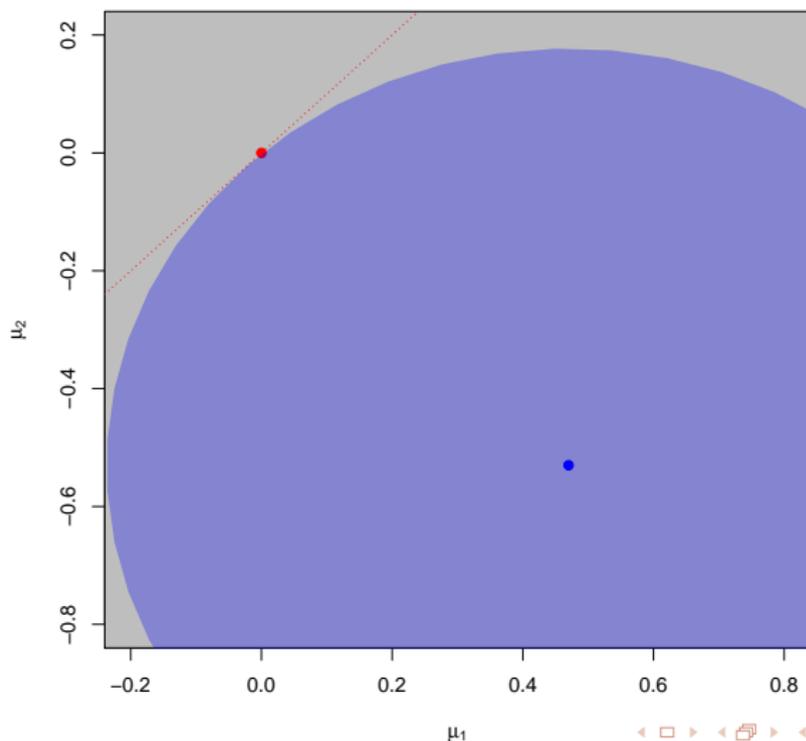


Ilustração gráfica:  $s_{x_{10}}(\{\mu_1 = \mu_2\}) = 0.0821$



# Palavras finais

# Palavras finais

O valor-s:

- pode ser aplicado diretamente sempre que a função de log-verossimilhança for concava:

$$s_x(\Theta) = 1 - F(F_{H_0}(1 - p_x(\Theta_0))),$$

- é uma medida de possibilidade e pode ser justificado por *desiderata* (axiomas mais básicos),
- evita o problema de monotonicidade do valor-p,
- tem nível de significância  $\alpha$ :

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} P_{\theta}(s_X(\Theta_0) \leq \alpha) \leq \alpha.$$

# Referências

# Referências:

- Neyman, J, Pearson, E. (1933). On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London.*, A, 289–337.
- Fisher, R. (1955). *Statistical Methods and Scientific Induction*, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 17(1), 69–78
- Patriota, AG (2013). A classical measure of evidence for general null hypotheses, *Fuzzy Sets and Systems*, 233, 74-88.
- Patriota, AG (2017). On some assumptions of Null Hypothesis Statistical Testing, *Educational and Psychological Measurement*, 77, 507–524.
- Patriota, AG (2018). Is NHST logically flawed? Commentary on: “NHST is still logically flawed”, *Scientometrics*, 116, 2189–2191.

# OBRIGADO