PRELIMINARES

1. **Dados**: provenientes de:

    1. Levantamentos amostrais

    2. Estudos observacionais (e.g., séries de tempo)

    3. Planejamento de experimentos

2. **Série temporal**: conjunto de observações ordenadas no tempo.

    - índice diário da BVSP;

    - retornos de ações da Petrobrás;

    - índices mensais de inflação no Brasil;

    - taxas de câmbio Real/USD.

1. **Três enfoques**:

   - análise paramétrica (domínio do tempo)
   - análise não paramétrica (dom. da freqüência)
   - análise semiparamétrica

2. **Objetivos**:

   - investigar o mecanismo gerador da série temporal;
   - fazer previsões de valores futuros da série;
   - descrever o comportamento da série;
   - procurar tendências e periodicidades nos dados;
   - modelar heterocedasticidade presente na série.

1. **Modelos paramétricos**:
   - modelos lineares;
   - modelos não-lineares;
   - modelos estacionários;
   - modelos não-estacionários.

2. **Modelos não-paramétricos**:
   - análise espectral;
   - análise de ondaletas.

3. **Estacionariedade**: série desenvolve-se no tempo ao redor de uma média constante ("reversão à média").

1. **Não-estacionariedade**: no caso não-explosivo, duas fontes:

   - raízes unitárias;

   - tendência determinística.

2. **Retornos**

   - Retornos líquido simples (RLS):

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}.$$

   - Retorno bruto simples (RBS): $1 + R_t$.

   - R_t: relativo a um período : dia, mês, ano.

- RBS entre períodos $t-k$ e T:

$$\begin{aligned} 1 + R_t[k] &= \prod_{j=0}^{k-1}(1 + R_{t-j}) \\ &= \frac{P_t}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdots \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-k}}, \end{aligned}$$

$$R_t[k] = \frac{P_t}{P_{t-k}} - 1.$$

- Retorno simples anualizado (médio):

$$R_t[k] \text{anualizado} = [\Pi_{j=0}^{k-1}(1 + R_{t-j})]^{1/k} - 1,$$

que pode ser aproximado por $(1/k) \sum_{j=0}^{k-1} R_{t-j}$, usando uma expansão de Taylor até primeira ordem.

- Retorno composto continuamente (**log-retorno**):

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = \log(1 + R_t) = p_t - p_{t-1},$$

$$p_t = \log P_t.$$

- Na prática é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala, do que com preços, pois os primeiros têm propriedades estatísticas mais interessantes (como estacionariedade e ergodicidade).

- Note também que, para u pequeno, $\log(1+u) \approx u$, do que segue que os retornos simples R_t e os log-retornos r_t serão em geral valores próximos.

- **log-retorno de período** k:

$$r_t[k] = \log \frac{P_t}{P_{t-k}} = \log(1 + R_t[k]) =$$

$$= \sum_{j=0}^{k-1} \log(1 + R_{t-j}) = \sum_{j=0}^{k-1} r_{t-j}.$$

- Por exemplo, um mês compreende normalmente cerca de 21 dias de transações, de modo que o log-retorno continuamente composto em um mês é dado por

$$r_t[21] = r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-20},$$

para todo t.

- ano= 252 dias; trimestre= 63 dias.

- **Dividendos**: Se houver pagamento de dividendos D_t no período:

$$R_t = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1,$$

$$r_t = \log(1 + R_t) = \log(P_t + D_t) - \log P_{t-1}.$$

r_t : uma função não-linear de log-preços e log-dividendos.

1. **Distribuição de Retornos**

- Distribuição conjunta

  N ativos com retornos r_{it} em T instantes de tempo; considerar as distribuições

$$F(r_{11}, \ldots, r_{N1}; \ldots; r_{1T}, \ldots, r_{NT});$$

  dependem de outras variáveis e parâmetro desconhecidos.

- Distribuições condicionais:

$$F(r_1, \ldots, r_n) = F_1(r_1)F_2(r_2|r_1) \ldots F_n(r_n|\mathcal{F}_{n-1}).$$

- Versão da hipótese do Passeio Aleatório (mercado eficiente):

$$F_t(r_t|\mathcal{F}_{t-1}) = F_t(r_t),$$

  ou seja, os retornos são temporalmente independentes.

- Distribuições incondicionais:

  - retornos independentes temporalmente e **normais**;

  - $r_t \sim N(\mu, \sigma^2) \longrightarrow 1 + R_t \sim$ log-Normais.

  - distribuições estáveis.

1. **Assimetria e Curtose**

   - X: média μ e variância σ^2.

   - **assimetria** $A(X) = E\left[\frac{(X-\mu)^3}{\sigma^3}\right]$.

   - **Curtose**: $K(X) = E\left[\frac{(X-\mu)^4}{\sigma^4}\right]$.

   - Normal: $A = 0, K = 3$.

   - Distribuições com caudas longas: $K > 3$ ou $K = \infty$.

- Estimativas:

$$\hat{A} = \frac{1}{T\hat{\sigma}^3} \sum_{t=1}^{T} (X_t - \overline{X})^3,$$

$$\hat{K} = \frac{1}{T\hat{\sigma}^4} \sum_{t=1}^{T} (X_t - \overline{X})^4.$$

- Dados normais: $\hat{A} \approx N(0, 6/T)$,

  $\hat{K} \approx N(3, 24/T)$.

- $\hat{K} - 3$: excesso de curtose.

- Para retornos diários:

  $\hat{A} < 0$ (índices), $\hat{A} \approx 0(> 0)$ (individuais);

  e.c.> 0, grande (séries ou indices).

- Retornos têm caudas mais pesadas que a normal.

- **Teste de Normalidade**

- Jarque e Bera (1981).

- $$S = (\frac{t}{6})\hat{A}^2 + (\frac{T}{24})(\hat{K} - 3)^2.$$

- H_0 série é normal

- Sob H_0, $S \sim \chi^2(2)$.

- Outros testes:

  - qui-quadrado de aderência

  - Kolmogorov-Smirnov