

## CÁLCULO II - MAT 2127

Instituto de Química

### 2º LISTA DE EXERCÍCIOS

2º Semestre de 2009

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine o produto vetorial  $\vec{a} \times \vec{b}$ :

a)  $\vec{a} = \langle 1, 2, 0 \rangle$  ,  $\vec{b} = \langle 0, 3, 1 \rangle$

b)  $\vec{a} = \langle 1, -1, 0 \rangle$  ,  $\vec{b} = \langle 3, 2, 1 \rangle$

c)  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  ,  $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$

d)  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

2. Determine a área do paralelogramo com vértices em  $A = (0, 1)$ ,  $B = (3, 0)$ ,  $C = (5, -2)$  e  $D = (2, -1)$ .

3. a) Determine um vetor ortogonal ao plano que passa pelos pontos  $P, Q$  e  $R$  abaixo.

b) Calcule também a área do triângulo  $\Delta(PQR)$ .

(i)  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 2, 0)$ ,  $R = (0, 0, 3)$

(ii)  $P = (2, 0, -3)$ ,  $Q = (3, 1, 0)$ ,  $R = (5, 2, 2)$

4. Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores

$$\vec{a} = \langle 1, 0, 6 \rangle \text{ , } \vec{b} = \langle 2, 3, -8 \rangle \text{ , } \vec{c} = \langle 8, -5, 6 \rangle$$

5. Utilize o produto misto para determinar se os pontos  $P = (1, 0, 1)$ ,  $Q = (2, 4, 6)$ ,  $R = (3, 1, 2)$  e  $S = (6, 2, 8)$  pertencem a um mesmo plano.

6. a) Seja  $P$  um ponto não pertencente à reta  $L$ , a qual passa pelos pontos  $Q$  e  $R$  ( $Q \neq R$ ). Mostre que a distância "d" do ponto  $P$  à reta  $L$  é

$$d = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|} \text{ , com } \vec{a} = \vec{QR} \text{ , } \vec{b} = \vec{QP} \text{ .}$$

b) Utilize a fórmula da parte a) para determinar a distância do ponto  $P = (1, 1, 1)$  à reta que passa por  $Q = (0, 6, 8)$  e  $R = (-1, 4, 7)$ .

7. a) Seja  $P$  um ponto não pertencente ao plano que passa pelos pontos  $Q, R, S$ . Mostre que a distância "d" do ponto  $P$  ao plano é:

$$d = \frac{|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

onde  $\vec{a} = \vec{QR}$ ,  $\vec{b} = \vec{QS}$  e  $\vec{c} = \vec{QP}$ .

b) Utilize a fórmula dada na parte a) para calcular a distância de  $P = (1, 2, 4)$  ao plano definido pelos pontos  $Q = (1, 0, 0)$ ,  $R = (0, 2, 0)$  e  $S = (0, 0, 3)$ .

8. Determine uma equação vetorial e equações paramétricas para a reta:
- que passa pelo ponto  $(1, 0, -3)$  e é paralela ao vetor  $2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ ;
  - que passa pelo ponto  $(1, 0, 6)$  e é perpendicular ao plano  $x + 3y + z = 5$ .
9. Determine as equações paramétricas e na forma simétrica para a reta que:
- passa pela origem e pelo ponto  $(1, 2, 3)$ ;
  - passa pelos pontos  $(-1, 0, 5)$  e  $(4, -3, 3)$ ;
  - é a intersecção dos planos  $x + y + z = 1$  e  $x + z = 0$ .
10. Mostre que a reta que passa pelos pontos  $(0, 1, 1)$  e  $(1, -1, 6)$  é perpendicular à reta que passa pelos pontos  $(-4, 2, 1)$  e  $(-1, 6, 2)$ .
11. Determine se as retas  $L_1$  e  $L_2$  são paralelas, reversas ou concorrentes. Se forem concorrentes, determine o ponto de intersecção das mesmas:
- $L_1 : \frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{-3}$   
 $L_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$
  - $L_1 : x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3t$   
 $L_2 : x = 2 - s, y = 1 + 2s, z = 4 + s$
12. Determine a equação do plano:
- que passa pelo ponto  $(6, 3, 2)$  e é perpendicular ao vetor  $(-2, 1, 5)$ ;
  - que passa pelo ponto  $(-2, 8, 10)$  e é perpendicular à reta  

$$x = 1 + t, y = 2t, z = 4 - 3t ;$$
  - passa pelo ponto  $(1, -1, 1)$  e cuja normal é  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ;
  - passa pela origem e é paralelo ao plano  $2x - y + 3z = 1$ ;
  - passa pelo ponto  $(-1, 6, -5)$  e é paralelo ao plano  $x + y + z + 2 = 0$ ;
  - paralelo ao plano  $2x + 4y + 8z = 17$  e que contém a reta  

$$x = 3 + 2t, y = t, z = 8 - t ;$$
  - passa pelos pontos  $(3, -1, 2)$ ,  $(8, 2, 4)$  e  $(-1, -2, -3)$ ;
  - passa pelo ponto  $(1, 2, 3)$  e contém a reta  

$$x = 3t, y = 1 + t, z = 2 - t ;$$
  - contendo  $(-1, 2, 1)$  e a reta que é a intersecção dos planos  $x + y - z = 2$  e  $2x - y + 3z = 1$ .
  - contendo a reta que é a intersecção dos planos  $x - z = 1$  e  $y + 2z = 3$  e, ainda, é perpendicular ao plano  $x + y - 2z = 1$ .