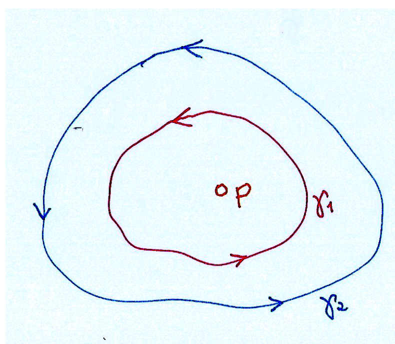
Lista 9 - MAT-211 - MAT-216 - 2022

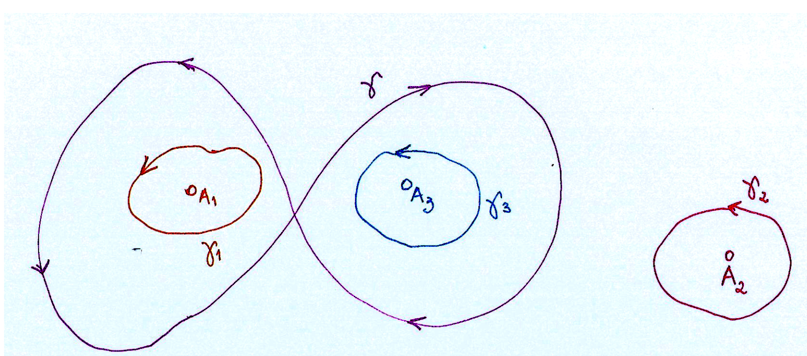
(I) Calcule $\int_\gamma y^2dx + (2+x+y)dy$, sendo γ a fronteira do retângulo $[0,3]\times[-1,1]$, orientada no sentido anti-horário.

(II) Calcule $\int_\gamma (y^3+2x)dx + (3y-x^2)dy$, sendo γ a elipse $x^2+4y^2=4$, percorrida no sentido horário.

(III) Seja $\vec{F}(x,y) = P(x,y)\vec{i} + Q(x,y)\vec{j}$ um campo de classe C^1 definido num domínio $D = \mathbb{R}^2 - \{P\}$, conforme a figura, e suponhamos que $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial P}{\partial y}$ em D. Considere R a região limitada pelas curvas γ_1 e γ_2, ambas no sentido anti horário (ainda conforme a figura). Prove que $\int_{\gamma_1} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_{\gamma_2} P(x,y)dx + Q(x,y)dy$.



(IV) Seja $\vec{F}(x,y) = P(x,y)\vec{i} + Q(x,y)\vec{j}$ um campo de classe C^1 definido num domínio $D = \mathbb{R}^2 - \{A_1, A_2, A_3\}$, conforme a figura, com $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial P}{\partial y}$ em D.



Suponhamos que $\int_{\gamma_1} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 12$, $\int_{\gamma_2} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 10$ e $\int_{\gamma_3} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 9$. Calcule $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ e determine uma curva λ tal que $\int_\lambda P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 1$.

(V) Considere o campo $\vec{F}(x,y) = ((x^2+y^2+2x)e^x - cosx)\vec{i} + 2ye^x\vec{j}$.

(i) Prove que $\vec{F}$ é conservativo em $\mathbb{R}^2$.

(ii) Calcule o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ para mover uma partícula ao longo do caminho $\gamma(t) = (tgt, cost)$, $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$.

(VI) Calcule $\int_\gamma 7x^6 y dx + x^7 dy$, sendo $\gamma(t) = (t, e^{t^2-1})$, $-1 \leq t \leq 1$.

(VII) Calcule $\int_\gamma \frac{xdx + ydy}{x^2+y^2}$, sendo γ a curva $y = x^2 - 1$, $-1 \leq \ x \leq 2$, percorrida do ponto (-1,0) para o ponto (2,3).

(VIII) Calcule $\int_\gamma 2xye^{x^2} dx + (6y^2 + e^{x^2})dy$ sobre a curva $\gamma(t) = (t^2 - t, cos(\pi t^2))$, $0 \leq t \leq 1$.

(IX) Prove que o campo $\vec{F}(x,y) = (cosxcosy - y, -senxseny - x)$ é conservativo em $\mathbb{R}^2$ e calcule $\int_\gamma \vec{F}.d\vec{r}$, sendo $\gamma(t) = (t^2, t^3)$, $-1 \leq t \leq 1$.

(X) Calcule $\int_\gamma (y^2 + senx^2)dx + (x^2+1)dy$, sendo a curva γ definida por $x = \sqrt{1-y^2}$, do ponto $(0.-1)$ ao ponto $(0,1)$.