Lista 13 - MAT-211 - MAT-216 - 2022

(I) Calcule:

(1) $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, com $\vec{F} = (x, yze^{z^2}, -\frac{e^{z^2}}{2})$ e S a parte de $z = x^2 + y^2$ limitada por $x^2 + y^2 = 1$, orientada com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} < 0$.

(2) $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, com $\vec{F} = (x^2+z^3, z^5, e^{x^2+y^2}+z^2)$, e S a parte da esfera $x^2+y^2+(z-1)^2 = 1$ interior a $z^2 = x^2 + y^2$, orientada com normal exterior.

(3) $\int\int_S cos(senz^2)dy \wedge dz + ydz \wedge dx + xdx \wedge dy$, S definida pela parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ que possui $z \geq 0$, com normal interior.

(4) $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F} = z^3\vec{k}$, e S a parte do parabolóide $z = 5 - x^2 - y^2$, com $z \geq 0$, e campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} \geq 0$.

(II) Calcule $\int\int_S rot\vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F}(x, y, z) = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ e S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ que está acima do plano $z = 5$, orientada com campo de vetores normais que aponta para cima.

(III) Considere o campo $\vec{F}(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{(4x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$. Verifique que $div\vec{F} = 0$.

Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, para as seguintes superfícies S:

(1) S é um elipsóide da forma $4x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $(a > 0)$, orientado com normal exterior.
(2) S é a esfera $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$, orientada com normal exterior.
(3) S é a parte do parabolóide $z = 4x^2 + y^2 - 1$, com $z \leq 0$, orientada com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} \leq 0$.