

Lista 2

MAT3210 — 2º SEMESTRE DE 2019

Exercício 1.

Ache e esboce o domínio das funções:

(a) $f(x, y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{y-1}$,

(b) $f(x, y) = \ln y - x^3$,

(c) $f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$,

(d) $f(x, y) = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$,

(e) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$,

(f) $f(x, y) = \arcsen \frac{y-1}{x}$,

(g) $f(x, y) = \ln xy$,

(h) $f(x, y) = \sqrt{x-\sqrt{y}}$,

(i) $f(x, y) = \sqrt{x-\sqrt{y}}$,

(j) $f(x, y) = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$,

(k) $f(x, y) = \ln x - \ln \sen y$.

(l) $f(x, y) = \sqrt{x \sen y}$.

Exercício 2.

Esboce as curvas de nível de:

(a) $f(x, y) = 3x + 4y$,

(b) $f(x, y) = xy$,

(c) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$,

(d) $f(x, y) = y(x^2 + 1)$,

(e) $f(x, y) = \frac{xy-1}{x^2}$,

(f) $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$,

(g) $f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2)$,
para níveis $c = -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1$.

Exercício 3.

Esboce os gráficos de:

(a) $f(x, y) = 1 - 2x - 3y$,

(b) $f(x, y) = 9x^2 + 4y^2$,

(c) $f(x, y) = x^2 - y^2$,

(d) $f(x, y) = y^2 + 1$,

(e) $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$,

(f) $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 + 4y$,

(g) $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$,

(h) $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Exercício 4.

Calcule as seguintes limites, caso existam. Se não existirem, explique por quê:

- (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1}}{xy + y}$, (f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^3}{x^2 + y^2}$,
- (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$, (g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$,
- (c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$, (h) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 3xy + y^2}{3x^2 + 4y^2}$,
- (d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$, (i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2}$,
- (e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2y^2}$, (j) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^3 - y}$.

Exercício 5.

Determine o conjunto dos pontos de continuidade. Justifique a resposta:

- (a) $f(x, y) = \frac{1}{a^2 - x^2 - y^2}$,
- (b) $f(x, y) = \frac{xy}{y - x^2}$,
- (c) $f(x, y) = \ln \frac{x - y}{x^2 + y^2}$,
- (d) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x - 3y}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- (e) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
- (f) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$