

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

Análise do regime de luz da mata da C.U.A.S.O em pequenas escalas

Daniela Nascimento da Silva

Monografia orientada pelo Prof. Sérgio Tadeu Meirelles (IB) e apresentada à Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para a conclusão do curso de Bacharelado em Matemática Aplicada.

São Paulo - SP

2007

Resumo

O estudo no interior de um fragmento de floresta (aproximadamente $46^{\circ}43'W$ e $23^{\circ}33'S$; 750 m de altitude média), a Cidade Universitária “Armando de Salles Oliveira”(CUASO), da Universidade de São Paulo (USP) foi realizado com o intuito de representar o sinal que caracteriza a luz que penetra nos estratos próximos ao chão da mata e analisar a variabilidade luminica em pequenas escalas, tanto temporal como espacial, durante seis dias em quatro áreas sombreadas.

O sinal encontrado mostrou que as frequências baixas são as mais energéticas. Observou-se variações luminosas a distâncias menores que 25cm e em intervalos de minutos, decorrentes em grande parte, da atividade dos *sunflecks* (fachos de luz direta de alta densidade que atravessam as copas das árvores).

Lista de Tabelas

3.1	Contribuição das frequências na distribuição da luz 1	17
3.2	Contribuição das frequências na distribuição da luz 2	17
3.3	Padrões luminosos	22
3.4	Duração dos sunflecks em minutos	23

Lista de Figuras

2.1	Coleta de dados	10
2.2	Calibração dos sensores de luz	11
2.3	Funções de calibração	12
3.1	Representação do sinal	16
3.2	Boxplots das medidas de irradiância de todos os dias	19
3.3	Padrões de variação luminosa diária	21
3.4	Fase diária da área 1	24
3.5	Fases diárias da área 2	26
3.6	Fase diária da área 4	27
3.7	Fases diárias da área 3	28
3.8	Fases horárias 1	29
3.9	Fases horárias 2	31
3.10	Dendogramas da área 1 e da área 2	32
3.11	Dendogramas da área 3 e da área 4	33
A.1	Função split-cosine-bell	42
B.1	Séries das medidas de irradiância de 30/08/06	49
B.2	Séries das medidas de irradiância de 12/09/06	50
B.3	Séries das medidas de irradiância de 14/09/06	51
B.4	Séries das medidas de irradiância de 24/10/06	52

B.5	Séries das medidas de irradiância de 25/10/06	53
B.6	Séries das medidas de irradiância de 31/10/06	54
B.7	Espectros estimados suavizados do dia 1	55
B.8	Espectros estimados suavizados do dia 2	56
B.9	Espectros estimados suavizados do dia 3	57
B.10	Espectros estimados suavizados do dia 4	58
B.11	Espectros estimados suavizados do dia 5	59
B.12	Espectros estimados suavizados do dia 6	60
B.13	Autocorrelogramas do primeiro dia	61
B.14	Autocorrelogramas do segundo dia	62
B.15	Autocorrelogramas do terceiro dia	63
B.16	Autocorrelogramas do quarto dia	64
B.17	Autocorrelogramas do quinto dia	65
B.18	Autocorrelogramas do sexto dia	66
B.19	Fases horárias em função da distância do dia 1	67
B.20	Fases horárias em função da distância do dia 2	68
B.21	Fases horárias em função da distância do dia 3	69
B.22	Fases horárias em função da distância do dia 4	70
B.23	Fases horárias em função da distância do dia 5	71
B.24	Fases horárias em função da distância do dia 6	72

Sumário

1	Introdução e Objetivos	1
2	Materiais e Métodos	8
2.1	Local de estudo	8
2.2	Coleta e Processamento dos dados	9
2.3	Métodos Matemáticos	12
3	Resultados e Discussão	16
3.1	Representação do sinal	16
3.2	Atividade dos sunflecks	18
4	Conclusão	34
A	Análise de séries temporais	36
A.1	Conceitos fundamentais	36
A.2	Análise de Fourier	38
A.3	Análise Espectral	43
B	Séries, espectros, autocorrelogramas e fases	48
	Referências Bibliográficas	73

Capítulo 1

Introdução e Objetivos

A luz possui características tanto de partículas como de onda, é uma onda eletromagnética transversal (lado a lado), onde os campos magnético e elétrico oscilam perpendicularmente à direção da propagação da onda e a um ângulo de 90° com relação a uma reta e é uma partícula, a qual denominamos fóton que contém uma quantidade de energia que é chamada quantum.

A radiação solar é como uma chuva de fótons de diferentes frequências, cujos nossos olhos são sensíveis a uma pequena faixa, a região de luz visível do espectro eletromagnético que se estende de aproximadamente 400nm (violeta) a 700nm (vermelho). A luz com frequências levemente superiores (os comprimentos de onda mais curtos) está na faixa de ultravioleta e possui alta energia, já a luz com frequências levemente inferiores (comprimentos de onda mais longos) está na faixa do infravermelho e possui baixa energia.

Toda a vida na Terra é sustentada pelo fluxo de energia irradiada pelo sol e circulante na biosfera. Age diretamente como fonte de energia na fotossíntese, desempenhando função reguladora na vida dos vegetais (Jardim et al., 1993).

A luz tem papel fundamental para as plantas, uma vez que além

de ser essencial para processos fisiológicos envolvidos desde a germinação até o estabelecimento e sobrevivência das espécies presentes numa floresta é também fator importante considerado na questão da dinâmica de florestas (Bazzaz & Pickett, 1988).

A luz é importante para plantas sob dois aspectos: como fonte de energia e informação, qualitativa, quantitativa, temporal e direcional (Hart, 1990), estando envolvida em processos como: acúmulo de biomassa, determinação da forma, orientação espacial e temporal, defesa e manutenção dos indivíduos e a perpetuação da espécie (Gandolfi, 2000).

A latitude em que uma floresta se encontra é um dos fatores mais importantes a ser considerado, pois tem influência decisiva na duração do fotoperíodo ao longo das estações do ano (Prado, 1980) e define os possíveis ângulos de incidência da luz sobre o dossel e clareiras ao longo do ano, sendo que em latitudes mais altas ocorre uma variação na duração do fotoperíodo e na altura máxima que o sol passa em relação ao horizonte (Whitmore, 1996).

Além da latitude, fatores como a topografia, a estruturação da floresta (altura do dossel, área basal, densidade de indivíduos), a nebulosidade e outros fatores climáticos irão determinar tanto a qualidade quanto a quantidade de luz que chega na floresta (Hogan & Machado, 2002)

Todos esses fatores agindo sobre o ambiente florestal resultam numa grande variabilidade lumínica no interior das florestas, onde além da variação da luz em largas escalas (diferentes latitudes e ao longo do ano), pode-se também observar em pequenas escalas no interior de uma floresta, onde se observa uma variação a curtas distâncias, até mesmo em centímetros (Hogan & Machado, 2002).

Florestas tropicais exibem contrastes espaciais em temperatura, déficit de pressão de vapor e irradiância, que se formam ao longo de um contínuo

entre clareira e sub-bosque e, verticalmente, do chão da floresta ao topo do dossel (Chazdon et al., 1996). Esta heterogeneidade opera também em escalas temporais. Mudanças sazonais e diárias de irradiância que ocorrem nas grandes clareiras estão relacionadas à posição do sol e ao padrão de cobertura de nuvens e precipitação, enquanto que no sub-bosque as alterações são devidas a fachos de luz de alta densidade que pontuam o chão da floresta em curto espaço de tempo, *sunflecks*.

A disposição vertical dos indivíduos (árvores, arbustos, epífitas, lianas e herbáceas) implica na formação de diferentes estratos dentro da floresta. Isso resulta em diferentes gradientes verticais de luz dentro desse ambiente, onde as plantas emergentes vivem sob condições de muita luz, enquanto que as plantas que vivem debaixo de suas copas, sob baixa quantidade de luz (Bazzaz & Picket, 1988), sendo que a energia radiante que chega até o dossel da floresta é absorvida pelas copas das árvores, parte é refletida e outra parte é difundida para o interior da floresta (Blair & Fite, 1964).

Esse processo de interceptação e transmissão de luz pelas copas das árvores dos diferentes estratos da floresta tem relação direta com os processos de fotossíntese, de crescimento e morfogenéticos, e a manutenção do processo fotossintético das plantas do estrato superior depende da radiação interceptada pelas suas copas e a radiação que é transmitida garante a manutenção da fotossíntese das plantas que vivem nos estratos inferiores, sendo que o padrão de interceptação da luz numa floresta depende da densidade e distribuição da área foliar (Bazzaz & Picket, 1988).

Um dos fatores mais importantes que influem no microclima é a atenuação da radiação solar pelo dossel das florestas naturais, por atuar diretamente no balanço de energia e, conseqüentemente, nas condições ambientais. Em geral, 80% da radiação solar incidente é interceptada pelas copas

das árvores e menos de 5% chega ao piso da floresta (Geiger, 1950; Yoshino, 1975).

O pequeno ângulo de incidência no início da manhã e final da tarde aumenta o percurso dos raios de luz através do dossel. A intensidade relativa no solo florestal é diminuída consideravelmente, uma vez que os raios oblíquos são obstruídos pelas folhas, ramos e o número de sunflecks também diminui. A intensidade de luz também é influenciada pela sazonalidade, principalmente devido aos períodos nublados que, incidentalmente, também removem o componente sunflecks. Segundo Chazdon e Fetcher (1984), esses fatores interagem de maneira complexa, produzindo um padrão heterogêneo de microclimas luminosos dentro da floresta.

A quantidade de energia radiante que chega no sub-bosque das florestas tropicais além de ser muito variável tanto espacial como temporal, é extremamente baixa, variando entre 0,1 a 1,9% do total de energia que chega no dossel, chegando até 2,0% contando com os sunflecks (Bazzaz & Pickett, 1988). Alguns trabalhos mostram que 50 a 80% da radiação total que chega no sub-bosque corresponde aos sunflecks (Pearcy, 1983).

Os sunflecks são extremamente heterogêneos, podendo variar de segundos a minutos de duração. Para as plantas que vivem no sub-bosque, o número de sunflecks assim como sua duração é de grande importância, provocando uma resposta fisiológica das plantas em função dessa heterogeneidade (Naumburg & Ellsworth, 2002), fazendo com que 40 a 60% do carbono fixado por esses indivíduos do sub-bosque ao longo do dia se deva aos sunflecks (Chazdon, 1988; Pearcy, 1990 e Chazdon & Pearcy, 1991).

Apesar de muitos estudos utilizarem estimativas indiretas do regime de luz, apenas as medidas diretas da radiação incidente permitem uma avaliação precisa dos padrões de luz existentes numa dada área (Rich et al.,

1995).

Nos estudos sobre os regimes de luz de uma floresta, a radiação fotossinteticamente ativa (PAR, 400-700nm) é o que interessa, a irradiância normalmente medida é a densidade de fluxo de fótons incidentes da radiação fotossinteticamente ativa (DFFF - densidade de fluxo de fótons fotossintéticos), cuja unidade de medida normalmente utilizada é o μmol de fótons $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$, ou simplesmente $\mu\text{mol m}^{-2}\text{s}^{-1}$ (Hart, 1990; Pearcy et al., 1992) em termos de quanta. Mas, na prática e nesse trabalho, o intervalo de 400 a 800nm do espectro de radiação eletromagnética é o que foi utilizado, contudo, usaremos a definição anterior como medida de irradiância.

Muitos métodos têm sido utilizados para se obter uma descrição da quantidade e qualidade da luz disponível dentro de uma floresta, tanto metodologias de medição direta como indireta da irradiância lumínica, dentre eles: o uso de métodos baseados na mensuração de áreas iluminadas; na utilização de substâncias fotoquímicas; na utilização de sensores fotossensíveis e no uso de fotografias hemisféricas (Anderson, 1964; Woodward & Yaquib, 1979; Gutschick et al., 1985; Takenaka, 1987; Chazdon, 1987; Becker, et al., 1989; Pearcy et al., 1992; Semenzato & Cattaneo, 1992; Mitchell & Whitmore, 1993; Bardon et al., 1995). Optou-se por sensores fotossensíveis para a coleta das medidas de irradiâncias diárias utilizadas.

A irradiância medida por um sensor não corresponde somente à luz solar direta, que foi por ele capturada, mas, também à luz transmitida e refletida proveniente de várias outras fontes situadas à volta do sensor. Portanto, a intensidade medida por um sensor dependerá das características espectrais, do conteúdo energético e das proporções relativas de todas as radiações provenientes de todas as fontes por ele capturadas, razão pela qual, áreas como o sub-bosque, o dossel ou as clareiras apresentam regimes de luz

muito distintos entre si.

O objetivo geral do trabalho foi o estudo da variação da luz em escala :

- espacial
 - áreas sombreadas diferentes
 - pontos separados de centímetros em cada área
- temporal
 - dias diferentes numa mesma área
 - diária e em intervalos de uma hora

O objetivo principal do presente trabalho foi encontrar o sinal que caracteriza a distribuição da irradiância que atravessa o dossel e alcança os estratos próximos ao piso da mata da C.U.A.S.O com os dados obtidos durante seis dias e analisar como o tamanho e a duração dos sunflecks contribuem para a heterogeneidade das quatro áreas estudadas dentro da mata. Os cálculos efetuados foram baseados na análise de séries temporais, usando o espectro para representar o sinal, através da transformada rápida de Fourier.

Para acessar a escala espacial de variação da luz, usamos a fases dos espectros bivariados de leituras simultâneas de irradiância entre sensores pareados sobre várias distâncias, pesquisando a dependência da heterogeneidade em função da distância. Estas fases medem o quanto as medições de luz estão em acordo para dois sensores sobre diferentes distâncias, logo refletem fortemente a escala espacial da atividade dos sunflecks.

O uso de autocorrelogramas determina a escala de variação temporal de cada ponto de medição. Altos valores de correlação indicam a presença de sunflecks e as defasagens onde ocorrem estas correlações representam a

duração em minutos destes sunflecks, desde que, verificada a ocorrência de sunflecks. A quantidade de valores diferentes de zero representa a variação durante o período diurno. Por último, através de dendogramas estimou-se o número de microambientes luminosos formados em cada área, conseqüentemente efetuou-se um estudo da heterogeneidade espacial da mata.

Capítulo 2

Materiais e Métodos

2.1 Local de estudo

A “Cidade Universitária Armando de Salles Oliveira” (CUASO), da Universidade de São Paulo, localiza-se no bairro do Butantã, em São Paulo, SP. Em seu interior, entre 23°33'44” a 23°34'02”S e 46°43'38” a 46°43'49”W, localiza-se a reserva estudada neste trabalho, com uma área de 102.100m², situada no vale de um riacho que se estende na direção S-N, em terreno com desnível de 40m entre as partes mais altas, a 775m, e as mais baixas, a 735m.

A área situa-se na Bacia de São Paulo, formada por depósitos do Terciário e Quaternário (Joly, 1950). O solo é essencialmente argiloso, ácido, pobre em nutrientes e com altos teores de alumínio (Gomes, 1992).

O clima da região é do tipo Cwa ou temperado chuvoso (Koeppen, 1948), com precipitação média anual em torno de 1.500mm. As maiores temperaturas ocorrem entre novembro e abril, com pico em janeiro. Este período mais quente contém o mais úmido, de dezembro a março, com pequenas variações entre os anos (Gomes, 1992). As épocas mais frias correspondem às de menor precipitação, de maio a agosto.

A temperatura média anual é de 19,2 °C e precipitação média anual de 1.207mm. As temperaturas médias mensais oscilam entre 14 °C (junho) e 23 °C (fevereiro). As precipitações médias mensais vão de 230mm em janeiro a 40mm em agosto, quando pode ocorrer déficit hídrico no solo (Aragaki & Mantovani, 1998).

Grande parte da área da Reserva é coberta por mata secundária, formando um mosaico composto por áreas em diversos estágios de degradação e regeneração. A Reserva representa um dos poucos remanescentes da cobertura florestal na cidade de São Paulo, com cerca de 120 espécies arbustivo-arbóreas nativas (Rossi, 1994). Situada no domínio das florestas ombrófilas densas, a mata apresenta relações florísticas com as florestas ombrófila densa sobre a serra do Mar e a estacional semidecidual (sensu Veloso et al., 1991) no estado de São Paulo. Entretanto, Gomes (1992) considera que esta região se encontra sob clima com características transicionais, resultando na existência de floresta ecotonal, com elementos da floresta ombrófila densa Atlântica e das matas estacionais semidecíduas do interior do estado.

2.2 Coleta e Processamento dos dados

A caracterização do regime de luz que atravessa as copas das árvores e chega nos estratos mais inferiores da mata foi realizada em dias de céu aberto em diferentes distâncias e áreas de sombra através de sensores fotossensíveis LDRs de sulfeto de cádmio cobertos por teflon, material usado como difusor.

Por causa de problemas técnicos, como quebras durante o manuseio e após as coletas, nos três primeiros dias aproveitamos os dados de apenas sete dos sensores, porém, nos outros dias utilizou-se oito sensores.



Figura 2.1: Coleta dos dados de irradiância diária no chão da mata CUASO

Nos primeiros dias, os sensores foram fixados igualmente espaçados em 12.5 cm numa tábua sobre uma mesa de uns 70 cm de altura em relação ao chão na área 1 e área 2 respectivamente em 30/08 e 12, 14/09. Já nos outros dias, o espaçamento entre os pontos foi de 25 cm e a tábua foi colocada diretamente sobre o chão na área 3 em 24 e 25/10 e área 4 em 31/10. Em ambas situações, os sensores foram acoplados a um datalogger que coletava e armazenava os dados em bits que depois eram transferidos para o computador.

A calibração ou conversão de bits para μmol dos sensores foi feita com o LI-COR (modelo LI-250) que executa medições instantâneas de irradiância (DFFF) pela conexão a um sensor de quantum. Colocamos ambos

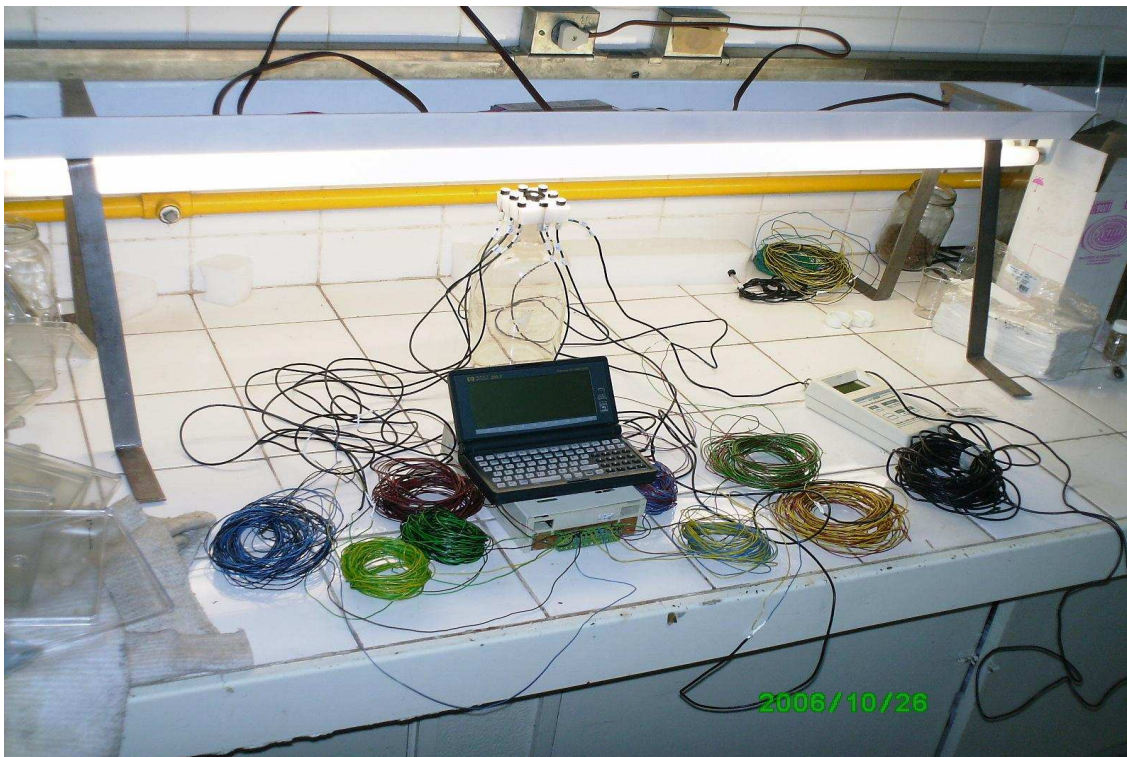


Figura 2.2: Calibração dos sensores de luz com o LICOR sobre uma lâmpada de 100W

os sensores LDRs e o de quantum próximos o bastante para que experimentassem a mesma intensidade luminosa, utilizando uma lâmpada fluorescente de 100W e uma lâmpada de 1000W conseguimos um intervalo de 0.5 à 2200 μmol . As funções que melhor se ajustaram aos dados foram a exponencial e a potência com $R^2 \geq 0.95$, obtidas no Excel.

A irradiância é proporcional ao cosseno do ângulo de incidência—ângulo entre a perpendicular da superfície e o raio incidente—Lei do cosseno de Lambert. Considerou-se o ângulo horário em graus, $h = [(hora\ local - 12) \cdot 15]$ nos cálculos. Ao meio-dia, $h=0$, a irradiância é a mesma medida pelo sensor, às 15 e às 9 horas, a irradiância medida pelo sensor é multiplicada

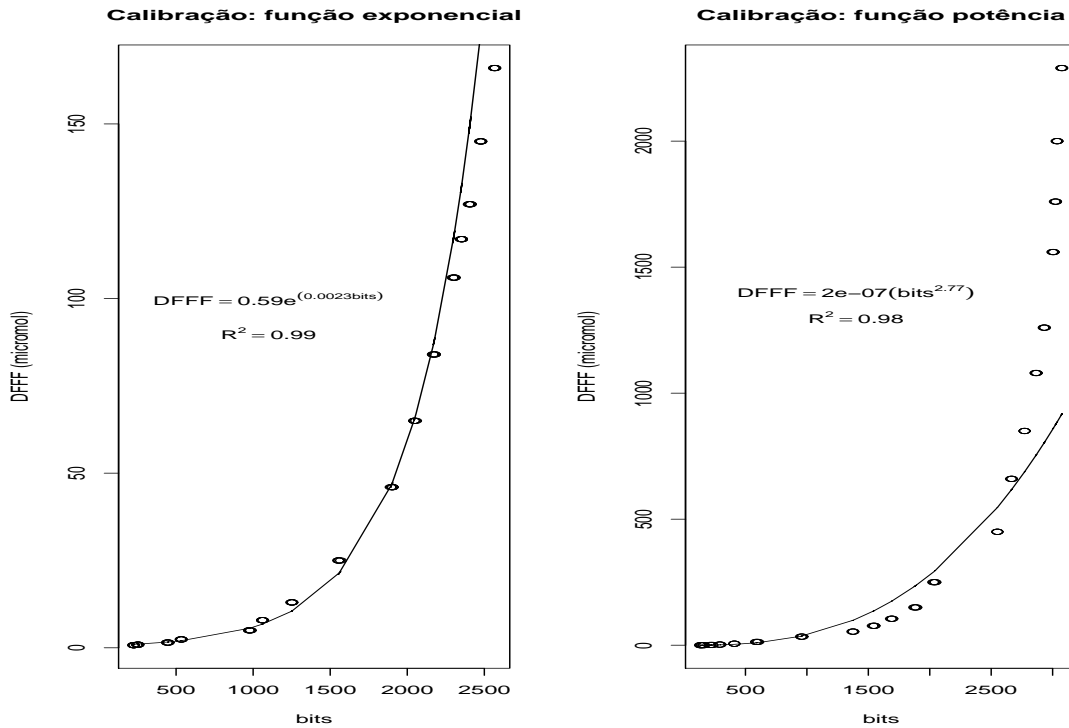


Figura 2.3: Funções de calibração utilizadas na conversão de bits para μmol

por $\cos(\pi/4)$, lembrando que $\cos(x) = \cos(-x)$.

2.3 Métodos Matemáticos

A luz representa uma quantidade física. Um dos conceitos físicos fundamentais é o da energia e uma importante técnica usada na análise de processos físicos é a separação do processo em diversos componentes de frequências diferentes e o conseqüente estudo da maneira pela qual a energia total é distribuída por esses componentes.

A melhor forma de analisar essas séries diárias é no domínio da frequências, onde se baseia a análise espectral, cujo principal fundamento

é a existência do espectro que é a decomposição de uma série estacionária em componentes senoidais ponderadas, chamadas componentes espectrais ou simplesmente uma partição da variabilidade da série em componentes de frequências, representando a contribuição de cada frequência para o processo, Morettin (2004).

Para cada série diária temos uma série temporal multivariada (variável para vários sensores utilizados) e estacionária e para encontrar o sinal que descreve essa distribuição de luz, utilizou-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) para calcular o estimador do espectro de cada série, pois, até pequenas quantidades de energia podem ser percebidas no domínio das frequências, mesmo na presença de grandes quantidades de energia em outras frequências, Pereira (1986).

O intervalo de frequências utilizadas é de $[0,0.5]$, por causa do *aliasing* (detalhes no apêndice A) e a unidade das frequências é a quantidade de ciclos por minuto (cpm).

Antes de aplicarmos a FFT, realizamos um pré-processamento de cada série com os seguintes passos:

- taper de 20% (10% em cada extremidade), utilizamos a função `split-cosine-bell`, implementada no R na função `spec.taper()`. Isto evita as descontinuidades no começo e no final da série. Estas descontinuidades poderiam representar a adição de um cosseno que na verdade não existe, Bloomfield (2000).
- Filtro passa-alto elimina a tendência (comportamento da série) da série quando o periodograma têm seus maiores valores nas frequências próximas de zero, usamos o filtro diferença no domínio do tempo, $Y_t = X_t - X_{t-1}$ para $t = 1, \dots, N$, onde N é o número de observações.

- Filtro passa-baixo (suavização) diminui a variabilidade (ruído) da série, usou-se o filtro de médias móveis, $Y_t = \frac{1}{5} \sum_{k=-2}^2 X_{t-k}$.

Com a FFT, obtemos o periodograma que não é um bom estimador para o espectro, pois, apesar de ser assintoticamente não-viesado, é inconsistente, Morettin (2004). Por isso, suavizamos o periodograma da série, aplicando a janela de Daniell que consiste em tomar a média de n ordenadas do periodograma ao redor da frequência de interesse. Como tivemos diferentes intervalos de horas coletadas, escolhemos o valor de n levando em consideração o tamanho da série para obtenção de uma largura de banda (separação mínima entre componentes espectrais que vamos ser capazes de observar) igual para todos os pontos, então, adquirimos um estimador assintoticamente não-viesado e com variâncias que decrescem com o número de observações da série .

Autocorrelogramas de cada série diária, em todos os locais amostrados, foram feitos para quantificar a variação da luz e a intensidade e a duração dos sunflecks sobre cada um dos pontos de medição. Calcula-se a correlação entre $X(t)$ e $X(t + \tau)$, onde τ é o atraso no tempo e vemos o comportamento da função de autocorrelação conforme o aumento de τ .

Antes de estimarmos as fases dos espectros bivariados, alinhou-se as duas séries para evitar que as estimativas fossem tendenciosas. Se a função de correlação cruzada amostral teve seu maior valor no atraso S , então, o alinhamento é feito transladando-se uma das séries de uma distância S , de tal forma, que o pico na função de correlação cruzada das séries alinhadas esteja no instante zero.

Utilizamos os espectros bivariados e obtemos as fases para cada par de sensores formado pelo primeiro e os seguintes distribuídos na reta. Essas fases medem o quanto as medidas de irradiância de dois sensores estão de

acordo para diferentes distâncias e portanto, refletem fortemente a escala espacial da atividade dos sunflecks, ou simplesmente seu(s) tamanho(s).

Os dendogramas (método de Ward) de cada área agrupam os pontos de medições segundo as componentes dos periodogramas (não suavizados), mostrando quantos microambientes luminosos se formam nas áreas estudadas pelos padrões de distribuição da luz conforme a contribuição de cada frequência. Ward é um método de agrupamento de dados que forma grupos de maneira a atingir sempre o menor erro interno entre os vetores que compõe cada grupo e o vetor médio do grupo. Isto equivale a buscar o mínimo desvio padrão entre os dados de cada grupo, Bussab (1990).

Vale ressaltar que na maioria dos softwares estatísticos a correlação é uma medida de similaridade, porém, no R os dendogramas são feitos conforme medidas de dissimilaridade, por isso, para transformar a correlação numa medida de não-parecença, usamos seu complementar (1-correlação), logo, quanto menor o valor da correlação nesses dendogramas mais relacionadas são as variáveis.

Capítulo 3

Resultados e Discussão

3.1 Representação do sinal

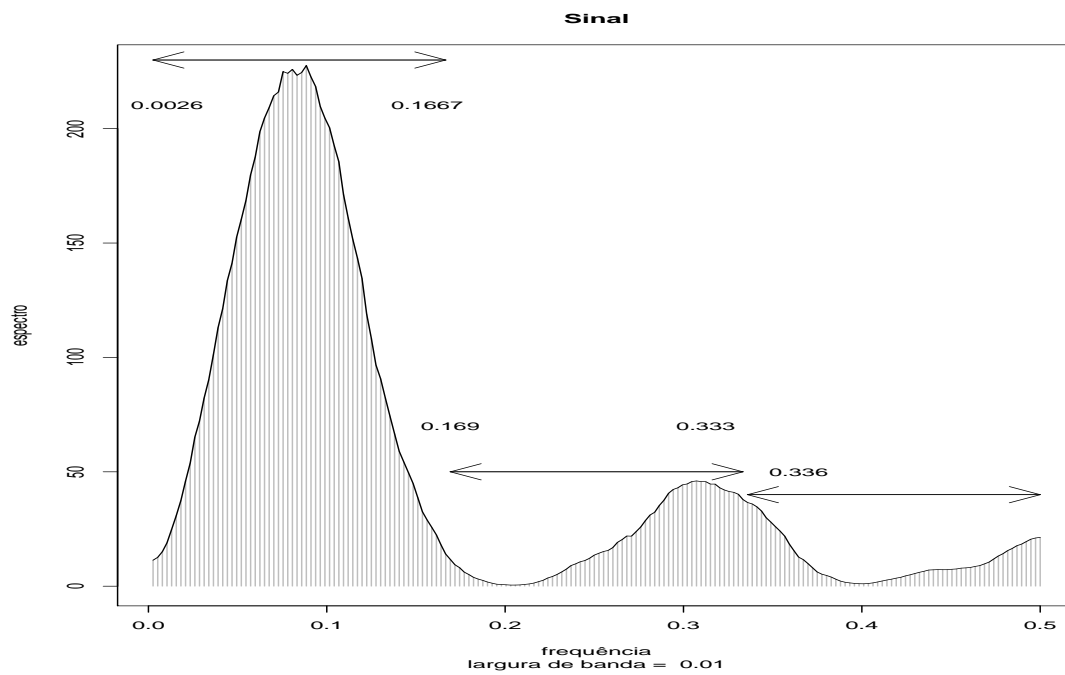


Figura 3.1: Representação do sinal (espectro) da quantidade de luz que atravessa o dossel e chega perto do piso da mata da C.U.A.S.O

Dos espectros estimados suavizados dos seis dias e seus pontos obtemos um sinal comum representado no gráfico 3.1. Além disso, pode-se ver que nos sensores nos quais a irradiância ao longo do dia é bem pequena, as componentes do espectro tem valores extremamente baixos, menores que 2. Tais como, os sensores 2, 4 e 5 no segundo dia, o ponto 7 no terceiro dia e o ponto 2 e 6 no quinto dia.

As duas tabelas, a seguir, mostram como a energia total do sinal está distribuída entre as componentes que foram separadas em três intervalos de frequências: baixas $((0,0.166])$, médias $((0.166, 0.333])$ e altas $((0.333,0.5])$ nos seus respectivos dias de medição.

frequências	área 1 dia 1	área 2 dia 2	área 2 dia 3
baixas	57% a 87%	64% a 83%	58% a 79%
médias	9% a 27%	10% a 28%	16% a 29%
altas	3% a 16%	1% a 10%	4% a 11%

Tabela 3.1: Contribuição das frequências na distribuição da luz nos três primeiros dias

frequências	área 3 dia 4	área 3 dia 5	área 4 dia 6
baixas	62% a 97%	44% a 96%	40% a 86%
médias	1% a 30%	3% a 32%	11% a 37%
altas	1% a 14%	0.4% a 23%	4% a 22%

Tabela 3.2: Contribuição das frequências na distribuição da luz nos três últimos dias

Nota-se que as frequências baixas são as mais energéticas, por causa da sua maior contribuição ao processo de distribuição da energia luminosa.

Pelas tabelas acima, temos valores maiores que 50% e até próximos de 100% comprovando que essas frequências são responsáveis por pelo menos metade da energia envolvida no processo de distribuição da luz. Valores menores que 50% nessas frequências para alguns pontos de medição seriam resolvidos com aplicação de um filtro de médias móveis com tamanho maior, pois, diminuiria um pouco mais o ruído.

3.2 Atividade dos sunflecks

Na figura 3.2, temos os boxplots, cujas variáveis, são a área e o dia, nos quais foram tomadas as medidas de irradiâncias (DFFF) com os outliers removidos. Podemos ver que a variação luminosa diária foi pequena, mostrando que a maior parte da luz que chega nesses pontos próximos ao chão da CUASO que são cobertos por copas de árvores (áreas de sombra) é a radiação difusa, irradiância de baixa intensidade.

Em todas as áreas, observa-se que os valores de DFFF estão abaixo de $60 \mu\text{mol}$, aliás, a irradiância foi inferior a $25 \mu\text{mol}$ para a maioria dos pontos. A exceção é a área 3, onde o ponto 0 que provavelmente estava sob um buraco no dossel (clareira), por causa da sua irradiância média no período diurno ser de aproximadamente $100 \mu\text{mol}$ e o ponto 5, no qual pelo menos 20% dos valores de DFFF foram maiores que $50 \mu\text{mol}$ ambos na terceira área.

Devido a esses baixos valores de irradiância nas áreas sombreadas da mata da C.U.A.S.O, compreendemos a importância do estudo dos sunflecks em escala temporal (duração) e escala espacial (tamanho). Sobre os pontos 4 e 5 no segundo dia, o ponto 7 no terceiro dia e os pontos 2 e 6 no quinto dia não houve a incidência de sunflecks.

Os autocorrelogramas das figuras B.13 a B.18 pag. 61–66 foram

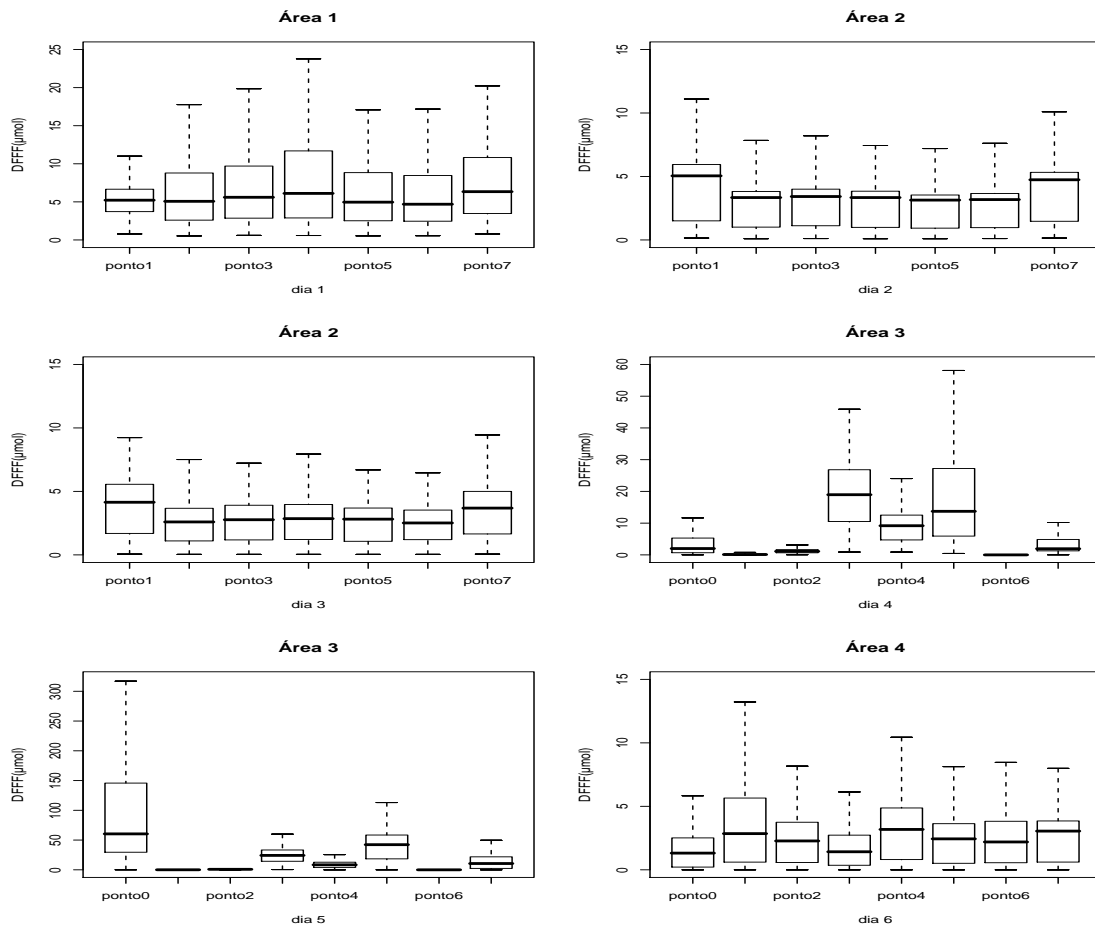


Figura 3.2: Boxplot das medidas de irradiâncias diárias para cada área sem os outliers

feitos para análise da variação temporal da intensidade luminosa na mata, considerando as quatro áreas estudadas em intervalos de tempo de 30 minutos. A análise dos autocorrelogramas é simplesmente um estudo da variação luminosa ao longo do dia em cada ponto.

Valores altos e positivos de autocorrelações indicam uma forte dependência linear entre medidas separadas de τ minutos no tempo, portanto, existe uma tendência de crescimento, um aumento de $X(t)$ é acompanhado

por um maior aumento de $X(t + \tau)$. Por outro lado, autocorrelações negativas e baixas evidenciam uma tendência de decaimento, o crescimento elevado de $X(t)$ será seguido por uma pequena queda nos valores de $X(t + \tau)$.

A identificação de sunflecks pelo valor das correlações é simples, pois, em vez de se utilizar algum valor de corte em μmol como os definidos em trabalhos já publicados sobre o tema, só os valores de irradiância no decorrer do dia obtidos por um sensor são analisados, definindo a ocorrência e a intensidade de sunflecks segundo a irradiância recebida durante o dia. Cada padrão de distribuição de luz define o valor em μmol dos seus próprios sunflecks.

A nomeação usada na classificação dos quatro padrões de variação luminosa diária encontrados facilita a discussão dos resultados, mas, a definição de padrões horizontais formados numa floresta englobariam apenas as definições de clareira e sombra.

Pela análise da forma do autocorrelograma pode-se avaliar a variação diária de irradiância recebida por um sensor pelo valor das correlações nos primeiros atrasos, da quantidade de atrasos com valores significativos e da velocidade de decaimento da função de autocorrelação. Valores altos de correlações ($r \geq 0.7$) indicam a presença de sunflecks de alta intensidade.

A quantidade de atrasos diferentes de zero representa a variabilidade lumínica ao longo do dia e as correlações mensuram a intensidade da irradiância sobre os pontos de medições.

Se o número e a distribuição dos sunflecks é bastante variável durante o fotoperíodo, a função de autocorrelação é semelhante à exponencial e tem um rápido decaimento. Senóides amortecidas misturadas com a função exponencial evidenciam que a ocorrência dos sunflecks ficou concentrada num único intervalo de tempo.

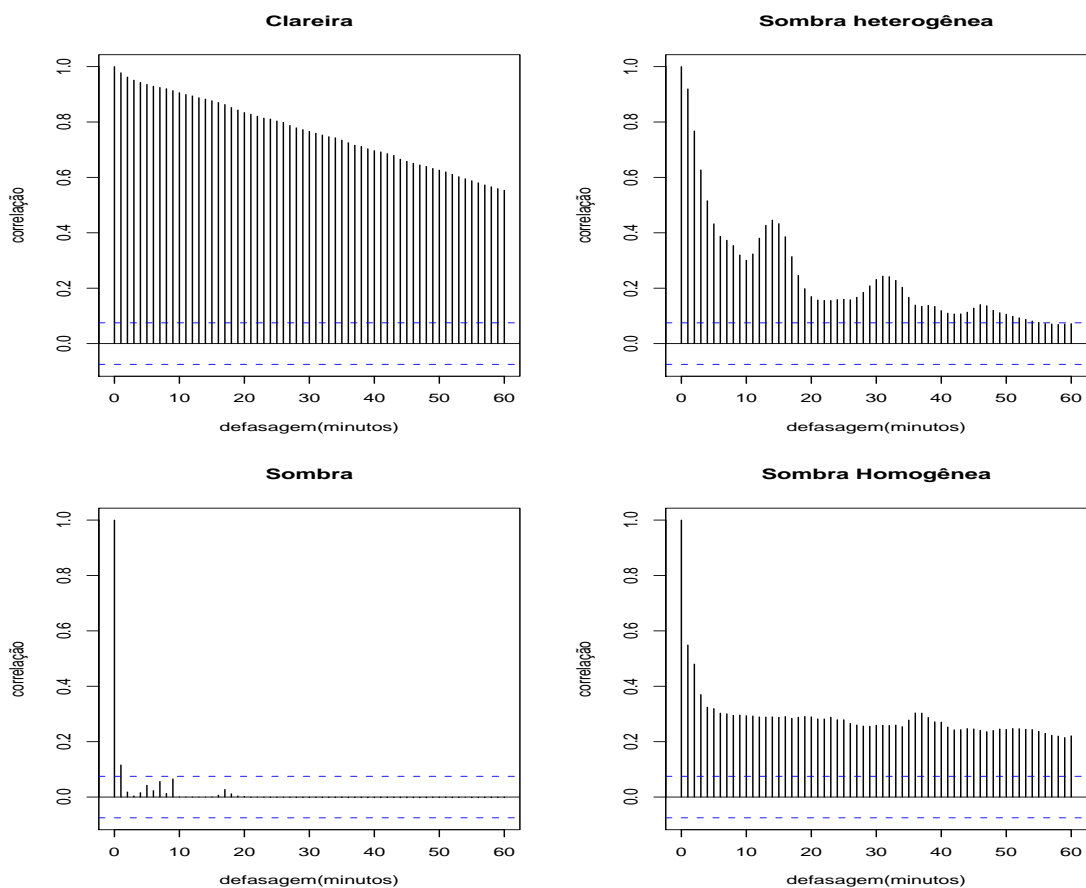


Figura 3.3: Tipos de autocorrelogramas definidos segundo a variação diária da luz e a quantidade de sunflecks

Se o decaimento exponencial da função de autocorrelação é lento e as correlações são altas, tem-se uma clareira, no entanto, se as correlações são médias, tem-se um lugar bem sombreado com baixa intensidade luminosa e raros sunflecks.

Pontos nos quais a irradiância é bem baixa, não sofrendo quase nenhuma alteração durante o período diurno e ocorrendo poucos sunflecks de curta duração, porém, de alta intensidade, as correlações são iguais a zero

na maioria dos atrasos.

Área	dia	sombra	pontos
1	1	heterogênea	1-5,7
		comum	6
2	2	heterogênea	1,3,6
		comum	7
		homogênea	2,4,5
	3	heterogênea	1-6
		homogênea	7
3	4	heterogênea	0-5,7
		comum	6
	5	clareira	0
		heterogênea	3-7
		comum	1
		homogênea	2
4	6	heterogênea	0-7

Tabela 3.3: Classificação dos pontos de cada área segundo os quatro padrões luminosos encontrados

Pela tabela 3.3, em todas as áreas, a distribuição da irradiância ao longo do dia cria diferentes microambientes luminosos mesmo em pequenas escalas espaciais. Comparando-se dois dias de medidas numa mesma área, tem-se mudanças expressivas mesmo em dias consecutivos, lembrando que durante estes dias, as condições do tempo eram bem semelhantes. Na área 1, teríamos dois padrões de variação luminosa diária, na área 2, dois ou três, na área 3, dois ou quatro e apenas um na quarta área.

A presença de sunflecks nas áreas é comprovada pela predominância

Área	dia	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1		1-2	1	1	1-3	1-7	1	1
2	2		1	1	1-3	1	1	1	1
	3		1	1	1	1	1	1	1-2
3	4	1	1-2	1	1-5,17-18	1-2	1-4	1	1
	5	30	0	1-2	1-5,14-17	1-2,14-17	1-5,13-15	1	1-2
4	6	1	1-2	6	1-2	1	1-4	1-3	1-3

Tabela 3.4: Duração dos sunflecks em minutos nas áreas estudadas

da sombra do tipo heterogênea. Apenas, na segunda e terceira área tem-se a sombra homogênea, porém um único ponto nos dias 14/09 e 25/10 e em três pontos no dia 12/09.

Analisando a tabela 3.4, o tempo de duração (as defasagens nas quais as correlações são maiores que 0.7) dos sunflecks de alta intensidade é muito curto. Os valores de duração maiores representam a variação luminosa no decorrer das horas.

Fase zero em todas as frequências mostra que a distribuição da luz sobre os dois pontos segue simultaneamente a mesma tendência, não há atraso nem antecipação entre os dois sensores ao longo do dia, refletindo fortemente a extensão dos sunflecks. Se as fases se concentrassem ao redor de π , a irradiância durante o dia nos dois sensores está fora de fase, ou seja, enquanto que para um a tendência é de crescimento em algum intervalo de frequências para o outro essa tendência é de queda.

O aspecto importante na análise do espectro de fase é verificar se para alguma distância, os sinais estão em fase, ou seja, se sobre todas frequências, a fase é zero. Como a maior parte da energia luminosa está concentrada nas frequências baixas, se a fase é igual a zero sobre estas componentes, já

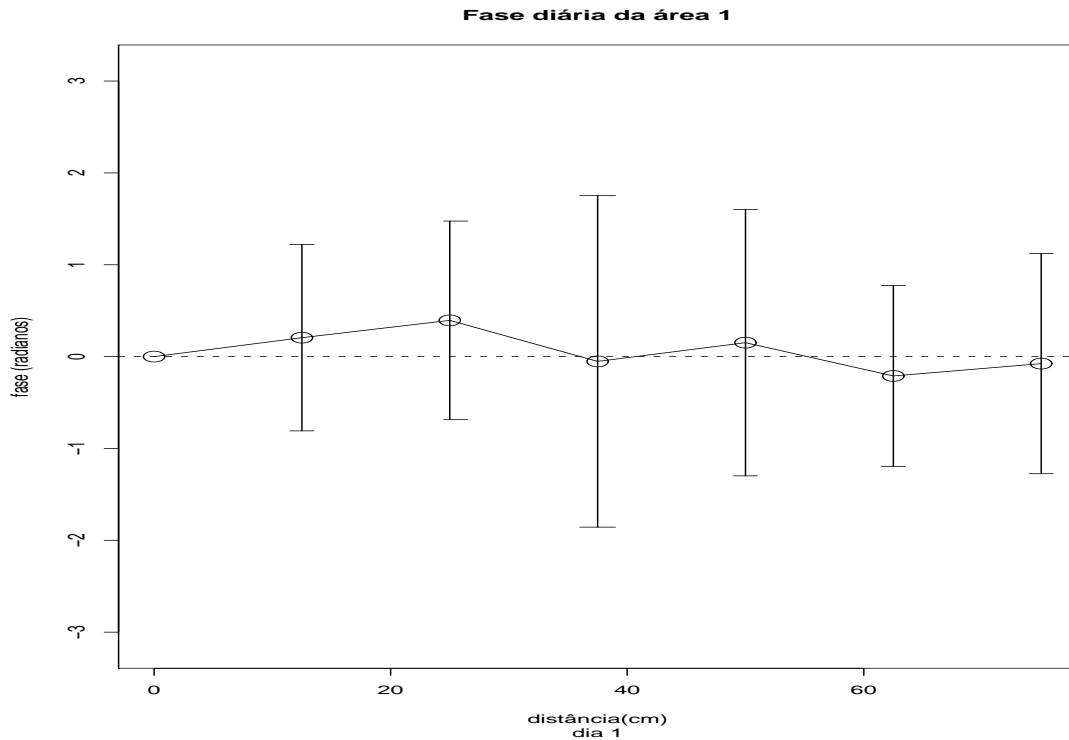


Figura 3.4: Fase diária da primeira área em relação a distância entre dois sensores pareados numa reta, onde (o) é a média e as barras os desvios padrões

temos um provável tamanho de sunflecks.

Lembrando que usou-se distâncias de 12.5 a 175 cm para o cálculo das fases, seria um excesso de informação desnecessária, a apresentação de um gráfico para cada distância em cada dia. Por isso, a análise das fases diárias foi conduzido pelas médias e desvios padrões para cada conjunto amostrado, formado pela área e as distâncias utilizadas. É esperado que as mudanças de fase aumentem conforme o aumento da separação entre os sensores.

Alterações de fases durante o período diurno são notadas até em distâncias de 12.5 cm devido ao grande número de componentes ($N/2$, onde N é o número de medidas de irradiância coletadas por cada sensor ao longo do

dia), o que torna a fase errática (mudanças rápidas de valores entre frequências próximas). Isto é corroborado pelo valores dos desvios-padrões visto nos gráficos 3.4–3.7. Geralmente, o aumento da distância é acompanhado por mudanças de fases nas componentes, sendo comprovado pelo aumento dos desvios-padrões.

Portanto, a análise da fase diária não nos fornece a extensão dos sunflecks na CUASO, devido à grande variabilidade lumínica entre as horas e até entre pontos distantes de 12.5cm.

Analisando os gráficos B.19–B.24 pag. 67–72, onde para cada dia as médias e os desvios padrões das fases sobre a distância para cada hora amostrada, as mudanças de fases são grandes e se manifestam entre diferentes distâncias e horas do dia, mesmo em distâncias de 12.5 cm e medidas separadas em uma hora.

Considerando os intervalos de hora nos quais os desvios padrões das fases são pequenos e a média é próxima de zero, contruíram-se os gráficos 3.8–3.9, das fases em função das frequências, tentando definir o tamanho dos sunflecks.

As fases variam em torno de zero na primeira área nos sensores distantes de 12.5 cm das 10 às 12 horas e nas frequências baixas das 12 às 13, na segunda área durante o terceiro dia das 12-13 na distância de 37.5 cm, na terceira área no quinto dia das 7 às 9 e das 13 às 14 em 75 cm e na quarta área no sexto dia das 7 às 9 na distância de 50 cm.

Nas frequências menores que 0.14 na distância de 25 cm na segunda área durante o terceiro dia entre 12-13 horas, a fase foi praticamente zero.

Não se pode afirmar que encontramos os tamanhos dos sunflecks que agem na mata, contudo, são plausíveis, se desconsiderarmos pequenos atrasos, tamanhos menores que 75 cm, pelo que observou-se nas fases diárias

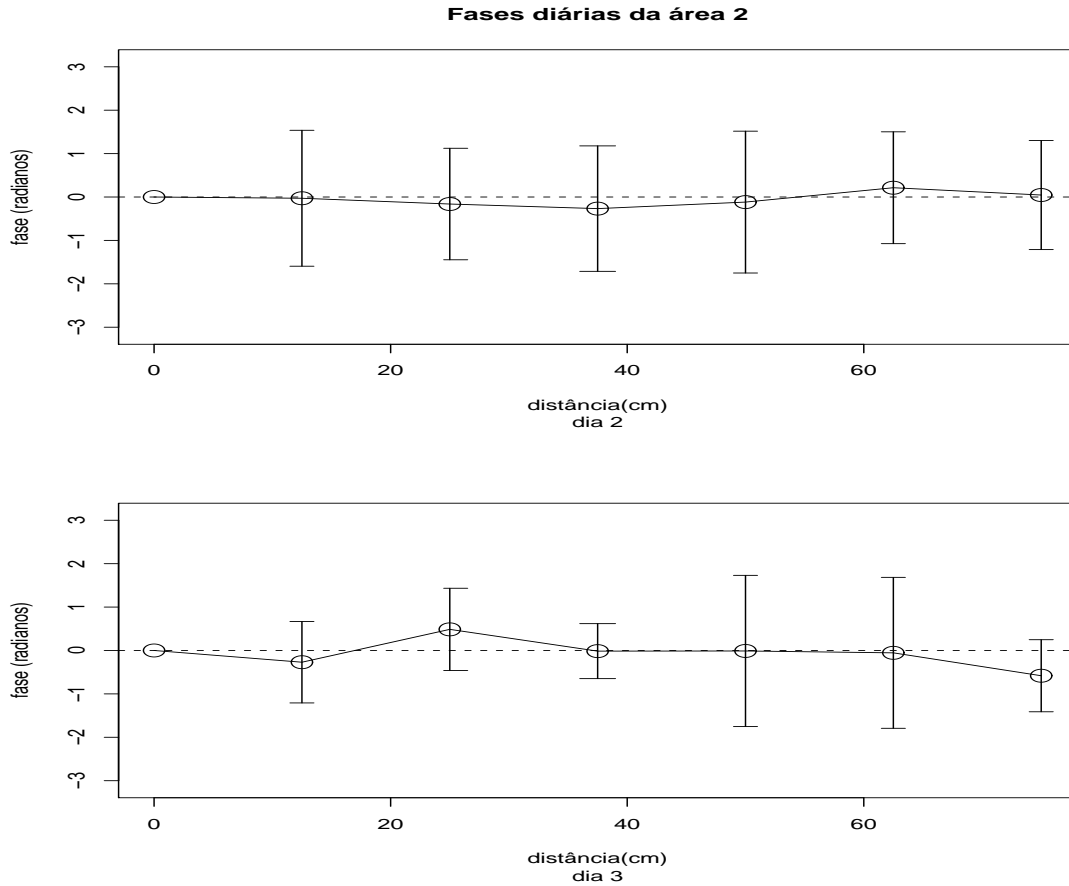


Figura 3.5: Fases diárias da segunda área em relação a distância entre dois sensores pareados numa reta, onde (\circ) é a média e as barras os desvios padrões

e horárias. Certamente, a extensão dos sunflecks é menor que 12.5 cm na mata da C.U.A.S.O, pelo que se observa nos gráficos das séries diárias (B.1–B.6).

Por fim, a heterogeneidade espacial lumínica de cada área será analisada através de dendogramas (método de Ward) construídos a partir de 1 menos a correlação ($1-r$) dos valores dos periodogramas nas frequências. São agrupados os pontos com distribuição de energia luminosa semelhante

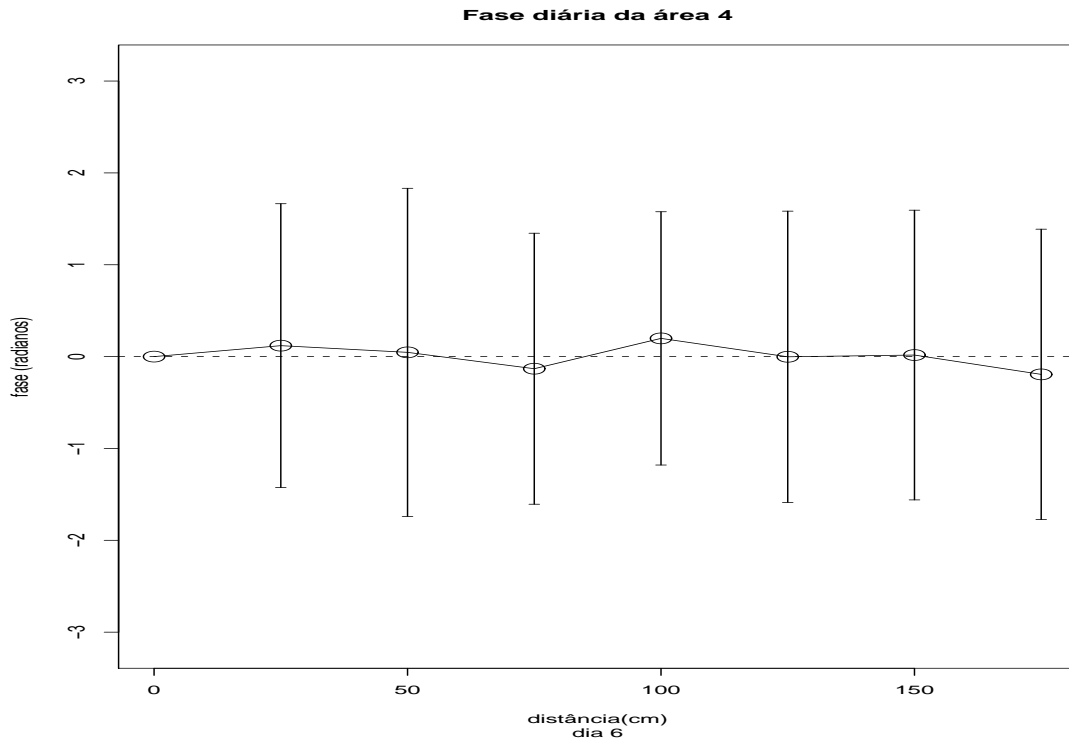


Figura 3.6: Fase diária da quarta área em relação a distância entre dois sensores pareados numa reta, onde (o) é a média e as barras os desvios padrões

durante o período diurno.

Apenas na área 2, no terceiro dia, teve-se a formação de três grupos. Nos outros dias, formaram-se dois grupos em função da distribuição luminosa espacial. Pelos gráficos das séries de irradiância diária (B.1–B.6), os dendogramas agruparam os sensores nos quais a distribuição luminosa ao longo do dia é similar.

Na área 1, os primeiros a serem agrupados são os sensores três e quatro, na área 2, no segundo dia, os sensores quatro e cinco, na área 3, no quinto dia, os sensores 0 e 2 e os sensores 3, 4 e 5 e na área 4, no sexto dia,

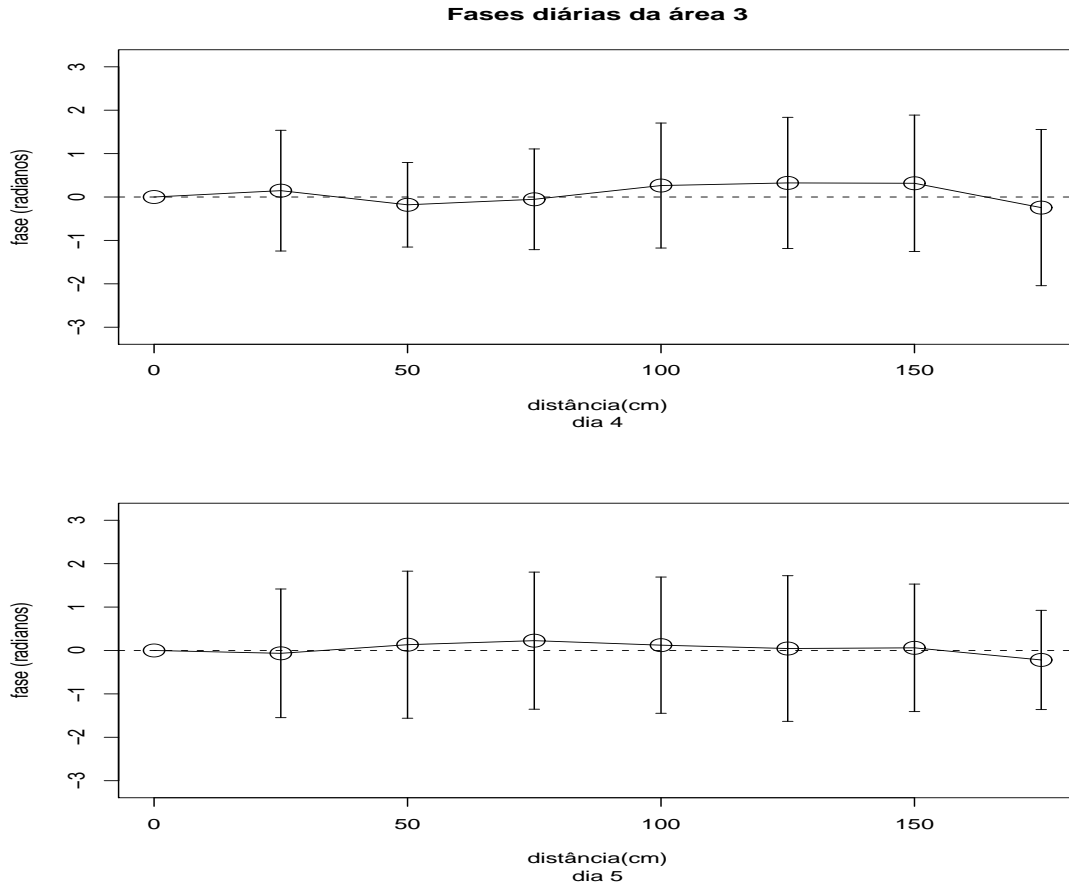


Figura 3.7: Fases diárias da terceira área em relação a distância entre dois sensores pareados numa reta, onde (\circ) é a média e as barras os desvios padrões

os sensores 0 e 1 e os sensores 5 e 6.

Comparando as áreas segundo os valores das correlações do dendrogramas, a distribuição de luz na área 2, no segundo dia de medições, foi mais homogênea, os pontos amostrados são mais correlacionados. E tanto na área 1, no primeiro dia, como na área três, no quinto dia, formaram-se grupos mais heterogêneos, a correlação entre os grupos é quase zero. A distribuição luminosa na área 2, no terceiro dia, foi mais heterogênea ao longo do dia pelo

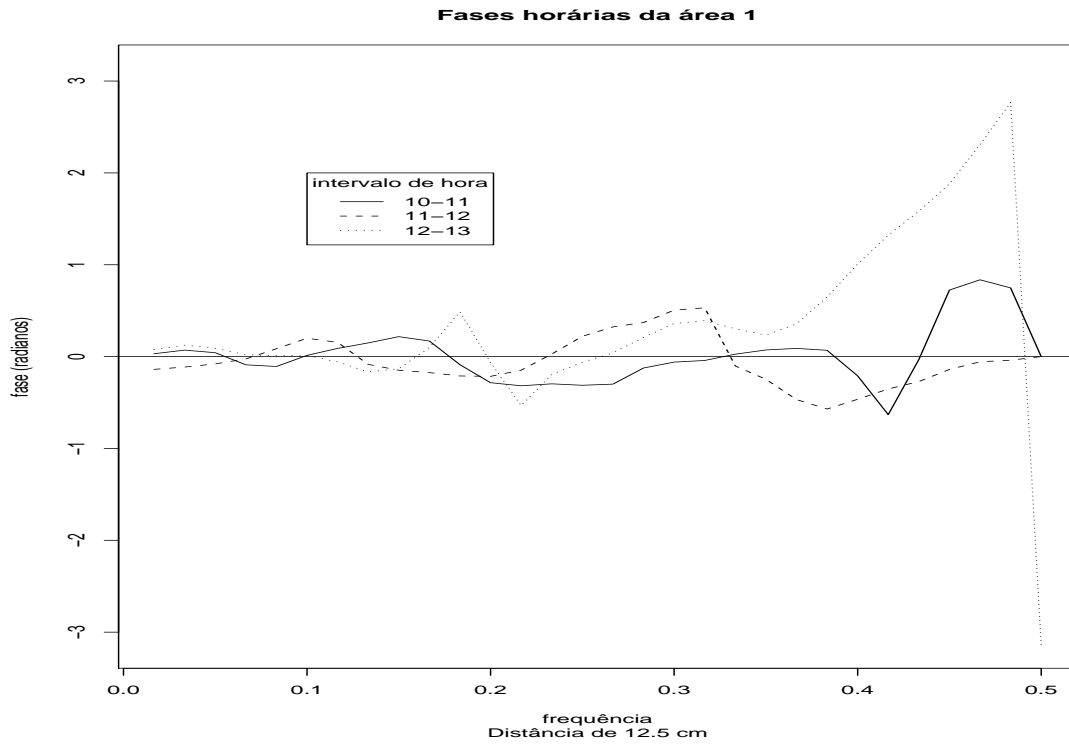


Figura 3.8: Fases horárias próximas de zero para distância de 12.5 cm

maior número de grupos formados.

Numa mesma área, considerando dias diferentes de amostragem, na área 2, no segundo dia teve-se uma homogeneidade maior em comparação com o terceiro dia, dado os valores de correlação e a quantidade de grupos, os únicos pontos que se mantiveram com uma correlação próxima foram o seis e o sete. E na área 3, o número de agrupamentos foi o mesmo, porém, o ponto 2 mudou de grupo de um dia para o outro.

Pela variedade do número de grupos formados segundo a distribuição da luz nessas áreas e entre os dias amostrados numa mesma área, diferentes microambientes luminosos são criados nas regiões de sombra da mata.

As medidas de irradiância foram tomadas durante o inverno e a primavera, onde a duração do fotoperíodo é menor e a irradiância solar é mais baixa por causa do ângulo de incidência dos raios solares que não só dependem do ângulo horário como também da latitude e da declinação solar.

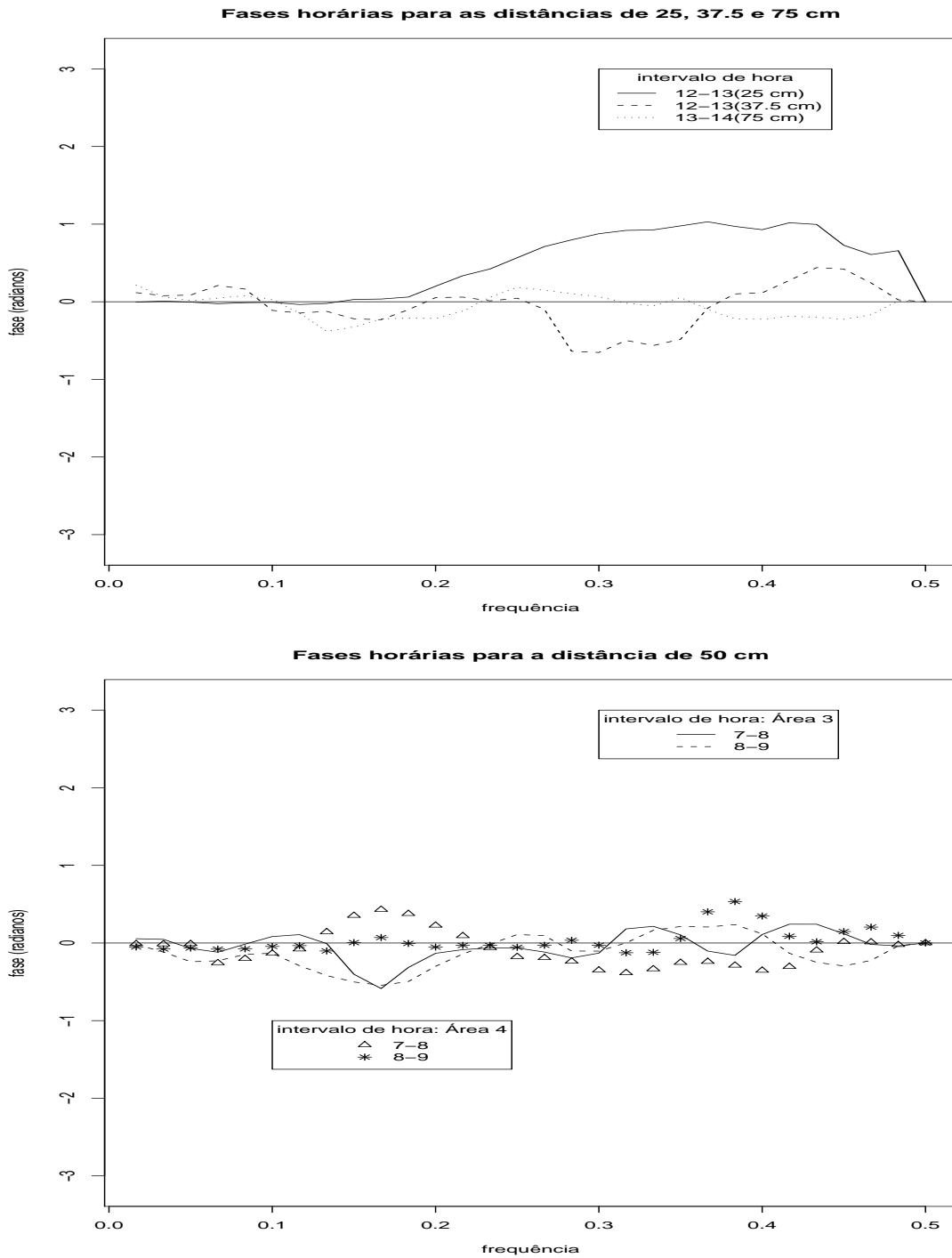


Figura 3.9: Fases horárias próximas de zero para algumas distâncias

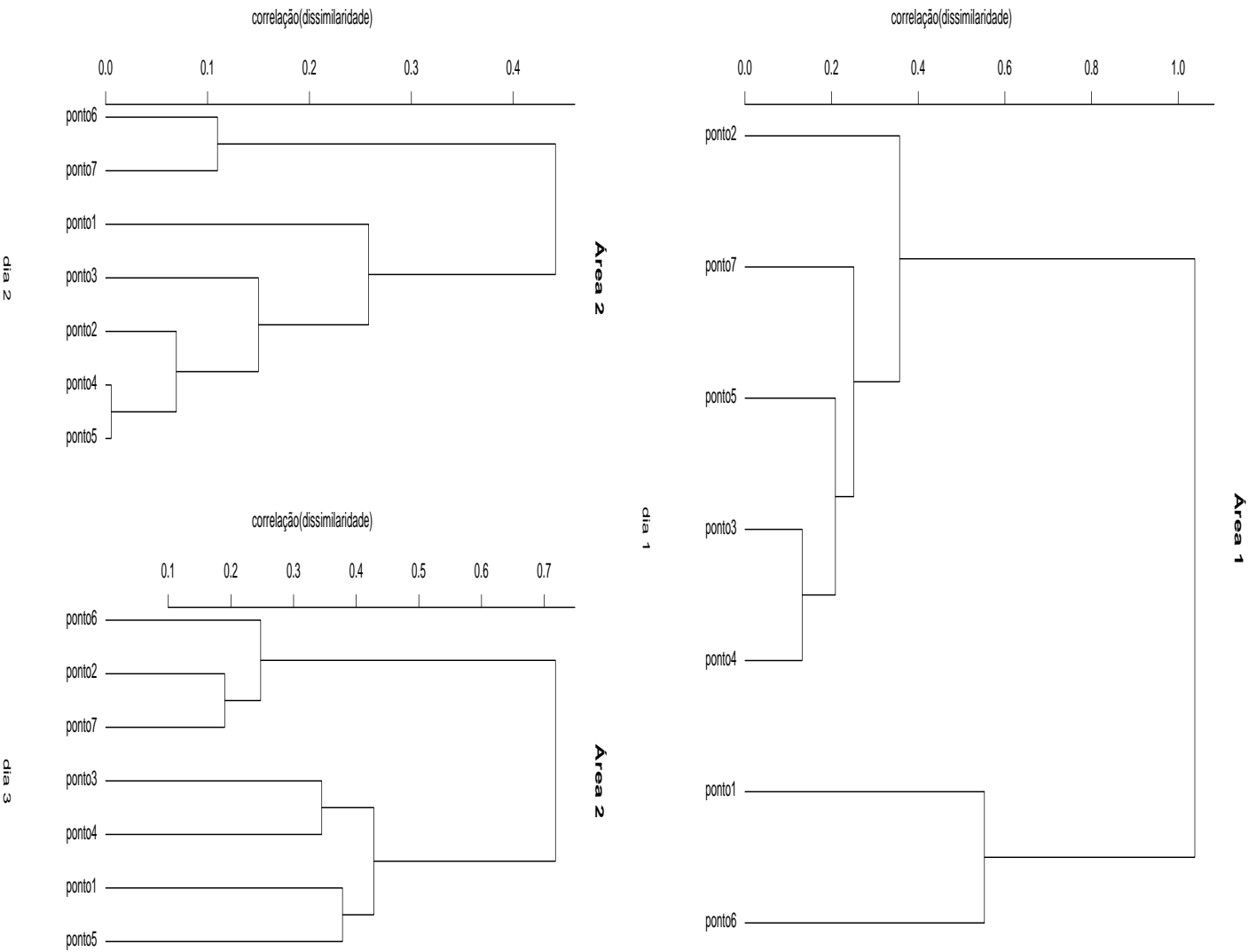


Figura 3.10: Dendrogramas (método de Ward) das componentes dos períodos grammas da área 1, no dia 1 e da área 2, nos dias dois e três

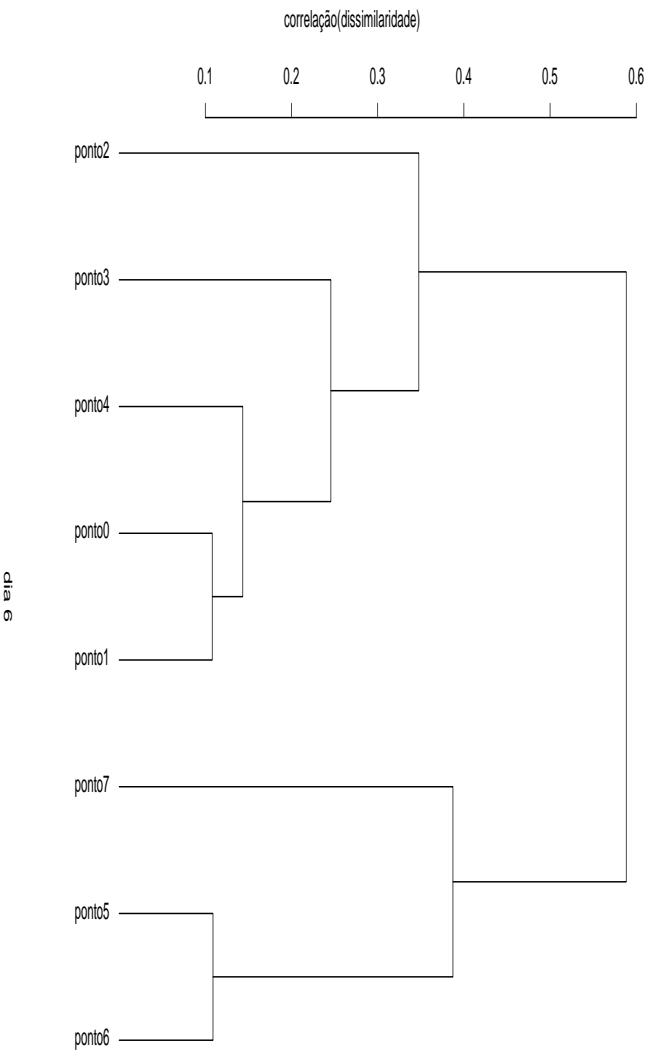
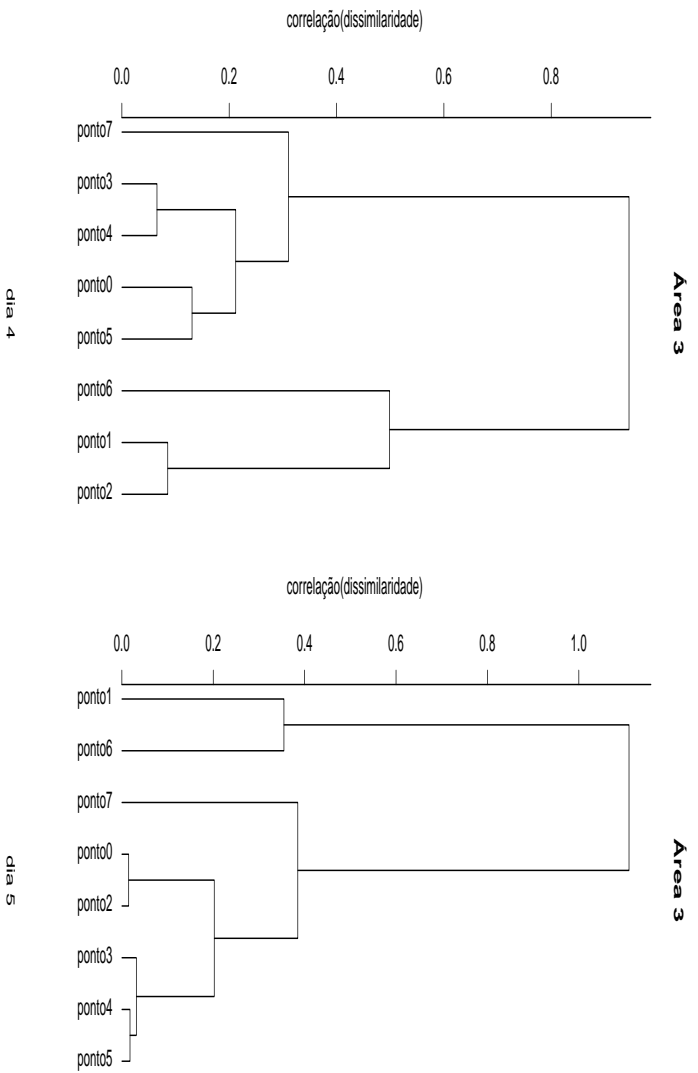


Figura 3.11: Dendrogramas (método de Ward) das componentes dos períodos grammas da área 3, nos dias quatro e cinco e da área 4, no sexto dia.

Capítulo 4

Conclusão

1. As frequências baixas são as que mais contribuem na distribuição da luz nos extratos próximos ao chão da mata, ou sejam, são as mais energéticas.
2. Estimativas da duração dos sunflecks de alta intensidade indicam que é realmente curta sua duração, sendo menor que três minutos e as estimativas da extensão dos sunflecks indicam que o tamanho dos sunflecks é usualmente menor que 75 cm e é certamente menor que 12.5 cm.
3. Diferentes microambientes são criados resultantes da variação temporal e espacial da distribuição da luz nas áreas sombreadas da mata da C.U.A.S.O, influenciados principalmente pela atividade dos sunflecks.
4. A quantidade de microambientes luminosos é melhor representada no domínio das frequências, devido ao fato das componentes sempre existirem diferentemente no domínio do tempo onde as medidas de irradiância em diferentes lugares não são observadas exatamente no mesmo instante.

5. Testar distâncias menores que 12.5cm para verificar quais os tamanhos mais freqüentes de sunflecks na mata.
6. Medições diárias durante o verão serviriam para comparar a duração, a intensidade e o tamanho dos sunflecks com os já obtidos. Além disso, os valores de irradiância ao longo do dia seriam maiores devido ao fotoperíodo mais extenso e a uma irradiância solar mais elevada, por causa do ângulo de incidência dos raios solares.
7. Deveríamos ter estudado a variação luminosa nos gradientes verticais, para obter uma caracterização mais abrangente do regime de luz da mata CUASO.

Apêndice A

Análise de séries temporais

A.1 Conceitos fundamentais

Uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. É uma parte de uma trajetória, dentre muitas que poderiam ter sido observadas. Uma das suposições mais freqüentes é de que ela seja estacionária, ou seja, ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável.

Os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, isto é, processos controlados por leis probabilísticas.

Definição A.1.1. *Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $X = \{X(t), t \in T\}$, tal que para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória.*

Nestas condições, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias (v.a.), que suporemos definidas num mesmo espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$. O conjunto T é normalmente tomado como o conjunto dos

inteiros $X = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ou o conjunto dos reais \mathbb{R} . Também, para cada $t \in T$, $X(t)$ será uma v.a. real.

Como, para $t \in T$, $X(t)$ é uma v.a. definida sobre Ω , na realidade $X(t)$ é uma função de dois argumentos, $X(t, \omega)$, $t \in T$, $\omega \in \Omega$.

Para cada $\omega \in \Omega$ fixado, obteremos uma função de t , ou seja, uma *realização* ou *trajetória* do processo, ou ainda, uma *série temporal*.

Sejam t_1, t_2, \dots, t_n elementos quaisquer de T e consideremos

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = P\{X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n\}.$$

A *função média*, ou simplesmente *média*, de X é:

$$\mu(1, t) = \mu(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x; t) dx,$$

enquanto a *função de autocovariância* (facv) de X é:

$$\begin{aligned} \mu(1, 1; t_1, t_2) - \mu(1; t_1)\mu(1; t_2) &= \gamma(t_1, t_2) = \text{Cov}\{X(t_1), X(t_2)\} \\ &= E\{X(t_1)X(t_2)\} - E\{X(t_1)\}E\{X(t_2)\}, t_1, t_2, \in T \end{aligned}$$

Em particular, se $t_1 = t_2 = T$,

$$\gamma(t, t) = \text{Var}\{X(t)\} = E\{X^2(t)\} - E^2\{X(t)\},$$

que é (função) *variância* do processo X e será indicada por $V(t)$.

Um processo X é estacionário se ele se desenvolve no tempo de modo que a escolha de uma origem dos tempos não é importante. Em outras palavras, as características de $X(t + \tau)$, para todo τ , são as mesmas de $X(t)$.

Definição A.1.2. Um processo estocástico $X = \{X(t), t \in T\}$ diz-se *estritamente estacionário* se todas as distribuições finito-dimensionais permanecem as mesmas sob translações no tempo, ou seja,

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) = F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n),$$

para quaisquer t_1, \dots, t_n, τ de T .

Isto significa, em particular, que todas as distribuições unidimensionais são invariantes sob translações do tempo, logo a média $\mu(t)$ e a variância $V(t)$ são constantes, isto é,

$$\mu(t) = \mu, \quad V(t) = \sigma^2,$$

para todo $t \in T$.

Do mesmo modo, todas as distribuições bidimensionais dependem de $t_2 - t_1$. De fato, como $\gamma(t_1, t_2) = \gamma(t_1 + t, t_2 + t)$, fazendo $t = -t_2$ vem que

$$\gamma(t_1, t_2) = \gamma(t_1 - t_2, 0) = \gamma(\tau)$$

para $\tau = t_1 - t_2$.

A função de autocorrelação (fac) é definida por

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}, \quad \tau \in X,$$

Dadas observações X_1, \dots, X_N , a fac ρ_j é estimada por

$$r_j = \frac{c_j}{c_0}, \quad j = 0, 1, \dots, N - 1,$$

onde c_j é a estimativa da função de autocovariância γ_j ,

$$c_j = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-j} [(X_t - \bar{X})(X_{t+j} - \bar{X})], \quad j = 0, 1, \dots, N - 1,$$

sendo $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t$ é a média amostral. Ver detalhes em Morettin (2004).

A.2 Análise de Fourier

A análise de Fourier é um método utilizado para decompor um conjunto de dados em componentes periódicas, independentemente dele ser periódico ou não.

Observações igualmente espaçadas no tempo introduzem um *aliasing* (ambigüidade de frequência). Supondo que o intervalo de amostragem é Δ , então a t -ésima observação é feita no tempo $t\Delta$. Se os dados consistem de uma onda cosseno pura sobre a frequência f , a t -ésima observação será $x_t = \cos 2\pi ft\Delta$. Se f é maior que zero, a onda que oscila mais e mais rapidamente até sobre $f = 1/2\Delta$ é $x_t = \cos \pi t = (-1)^t$, que é claramente a oscilação mais rápida que pode ser observada. Supondo que f é maior que um outro valor, dizemos, para um valor satisfazendo $1/2\Delta < f < 1/\Delta$. Sendo $f' = 1/\Delta - f$. Então,

$$\begin{aligned} x_t &= \cos 2\pi ft\Delta = \cos 2\pi(1/\Delta - f')t\Delta \\ &= \cos 2\pi(t - f't\Delta) = \cos 2\pi f't\Delta. \end{aligned}$$

Do mesmo jeito $\sin \pi ft\Delta = -\sin 2\pi f't\Delta$. Portanto, as frequências f e f' são indistinguíveis desde que haja uma sobreposição de uma na outra. O argumento pode ser estendido para qualquer frequência positiva, sem importar o seu tamanho.

O resultado é que toda frequência fora do intervalo $0 \leq f \leq 1/2\Delta$ tem uma frequência ambígua neste intervalo. Por isso, as frequências serão restritas a este intervalo. A frequência $1/2\Delta$ é conhecida como a *frequência de Nyquist* (0.5 ciclos por minuto ou dois minutos, $\Delta = 1$).

O aspecto mais importante da análise harmônica é a propriedade de ortogonalidade das senóides com frequências restritas às *frequências de Fourier* $f_j = j/n$. Por causa do aliasing somente as frequências de Fourier que precisam ser consideradas são aquelas que satisfazem $0 \leq f_j \leq 1/2$.

Seja X_1, \dots, X_N , podemos ajustar o modelo

$$X_t = a_0 + \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor - 1} \left[a_j \cos\left(\frac{2\pi jt}{N}\right) + b_j \sin\left(\frac{2\pi jt}{N}\right) \right] + a_{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} \cos(\pi t), t = 1, \dots, N.$$

cujos coeficientes, denominados coeficientes de Fourier, são dados por

$$\begin{aligned} a_0 &= \bar{X}, \\ a_{[N/2]} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (-1)^t X_t, \\ a_j &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_t \cos\left(\frac{2\pi jt}{N}\right), \\ b_j &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_t \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi jt}{N}\right), j = 1, \dots, \left[\frac{N}{2} - 1\right]. \end{aligned}$$

Assim, a análise de Fourier corresponde à partição da variabilidade da série em componentes de frequências $\frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \pi$. A componente de frequência $\omega_j = \frac{2\pi j}{N}$,

$$a_j \cos \omega_j t + b_j \operatorname{sen} \omega_j t = R_j \cos(\omega_j t + \phi_j),$$

tem amplitude dada por $R_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2}$ e fase $\phi_j = \arctan\left(\frac{-b_j}{a_j}\right)$.

Pode-se demonstrar que

$$\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2 = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{[\frac{N}{2}]-1} R_j^2 + N a_{[N/2]}^2$$

e, conseqüentemente

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{[\frac{N}{2}]-1} R_j^2 + a_{[N/2]}^2,$$

ou seja, temos uma partição da variância da série com $\frac{R_j^2}{2}$ representando a contribuição do j -ésimo harmônico.

A transformada discreta de Fourier de X_1, \dots, X_N ,

$$d^{(N)}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X}) e^{-i\lambda t}, -\infty < \lambda < \infty.$$

A transformada rápida de Fourier dá os mesmos valores que a discreta, mas o número de adições e multiplicações usadas nos cálculos é reduzida por um fator da ordem de $(\log_2 n)/n$.

Agora,

$$\begin{aligned}\cos 2\pi(f_0t + \phi) &= \frac{1}{2} \left[e^{2\pi i(f_0t + \phi)} + e^{-2\pi i(f_0t + \phi)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(e^{2\pi i\phi} e^{2\pi if_0t} + e^{-2\pi i\phi} e^{-2\pi if_0t} \right).\end{aligned}$$

A transformada complexa de $e^{2\pi i(f_0t)}$ é

$$d(f) = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} e^{-2\pi if_0t} e^{-2\pi ift} = e^{-2\pi i(f_0-f)\bar{t}} n D_n(f - f_0),$$

onde $\bar{t} = (n - 1)/2$ é a média dos valores de tempo $0, 1, \dots, n - 1$ e

$$D_n(f) = \frac{\text{sen}\pi f n}{n \text{sen}\pi f}$$

é o núcleo de Dirichlet.

A transformada desaparece se $f - f_0$ é um múltiplo de $1/n$, isto é, se f e f_0 diferem por uma *freqüência de Fourier*, exceto sobre $f = f_0$, onde o valor é 1. Desde que a onda cosseno original envolve $-f_0$ tão bem como f_0 , a transformada desaparece somente se $f \pm f_0$ são ambas freqüências de Fourier diferentes de zero.

Quando $f \pm f_0$ não é uma freqüência de Fourier, a transformada é diferente de zero. O aparecimento de um valor diferente de zero na transformada sobre a freqüência f por causa da presença de uma senóide sobre uma freqüência diferente f_0 é chamada de *leakage* (vazamento). A transformada é tipicamente calculada sobre as freqüências de Fourier e o vazamento ocorre quando há oscilações nos dados sobre outras freqüências.

O espalhamento de componentes fortes numa lista de dados pode ser reduzida pela remoção de suas origens, as próprias componentes fortes. Um método alternativo que deixa as origens intactas nas séries, mas reduz a magnitude dos vazamentos é a aplicação de um taper de 10% ou 20% nos dados.

Vários tipos de funções taper são disponíveis. Uma função taper muito utilizada é chamada de “split-cosine-bell”. A operação consiste em : $Y(t) = w(t)X(t)$, onde $w(t)$ é a função split-cosine-bell é dada por :

$$w(t) = \begin{cases} 0.5(1 - \cos[\pi(t - 0.5)/m]), & 1 \leq t \leq m \\ 1, & m + 1 \leq t \leq N - m \\ 0.5(1 - \cos[\pi(N - t + 0.5)/m]), & N - m + 1 \leq t \leq N \end{cases}$$

onde m é calculado tal que $2m/N$ é a proporção da série a ser aplicado o taper. Ver discussão em Bloomfield (2000) para maiores detalhes da importância de se aplicar o taper antes de calcular a análise espectral.

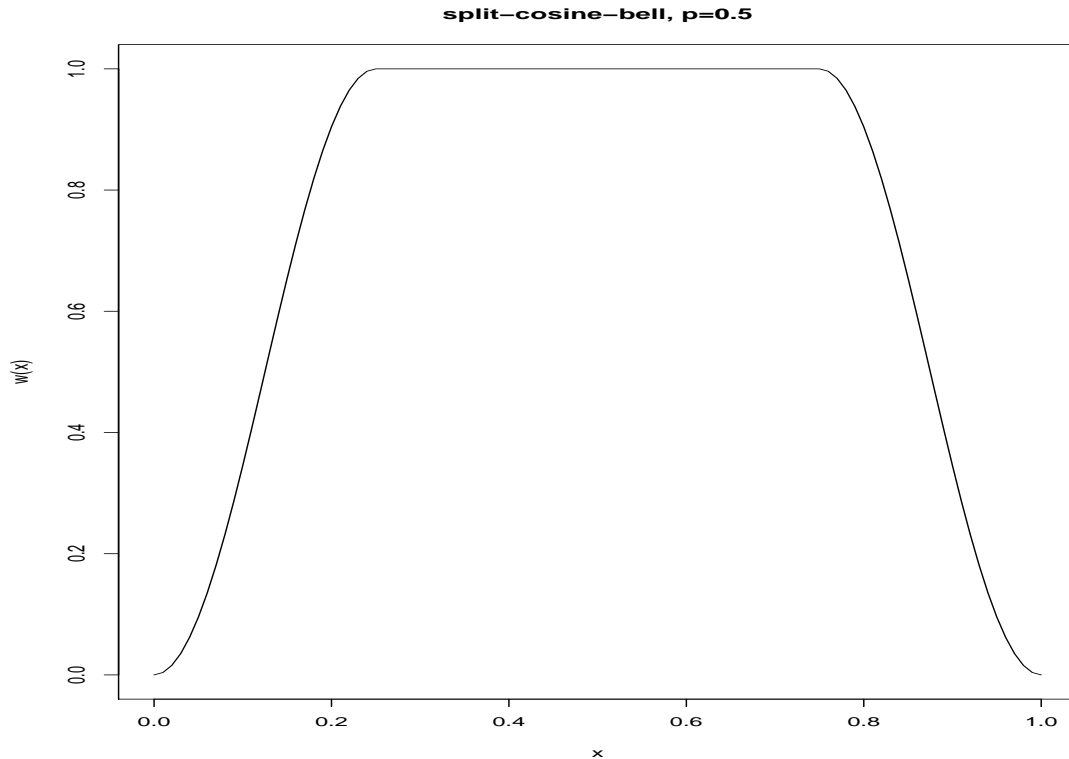


Figura A.1: Função split-cosine-bell, onde $p=0.5$ é a proporção dos dados a ser aplicado o taper

A.3 Análise Espectral

Na análise de Fourier a característica fundamental é o espectro, que é a transformada de Fourier da função de autocovariância. Portanto, sob o ponto de vista da quantidade de informação probabilística que o fornecem, o espectro e a função de autocovariância são ferramentas equivalentes.

A interpretação física do espectro é uma distribuição da potência total ao longo das frequências. Além disso, o espectro é a base (e o ponto de partida) para a modelagem no domínio do tempo e tem papel essencial na previsão linear e filtragem.

A representação espectral de uma série temporal estacionária consiste, essencialmente em decompor a série em uma soma de funções seno e cosseno com coeficientes aleatórios e não-correlacionados, a partir de registros de comprimento finito. A decomposição espectral é análoga à representação de Fourier para funções determinísticas, no caso de processos estacionários.

Definição A.3.1. *Seja $X(t)$ um processo estacionário com função de autocovariância $\gamma(\cdot)$ satisfazendo*

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} |\gamma(\tau)| < \infty$$

e média zero, a densidade espectral ou espectro de $X(t)$ é a função $f(\cdot)$ dada por

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \exp(-i\lambda\tau)\gamma(\tau), \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi.$$

A transformada inversa de Fourier de $f(\cdot)$ é

$$\gamma(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \exp(-i\tau\lambda) d\lambda.$$

Propriedades da função de densidade espectral :

1. $f(\lambda)$ é real, uniformemente contínua, não negativa e limitada;
2. $f(\lambda) = f(\lambda + 2\pi)$, ou seja, $f(\lambda)$ é periódico com período 2π ;
3. $f(\lambda) = f(-\lambda)$, isto é, $f(\lambda)$ é uma função par e simétrica.

O espectro $f(\lambda)$ pode ser interpretado como a decomposição da variância total de um processo em função das frequências ($\gamma(0) = \text{Var}[X_t] = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)d\lambda$). O termo $f(\lambda)d\lambda$ é a contribuição da componente com frequência no intervalo $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ para a variância total do processo. Um pico no espectro é indicativo de uma importante contribuição das frequências próximas λ para a variância do processo, fornecendo indicação da existência de periodicidade com período $2\pi/\lambda$.

O periodograma da série $\{X(t), t = 1, \dots, N\}$ é dado por

$$I^{(N)}(\lambda) = |d^{(N)}(\lambda)|^2, \lambda \in [-\pi, \pi].$$

é um estimador assintoticamente não-viesado embora inconsistente, para o espectro $f(\lambda)$. Para resolver o problema da inconsistência, suaviza-se o periodograma nas vizinhanças das frequências de interesse. Em outras palavras, um estimador espectral com melhores propriedades é obtido calculando-se a média de M valores à direita e a à esquerda da frequência alvo λ_j .

Definição A.3.2. *O estimador suavizado de periodogramas para $f(\lambda)$ é dado por*

$$\tilde{f}(\lambda) = \sum_{j=-\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} W_M(\lambda - \lambda_j) I^{(N)}(\lambda_j),$$

em que $\lambda_j = \frac{2\pi j}{N}$ e $W(\lambda)$ é denominada janela espectral e M o ponto de truncamento da janela que depende do tamanho da amostra T .

Quando M aumenta a variância do estimador suavizado do espectro decresce, estando diretamente relacionado com a largura de faixa da janela

espectral. Quanto maior a largura de faixa da janela espectral, mais observações são utilizadas na média do espectro, levando a um estimador mais suave, estável e com menor variância. No entanto, a não ser que $f(\lambda)$ seja realmente suave, quanto mais observações forem utilizadas na suavização do espectro, maior será o viés do estimador. Logo, para escolha da largura da faixa da janela deve haver um compromisso em diminuir a variância e o viés do estimador.

A qualidade do espectro suavizado é determinada pela forma da janela utilizada e a largura de faixa da mesma (equivale à escolha do ponto de truncamento M).

Janelas com largura de faixa maior produzem estimadores espectrais suavizados com menor variância, ao passo que larguras de faixa menores levam a estimadores com menor viés. É preciso balancear estabilidade e resolução na hora de escolher a largura de faixa da janela. Ver mais detalhes, Bruscato (2000).

Janela de Daniell

$$W_M(\theta) = \begin{cases} \frac{M}{2\pi}, & -\frac{\pi}{M} \leq \theta \leq \frac{\pi}{M} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Assim, a utilização da janela de Daniell faz com que o estimador do espectro $f(\lambda)$ seja constituído de uma média de periodogramas no intervalo $\left(\lambda_k - \frac{2\pi(k-M)}{N}, \lambda_k + \frac{2\pi(k+M)}{N}\right)$. Com,

$$\hat{f}(\lambda_k) = \sum_{j=-M}^M \frac{1}{2M+1} I(\lambda_{j+k}).$$

Uma das principais razões da utilização da análise espectral, como ferramenta analítica, é devido ao fato de que o espectro fornece uma descrição bastante simples do efeito de uma transformação linear de um processo estacionário.

Seja, $X(t)$ a série de entrada e $Y(t)$ a série de saída (série filtrada), o filtro convolução é dado por $Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)X(t-u)du$, em que $h(u)$, denominada *função resposta de impulso do filtro*, é uma função determinística que depende da estrutura do sistema mas é independente da forma de entrada.

A *função de transferência do filtro*, $H(\lambda)$, é dada pela transformada de Fourier da função resposta de impulso, isto é,

$$H(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)e^{-i\lambda u} du.$$

Então,

$$f_Y(\lambda) = |H(\lambda)|^2 f_X(\lambda), \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi,$$

onde $f_X(\lambda)$ e $f_Y(\lambda)$, são respectivamente os espectros de $X(t)$ e $Y(t)$.

O filtro diferença, $Y_t = X_t - X_{t-1}$ cuja função de transferência é

$$H(\lambda) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_j e^{-i\lambda j}, \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi$$

e, conseqüentemente,

$$|H(\lambda)|^2 = (1 - e^{-i\lambda})(1 - e^{i\lambda}) = 2[1 - \cos(\lambda)], \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi,$$

elimina, aproximadamente, componentes de baixa frequência (tendência), portanto é um filtro passa-alto.

Filtro de médias móveis simétrico,

$$Y_t = \frac{1}{m} \sum_{j=-\frac{(m-1)}{2}}^{\frac{m-1}{2}} X_{t-j}, \quad m \text{ ímpar.}$$

Aqui, $H(\lambda) = \frac{\text{sen} \frac{\lambda m}{2}}{m \text{sen} \frac{\lambda}{2}}$, é um filtro passa-baixo, ou seja, diminui a variabilidade (ruído) da série. Detalhes em Morettin (2004).

Um processo bivariado discreto $[X(t), Y(t), t \in T]$ tem como função de covariância cruzada,

$$\gamma_{xy}(\tau) = \text{cov}(X(t), Y(t + \tau))$$

e sua função de correlação cruzada é definida por :

$$\rho_{xy}(\tau) = \frac{\gamma_{xy}(\tau)}{\sqrt{\gamma_{xx}(0)\gamma_{yy}(0)}}, \quad \tau \in T.$$

A função de correlação cruzada amostral é,

$$R_{xy} = \frac{C_{xy}(k)}{\sqrt{C_{xx}(0)C_{yy}(0)}},$$

onde

$$C_{xy} = \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-k} [(X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})], & \text{para } k = 0, 1, \dots, (T-1) \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1-k}^T [(X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})], & \text{para } k = -(T-1), \dots, -2, -1 \end{cases}$$

O espectro cruzado é dado por:

$$\begin{aligned} f_{xy}(\lambda) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \exp(-i\lambda\tau) \gamma_{xy}(\tau) \\ &= c(\lambda) - iq(\lambda) = \alpha_{xy}(\lambda) e^{i\phi_{xy}(\lambda)}, \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi, \end{aligned}$$

onde α_{xy} é a amplitude e ϕ_{xy} , a fase.

O espectro de fase é definido pela fase do espectro cruzado,

$$\phi_{xy} = \arctan(-q(\lambda)/c(\lambda)), \quad 0 \leq \lambda \leq \pi$$

e a coerência é

$$C(\lambda) = \frac{|f_{xy}(\lambda)|^2}{f_x(\lambda)f_y(\lambda)},$$

onde $f_x(\lambda)$ e $f_y(\lambda)$ são os espectros individuais de $X(t)$ e $Y(t)$, respectivamente.

Mostra-se que $0 \leq C(\lambda) \leq 1$ e que $C(\lambda)$ mede a correlação linear entre as duas componentes do processo bivariado em cada frequência λ . É análogo ao quadrado de coeficiente de correlação usual. Mais detalhes em Pereira (1986).

Apêndice B

Séries, espectros,
autocorrelogramas e fases

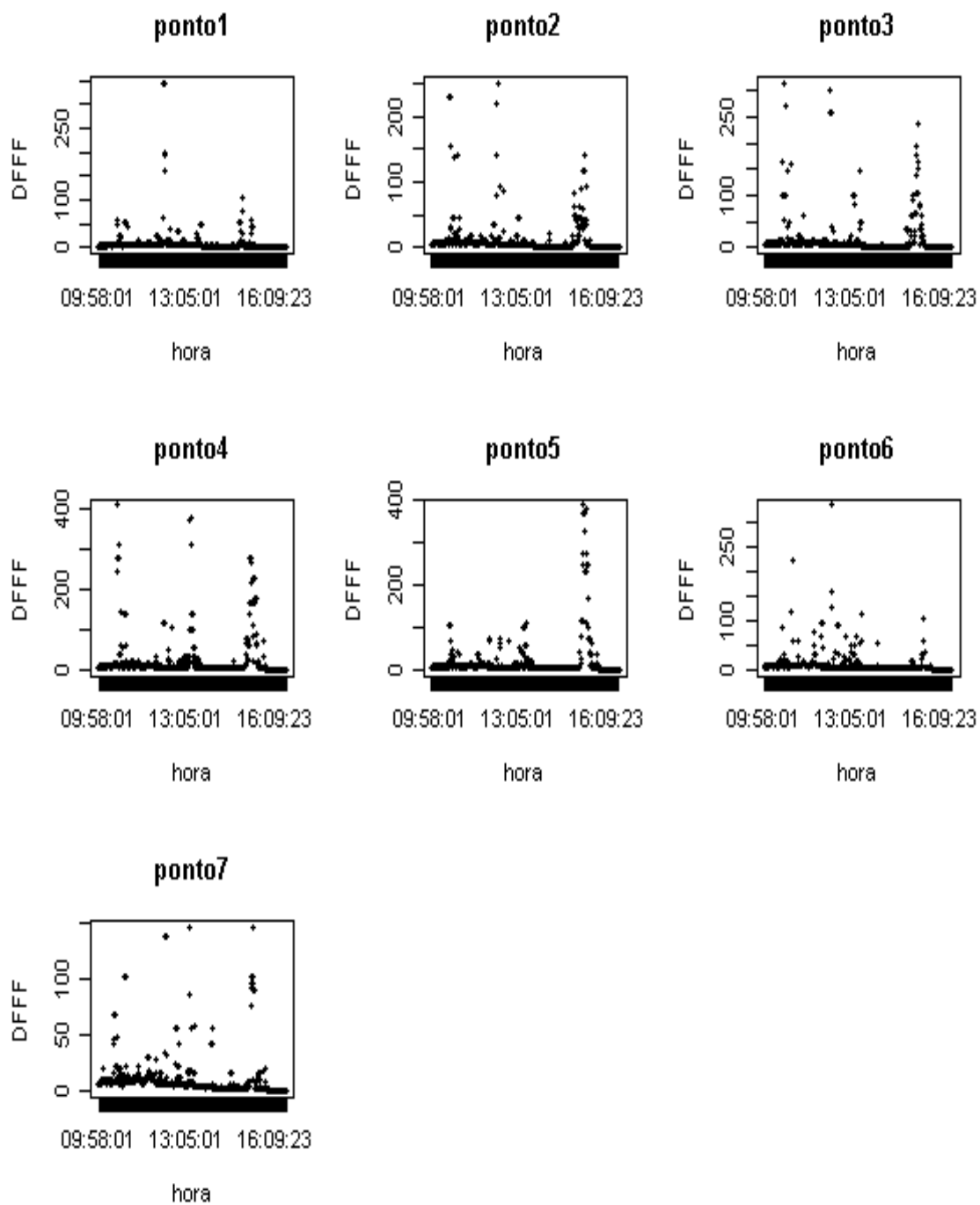


Figura B.1: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 30/08/06

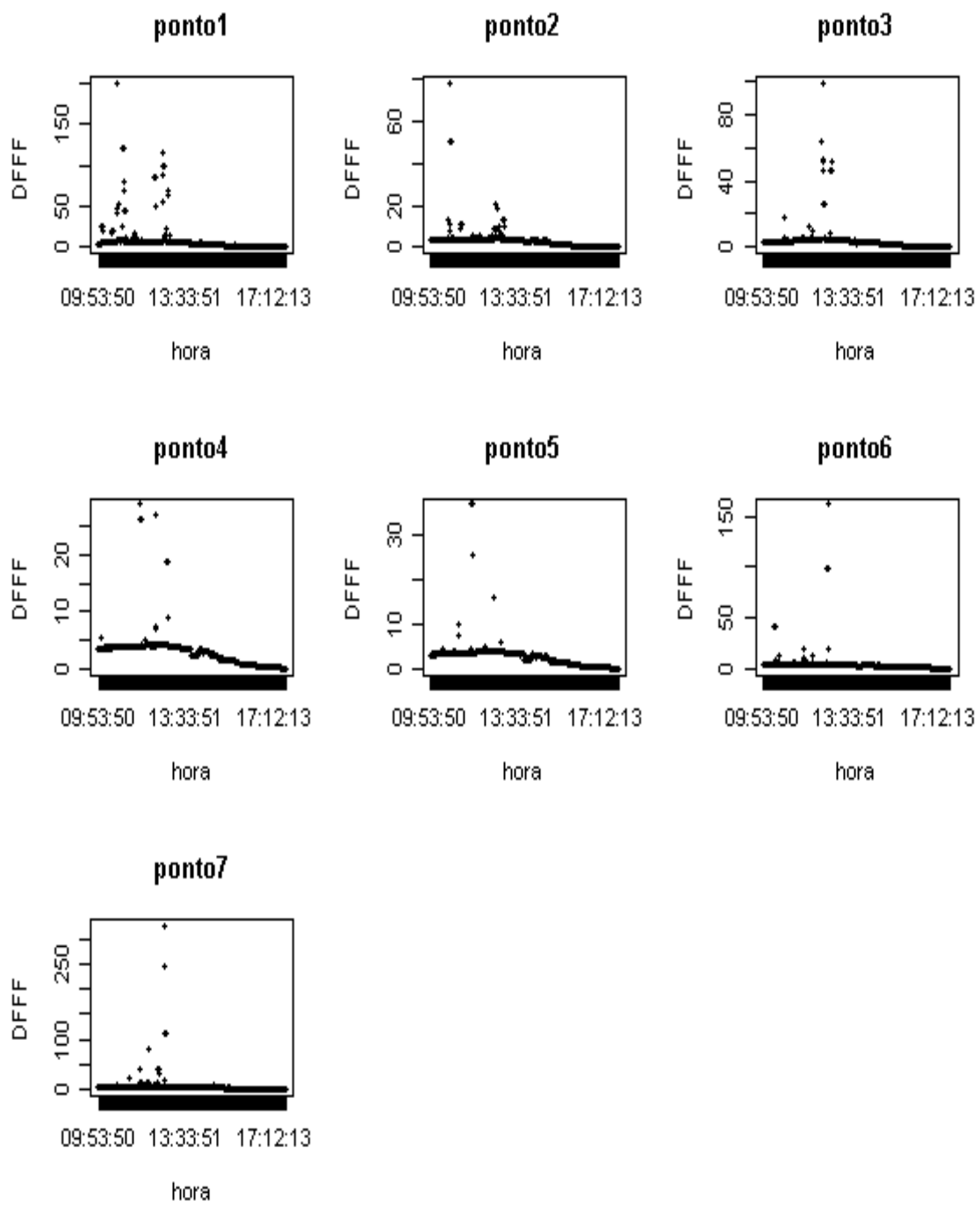


Figura B.2: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 12/09/06

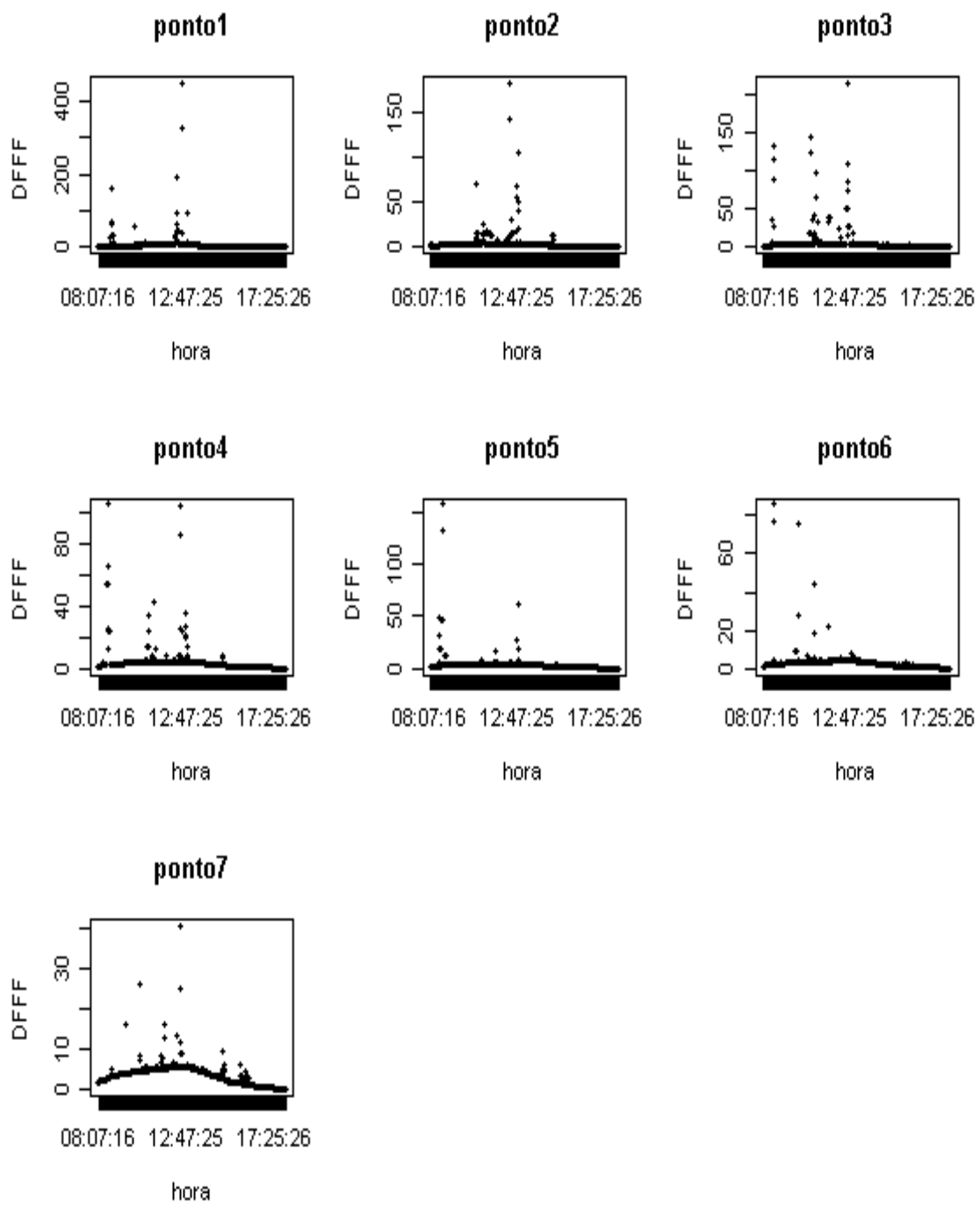


Figura B.3: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 14/09/06

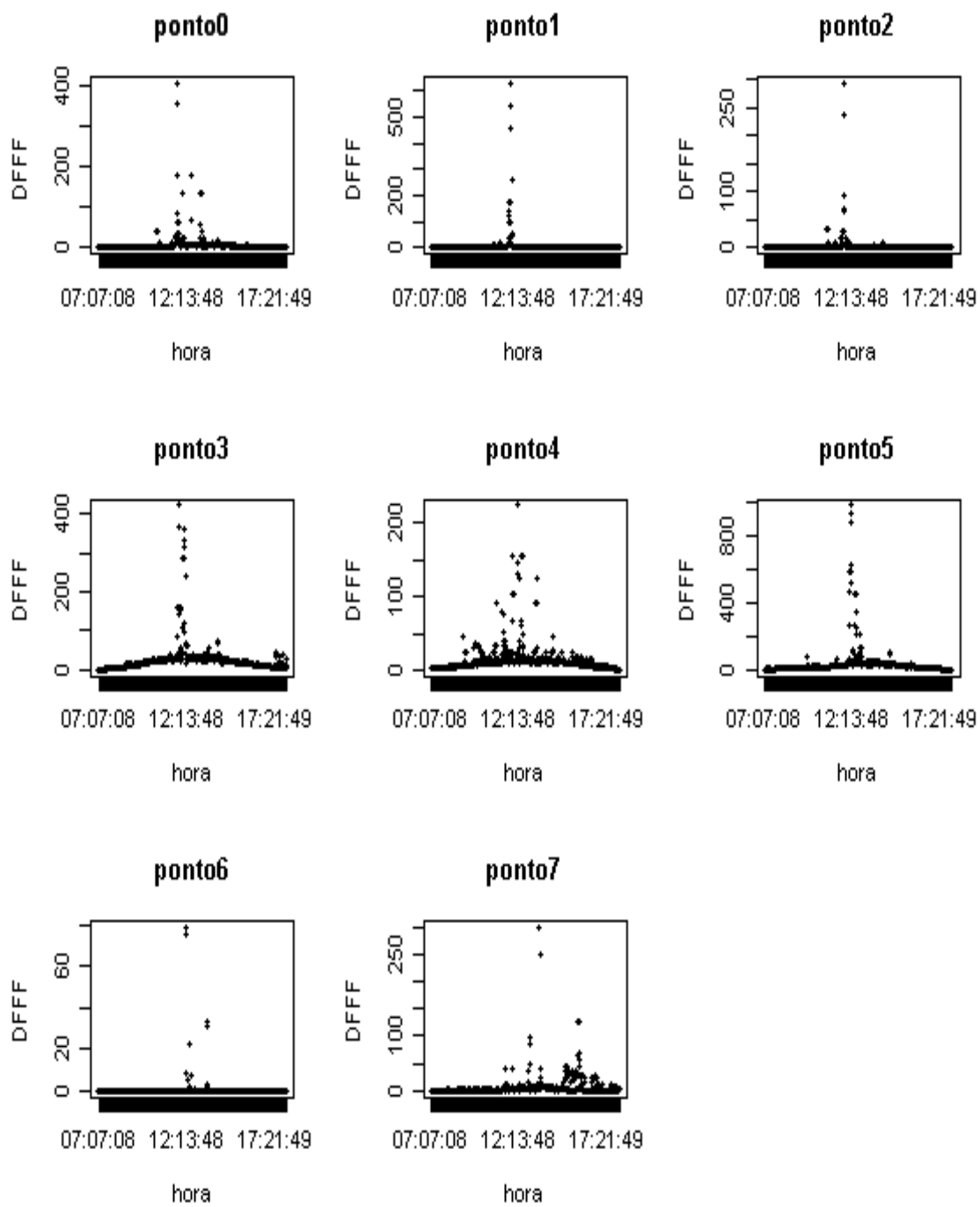


Figura B.4: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 24/10/06

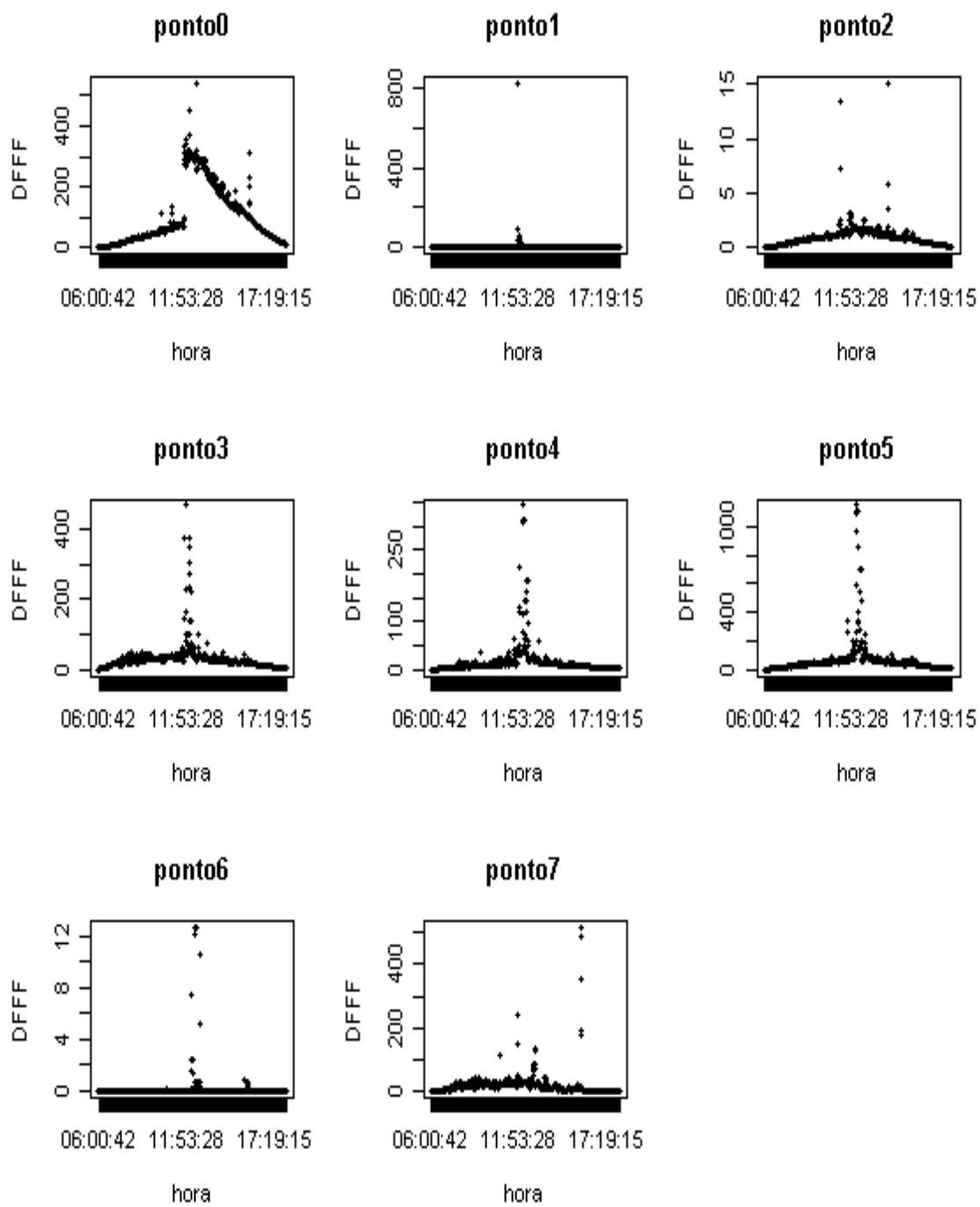


Figura B.5: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 25/10/06

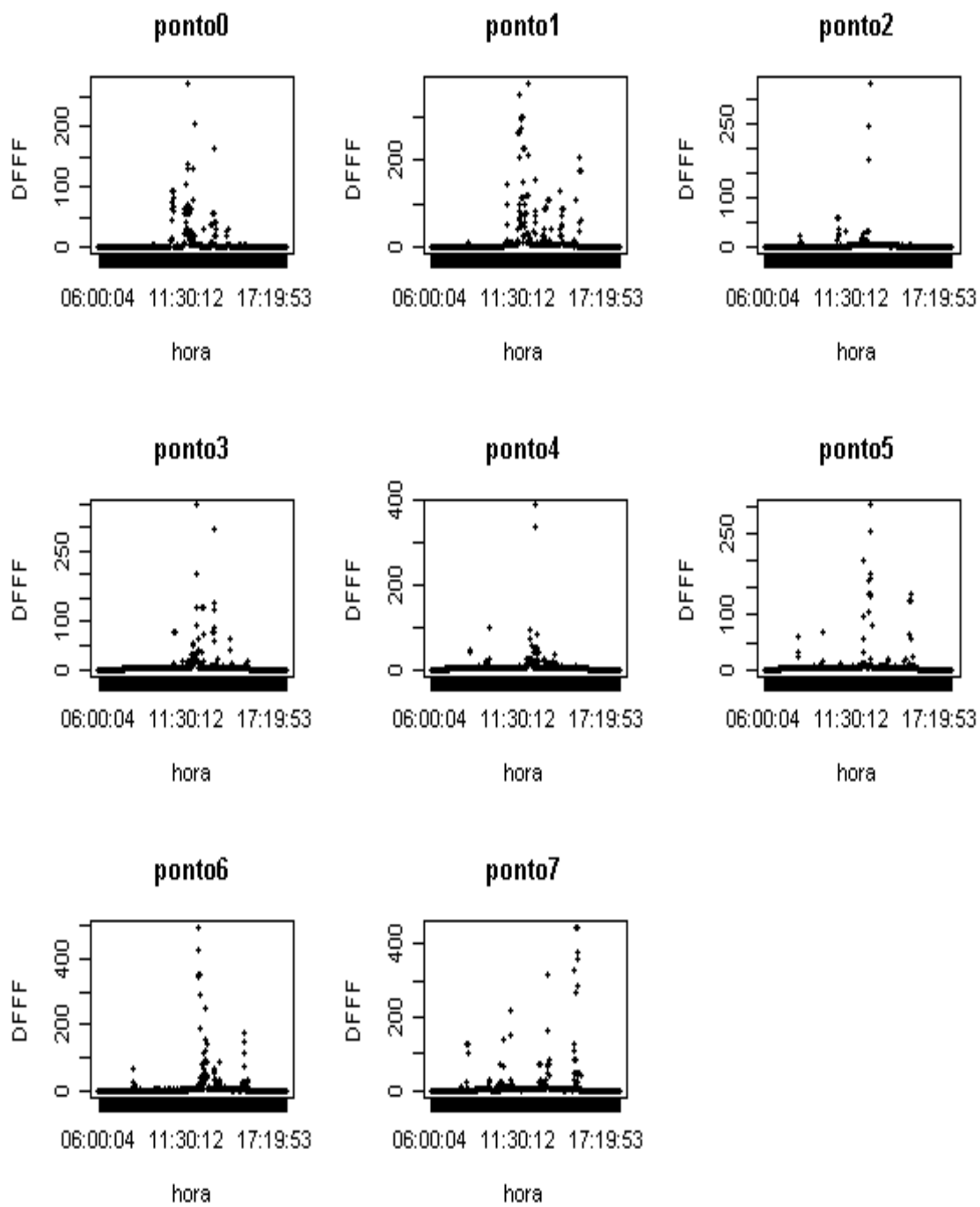


Figura B.6: Séries das medidas de irradiância em DFFF(Densidade de fluxo de fótons fotossintéticos) em μmol do dia 31/10/06

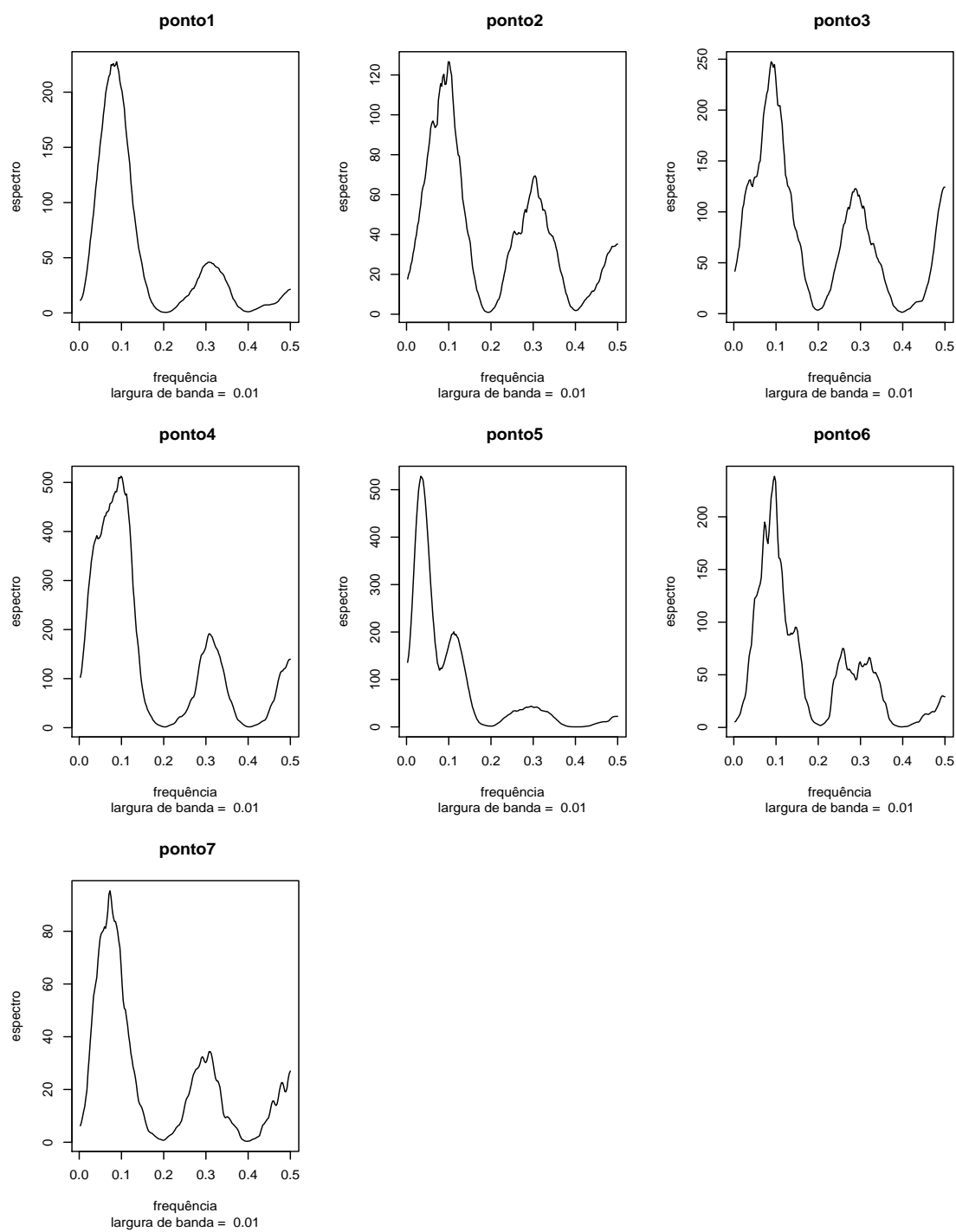


Figura B.7: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do primeiro dia

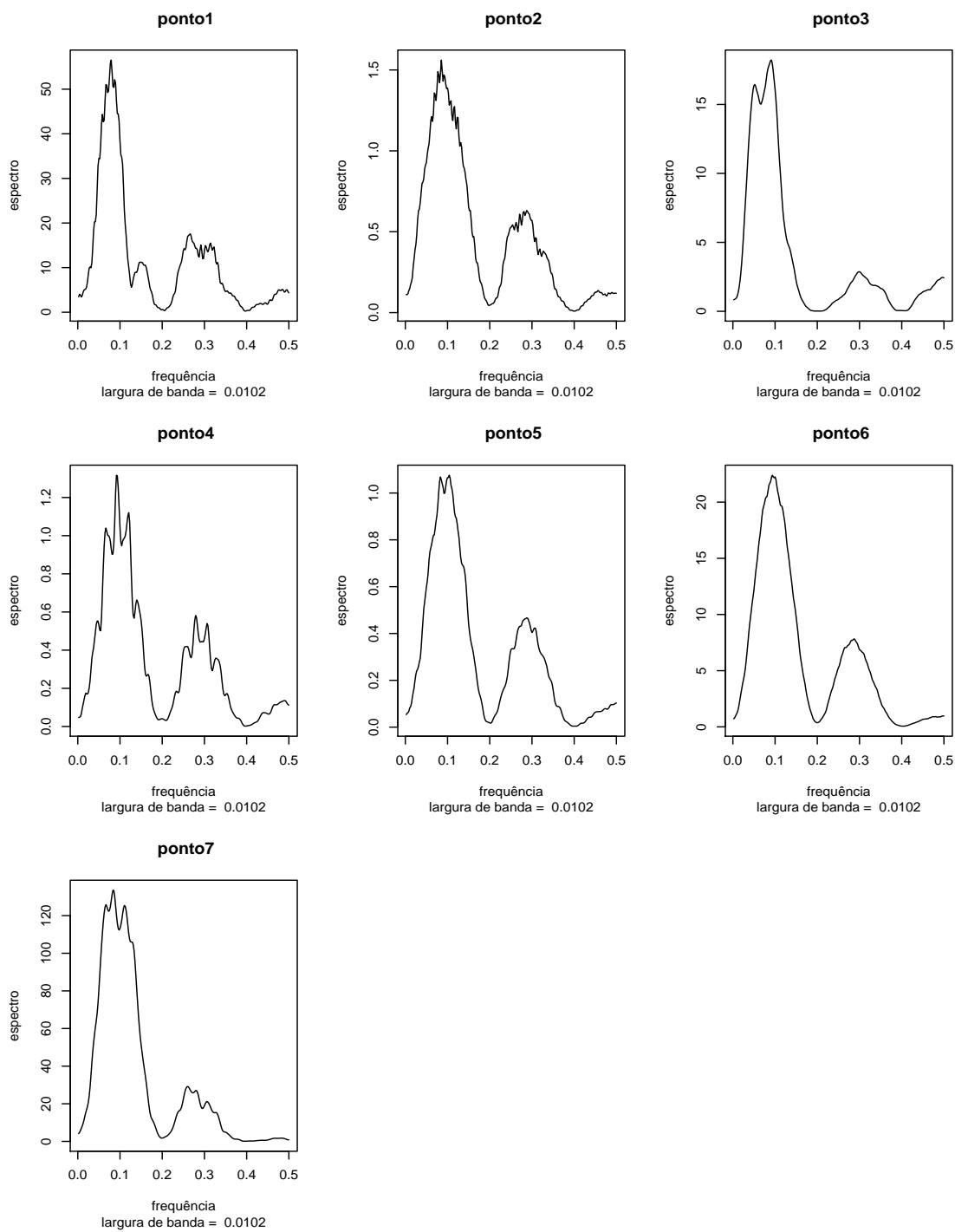


Figura B.8: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do segundo dia

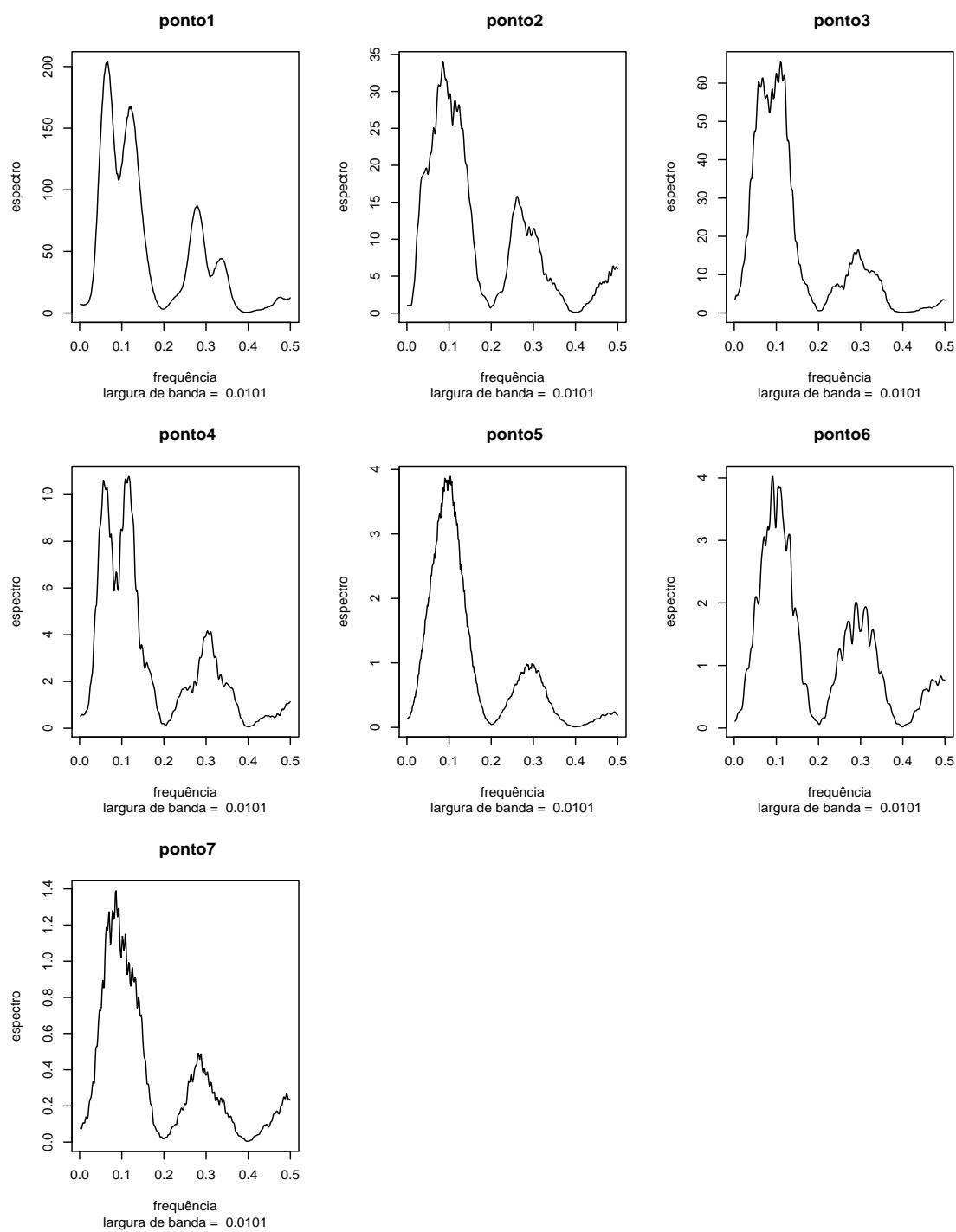


Figura B.9: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do terceiro dia

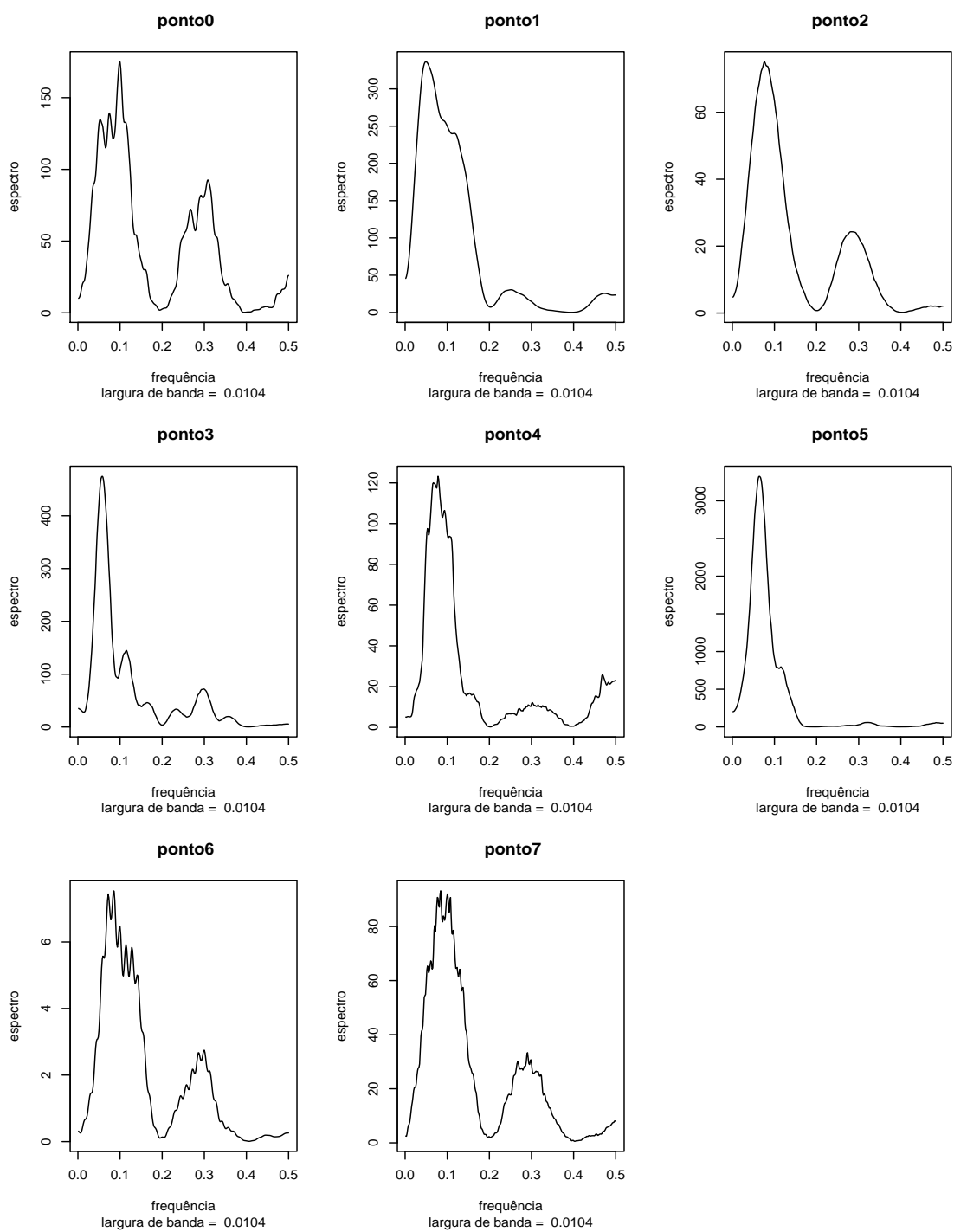


Figura B.10: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do quarto dia

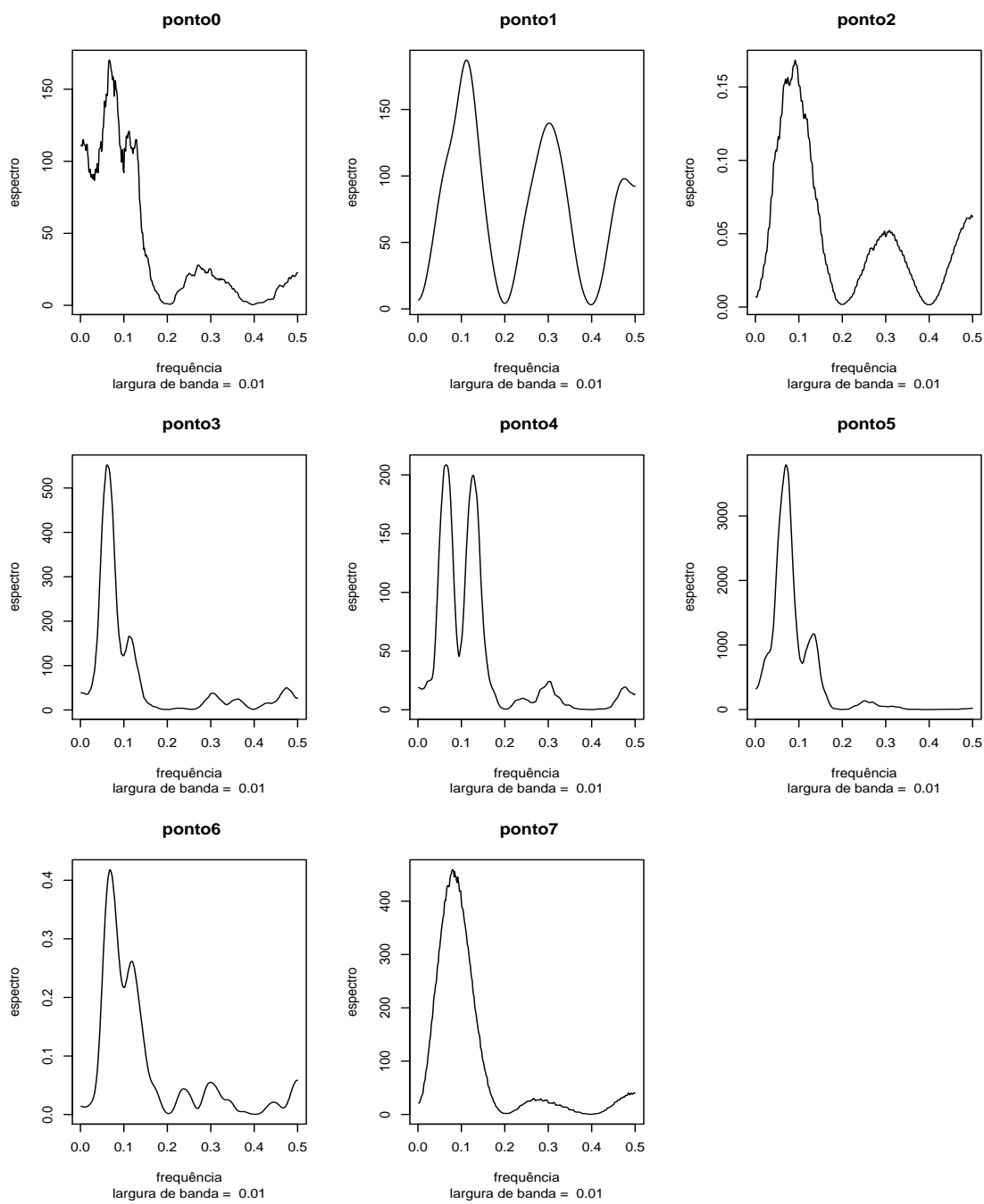


Figura B.11: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do quinto dia

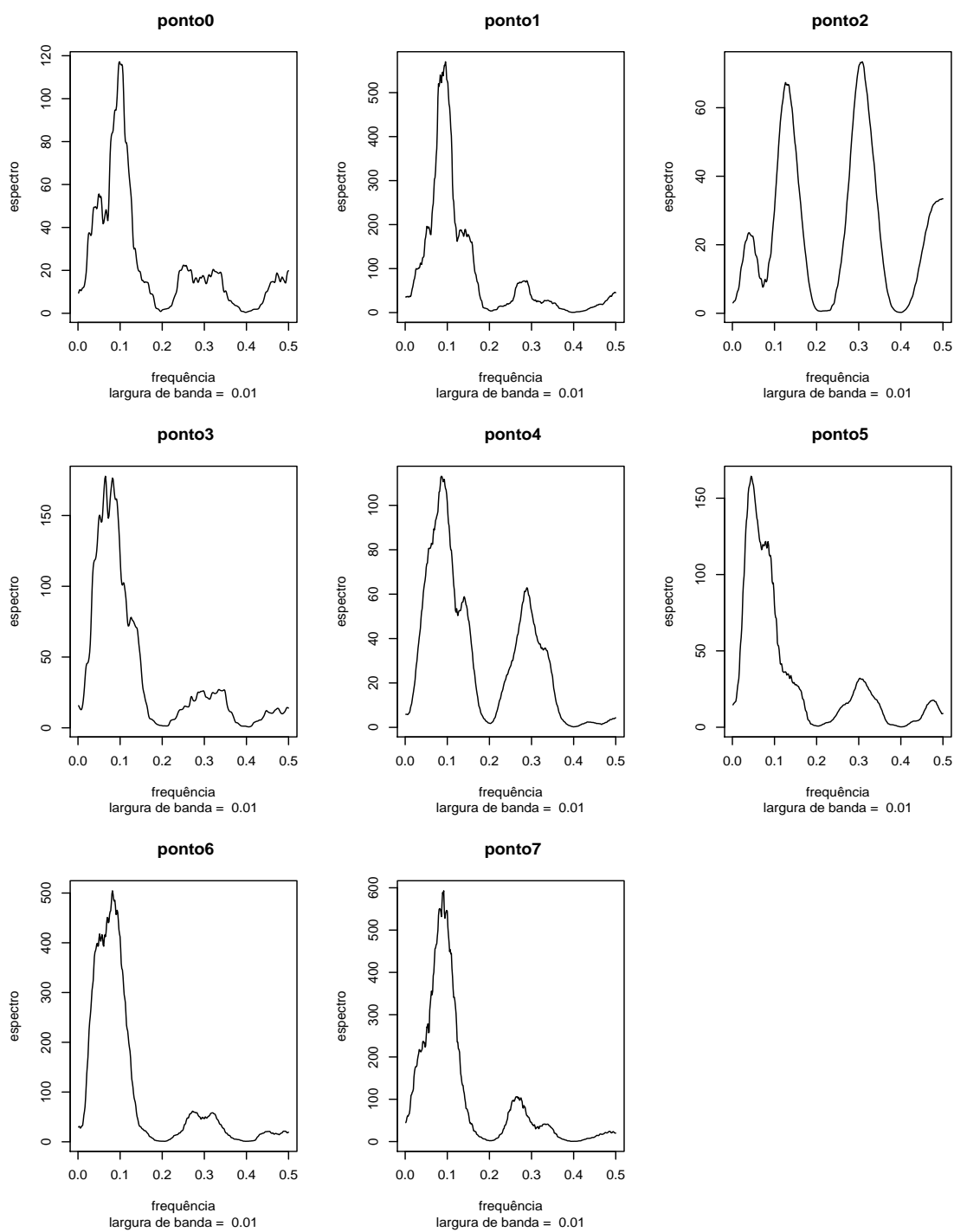


Figura B.12: Espectros estimados suavizados das séries de medidas de irradiação do sexto dia

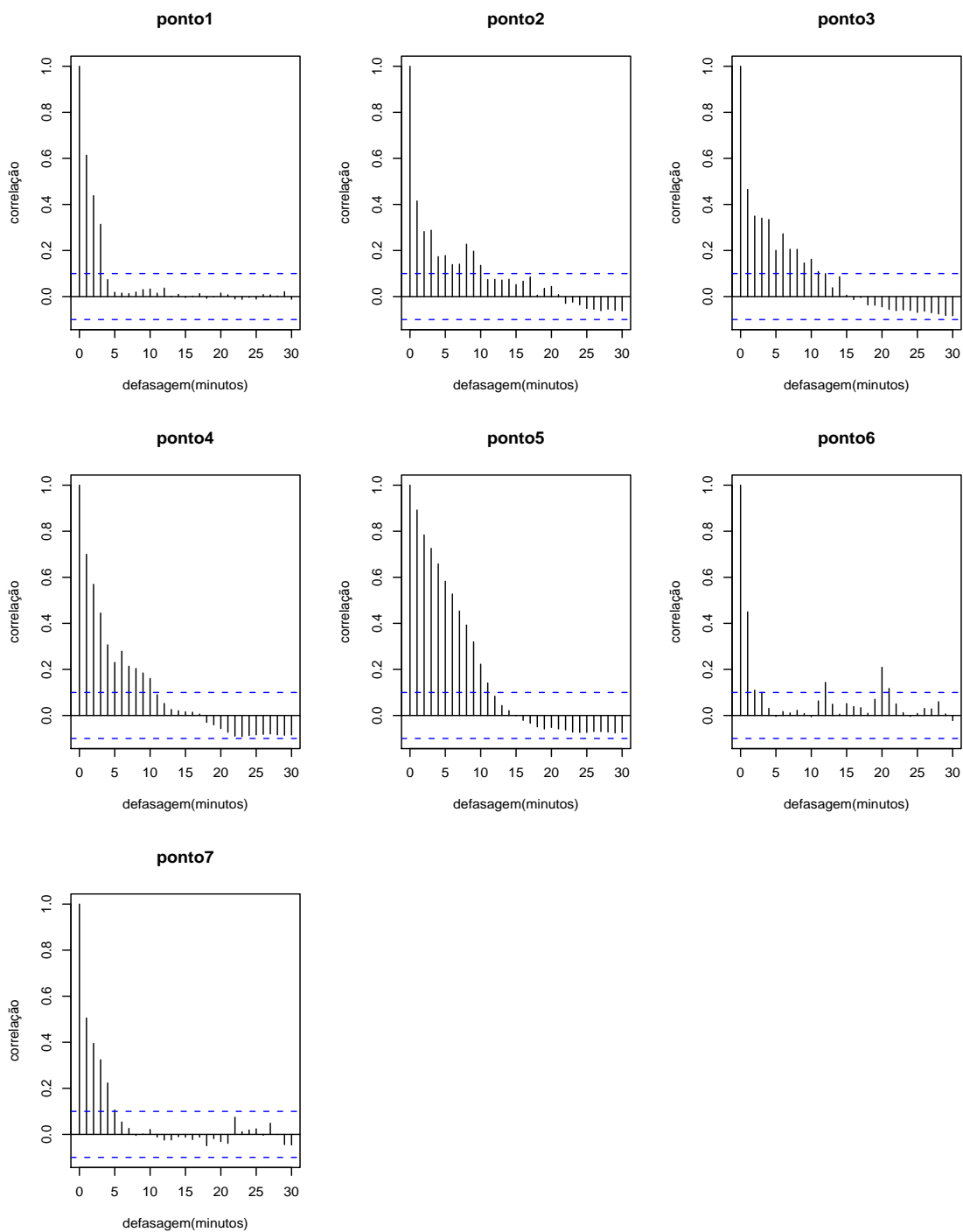


Figura B.13: Autocorrelogramas do primeiro dia

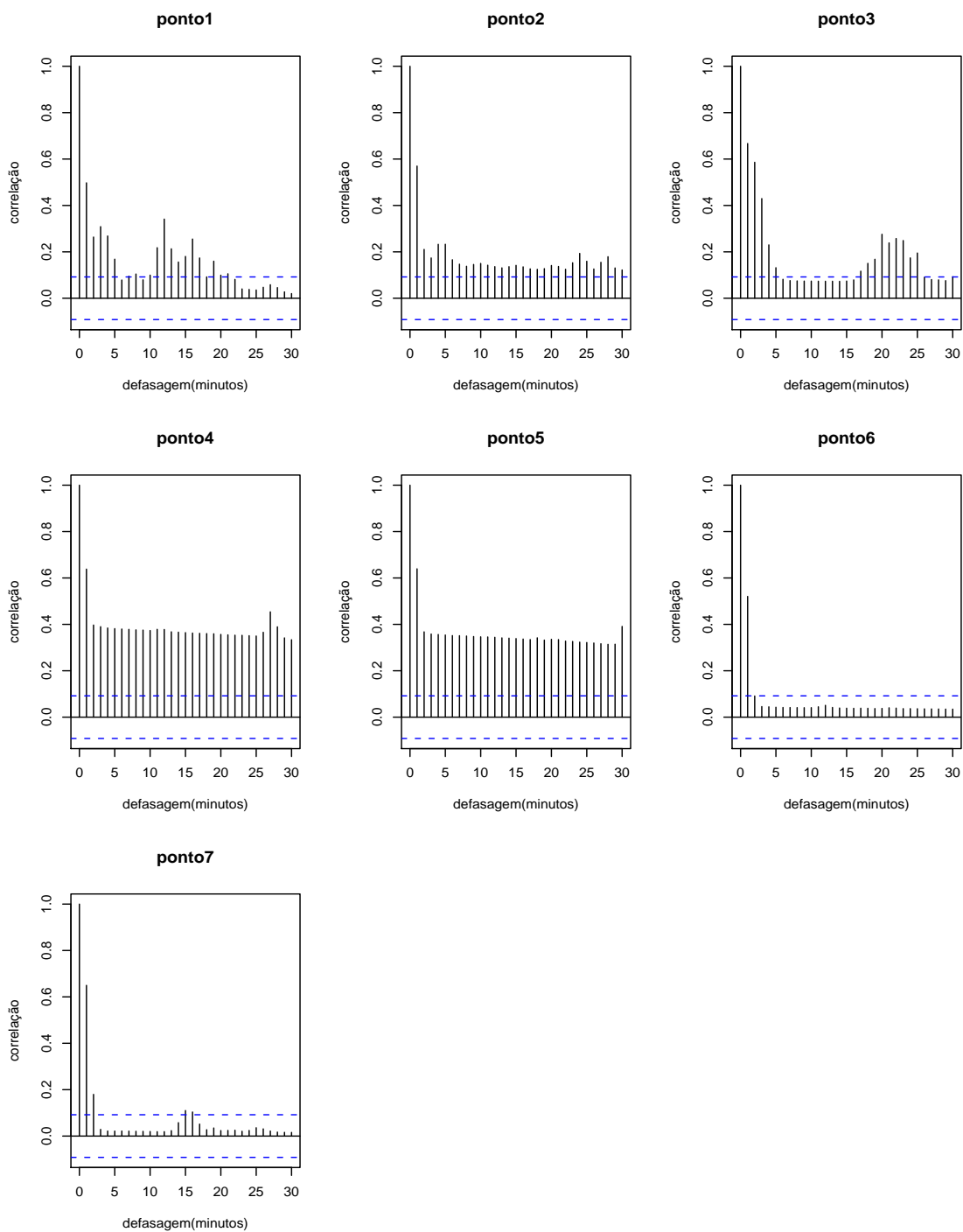


Figura B.14: Autocorrelogramas do segundo dia

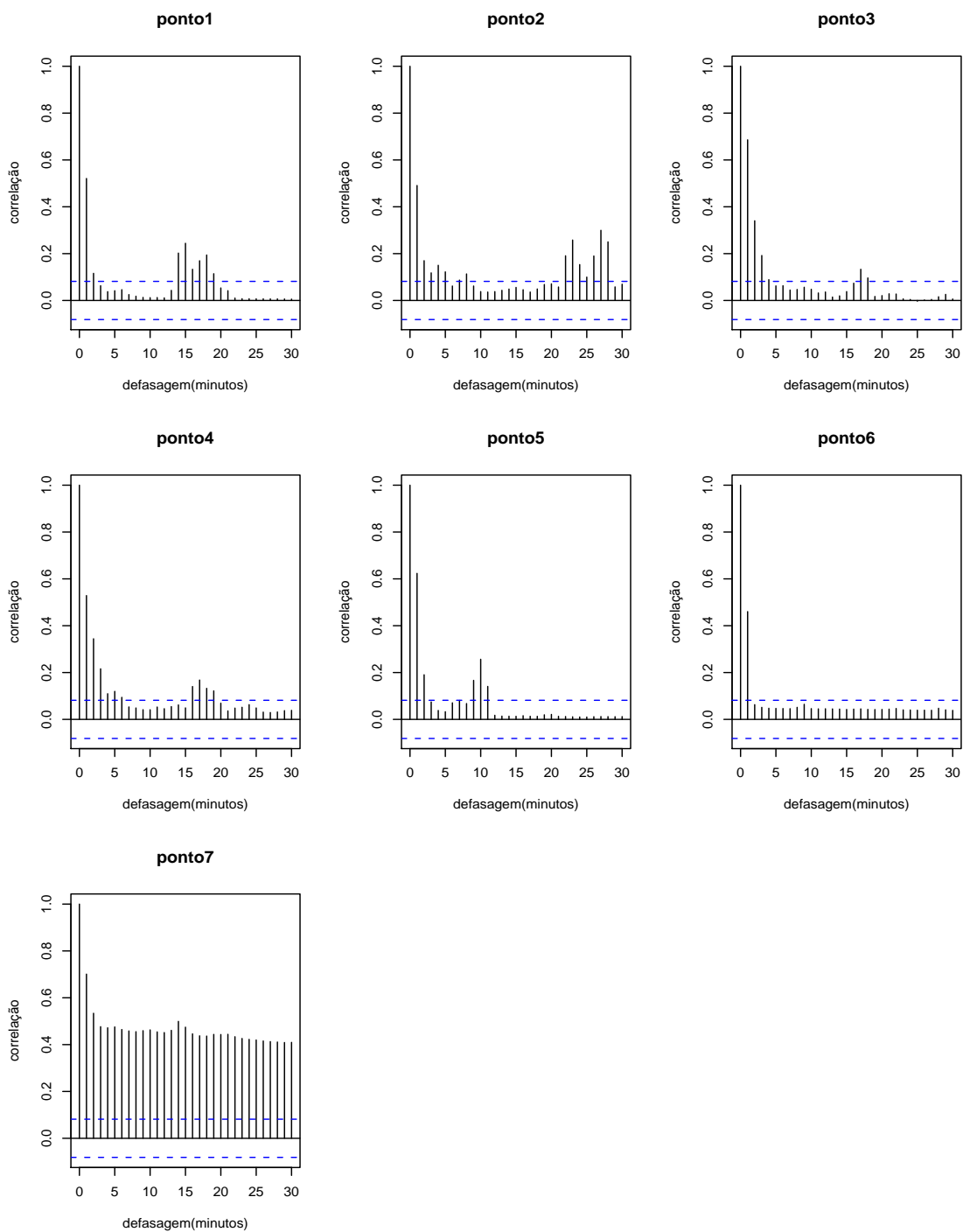


Figura B.15: Autocorrelogramas do terceiro dia

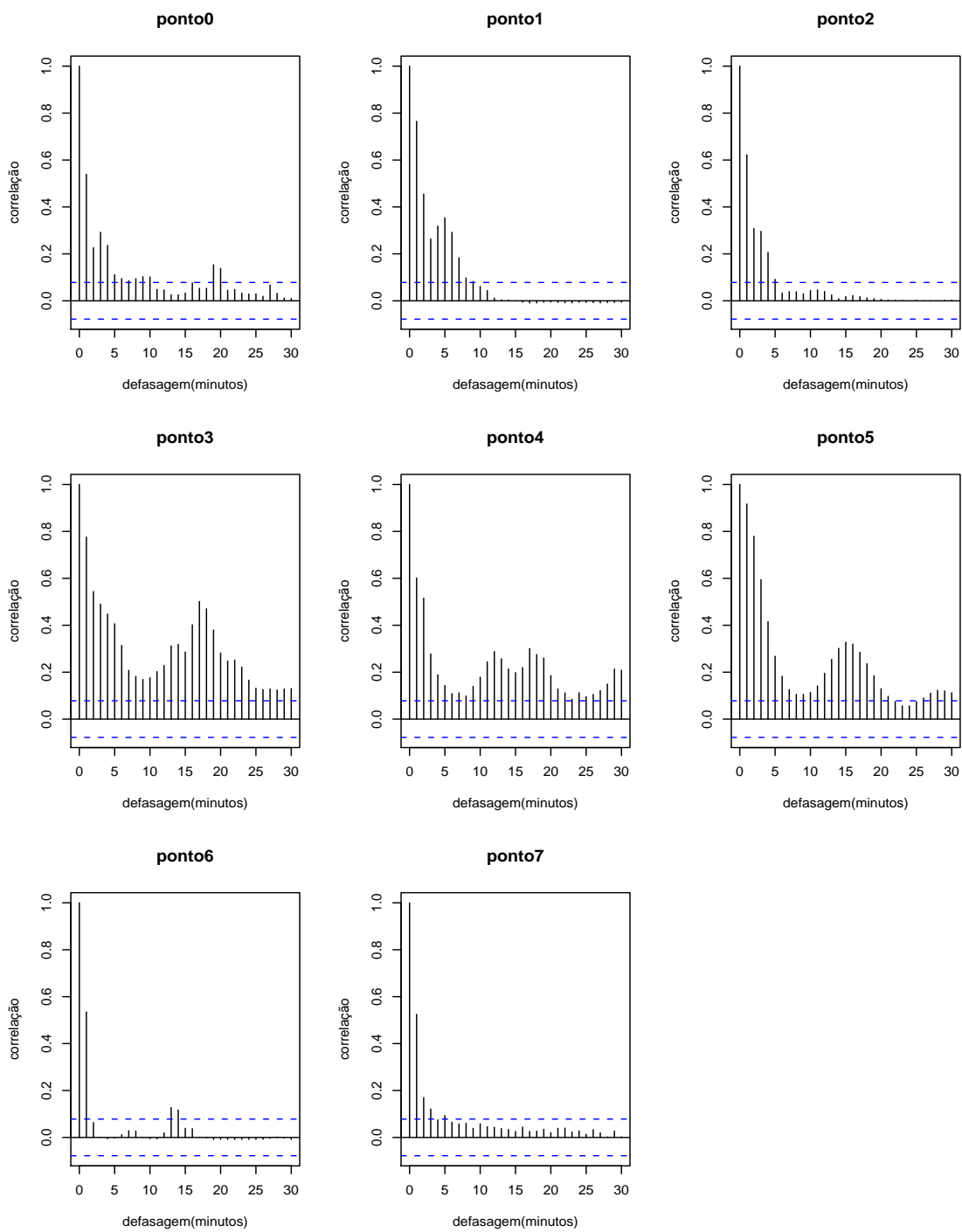


Figura B.16: Autocorrelogramas do quarto dia

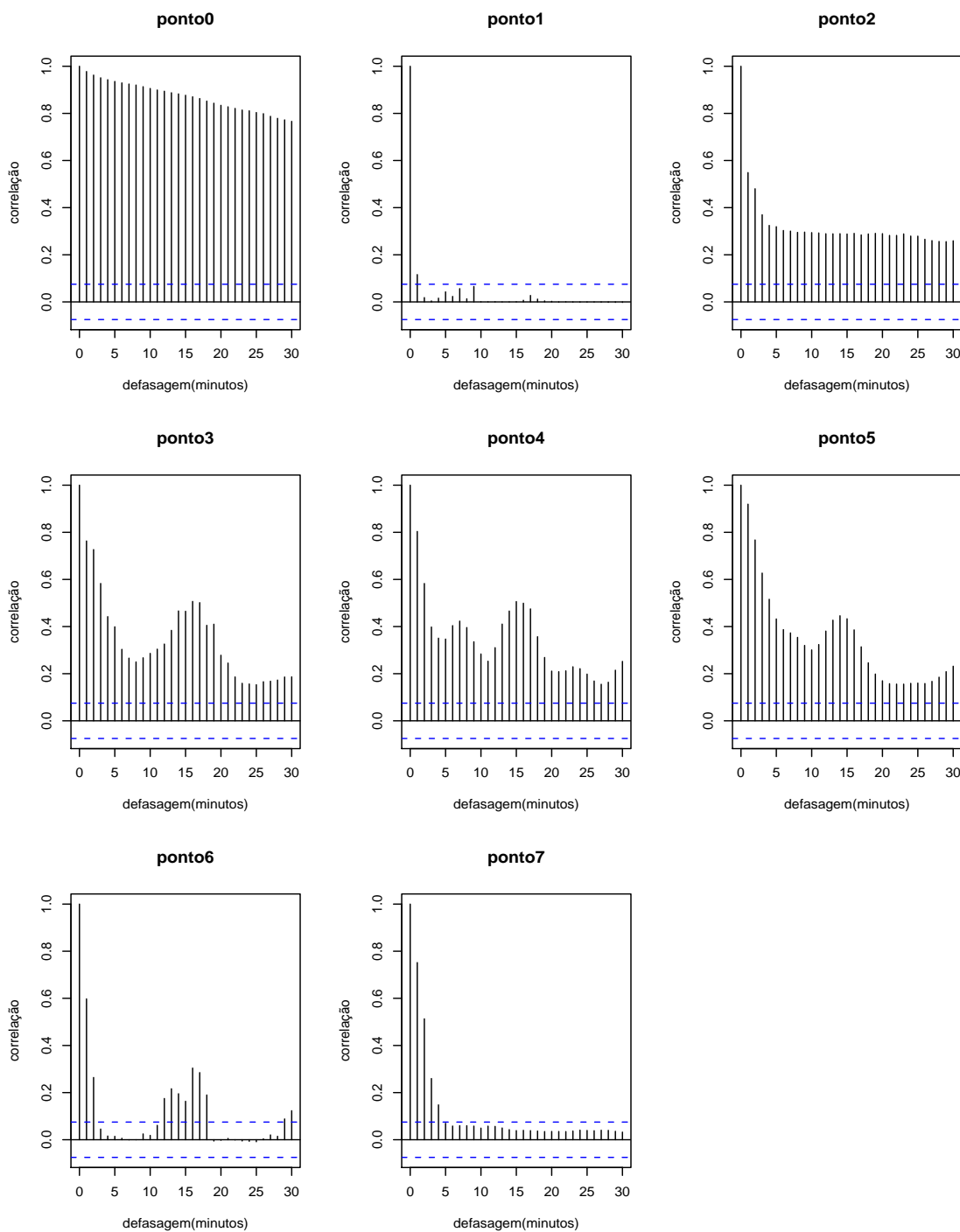


Figura B.17: Autocorrelogramas do quinto dia

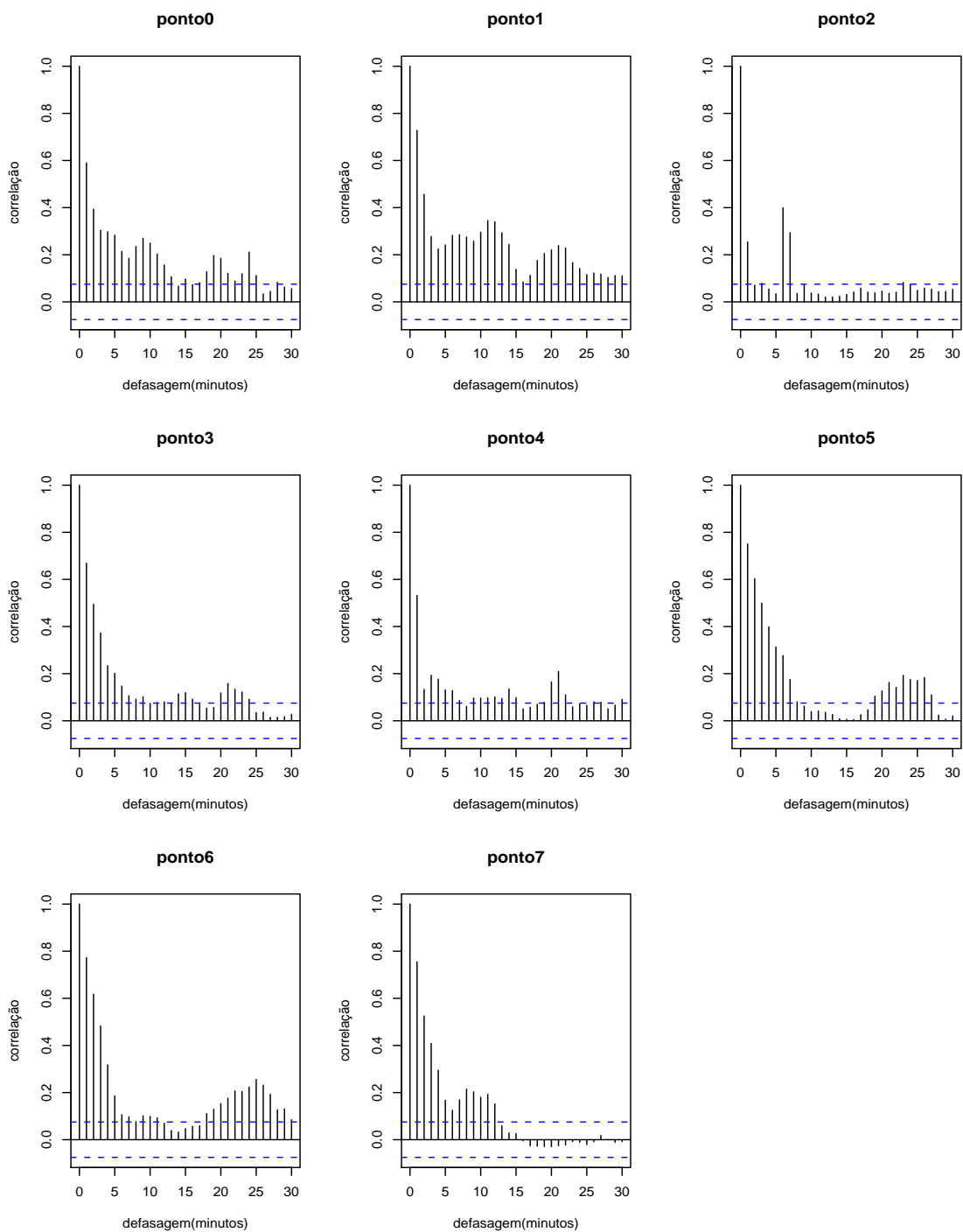


Figura B.18: Autocorrelogramas do sexto dia

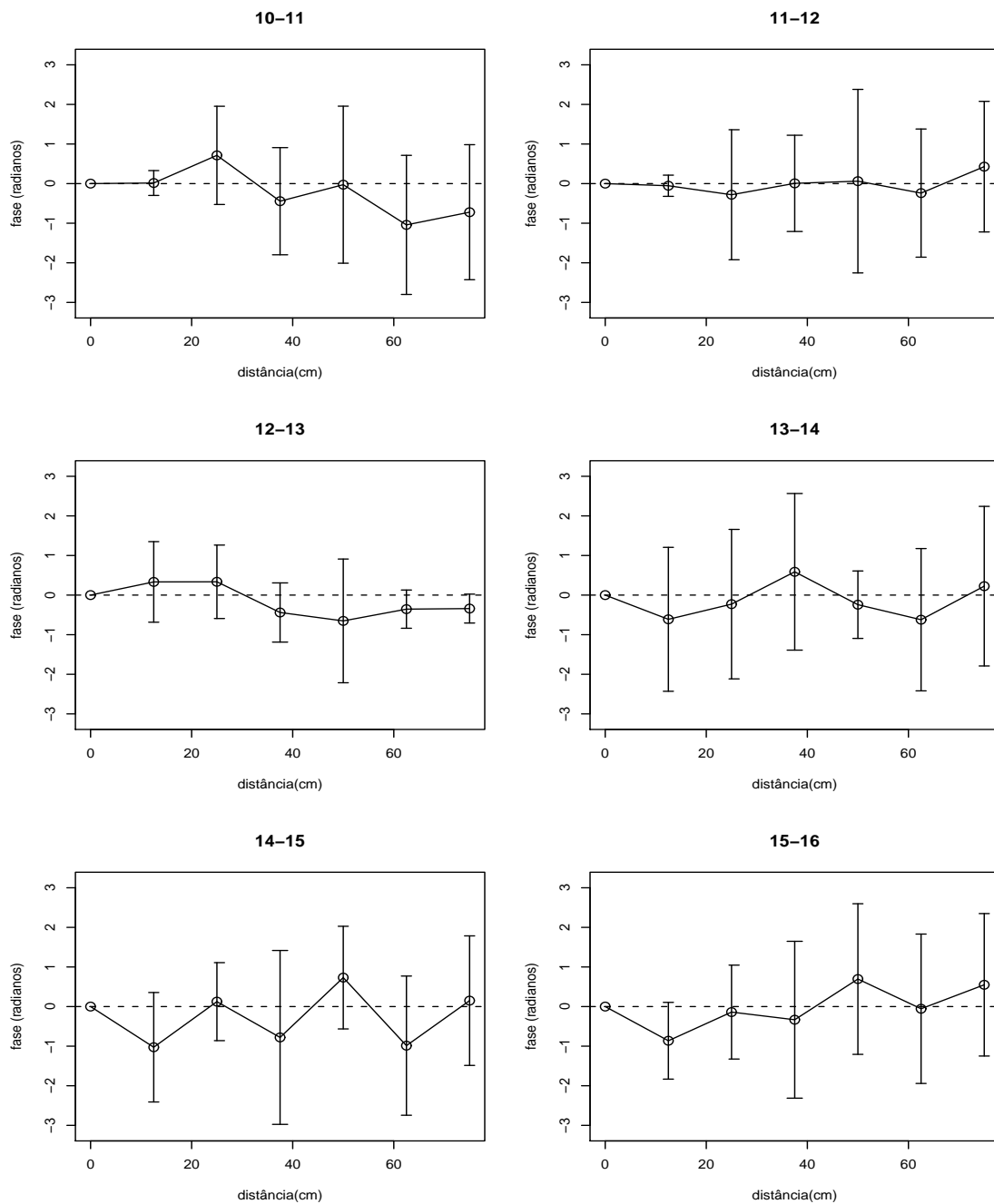


Figura B.19: Fases horárias em função da distância do dia 1, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

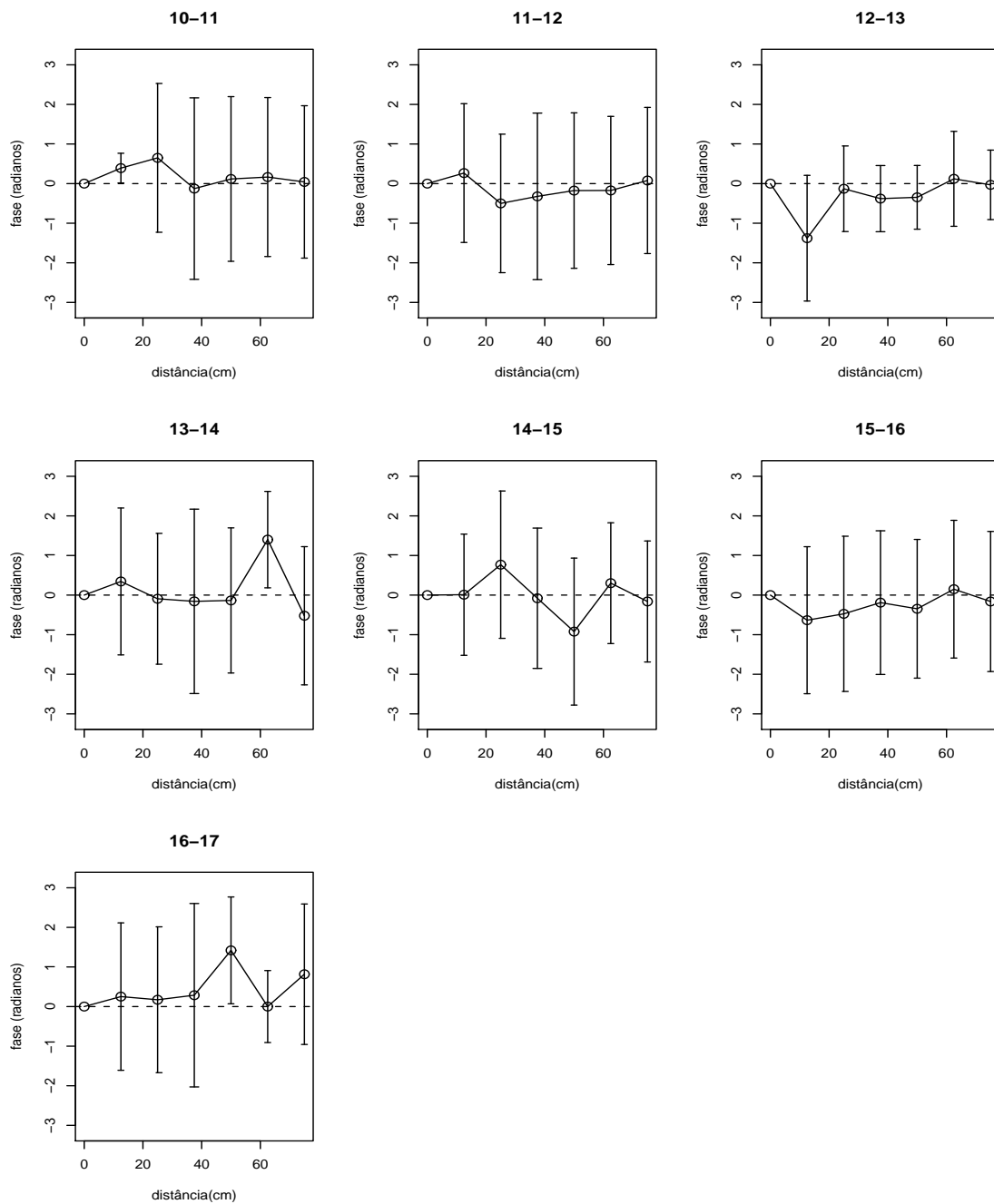


Figura B.20: Fases horárias em função da distância do dia 2, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

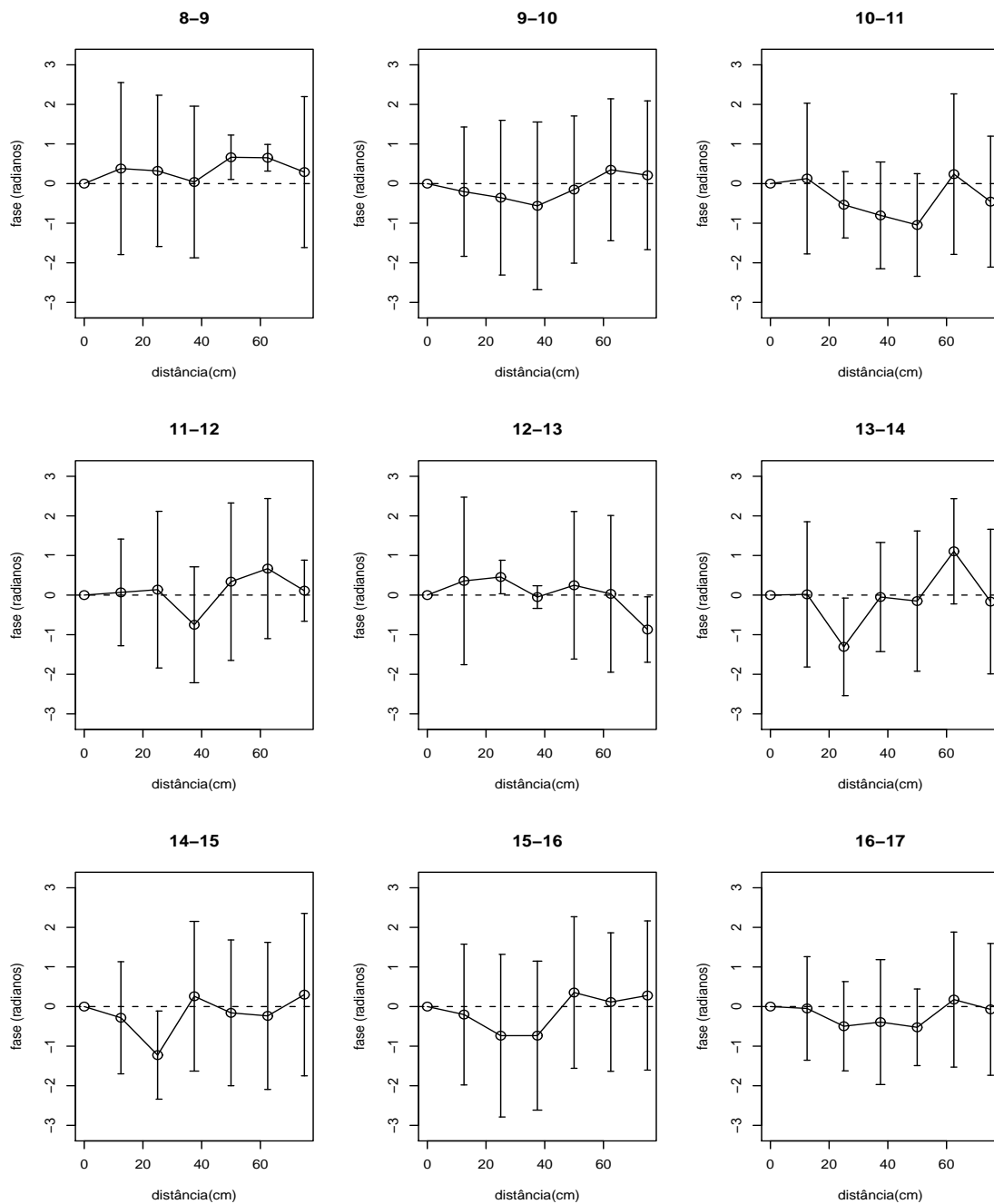


Figura B.21: Fases horárias em função da distância do dia 3, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

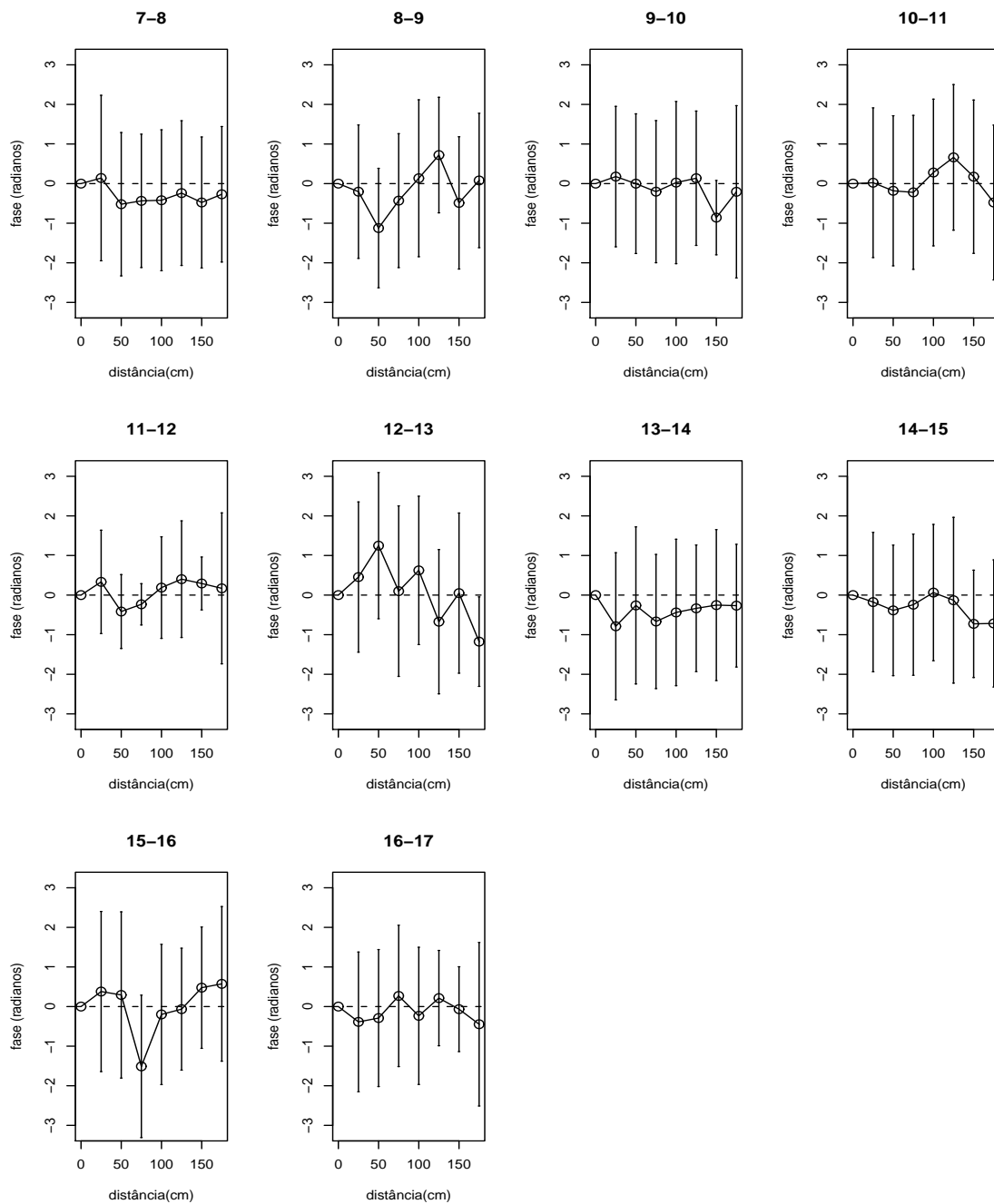


Figura B.22: Fases horárias em função da distância do dia 4, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

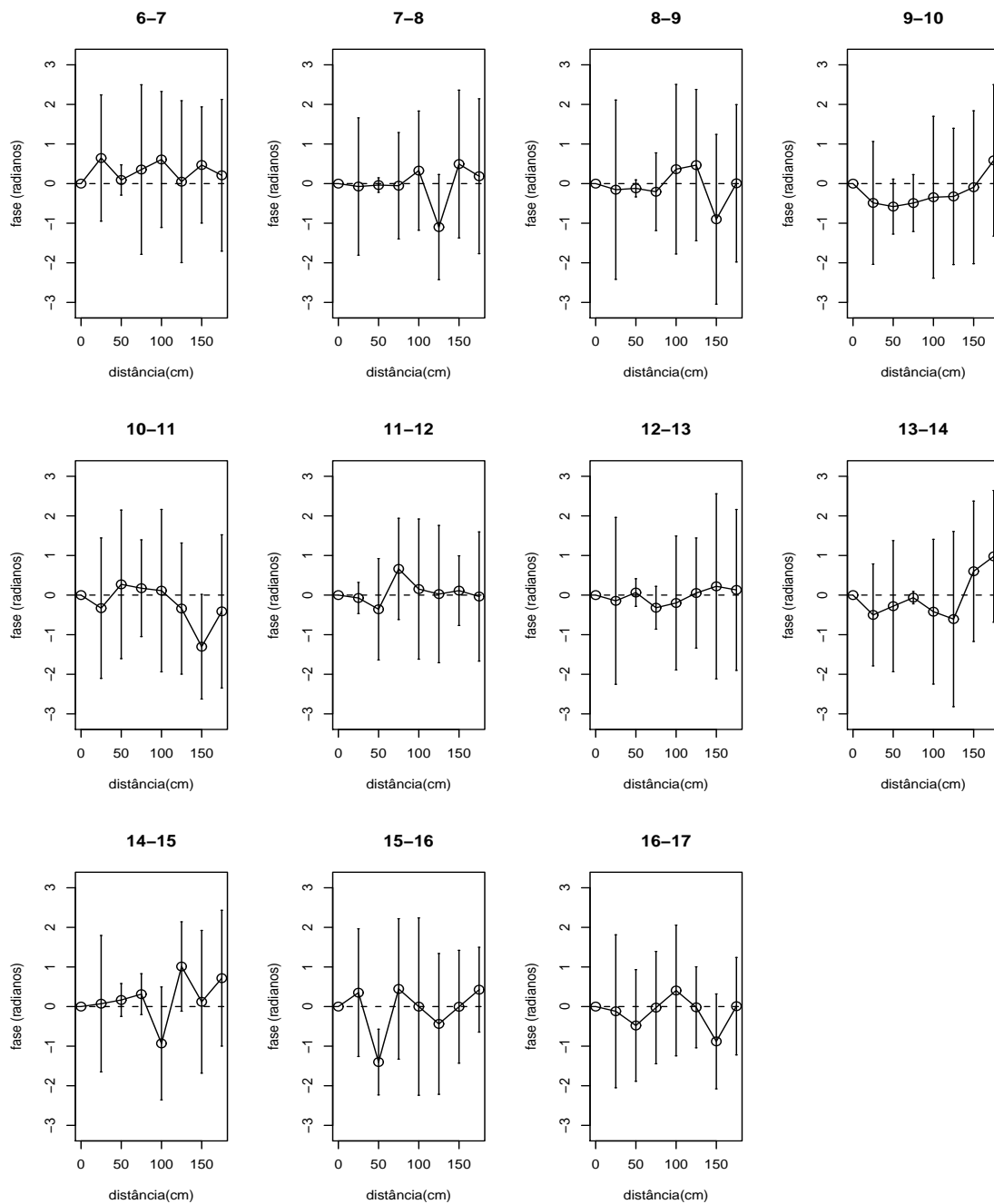


Figura B.23: Fases horárias em função da distância do dia 5, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

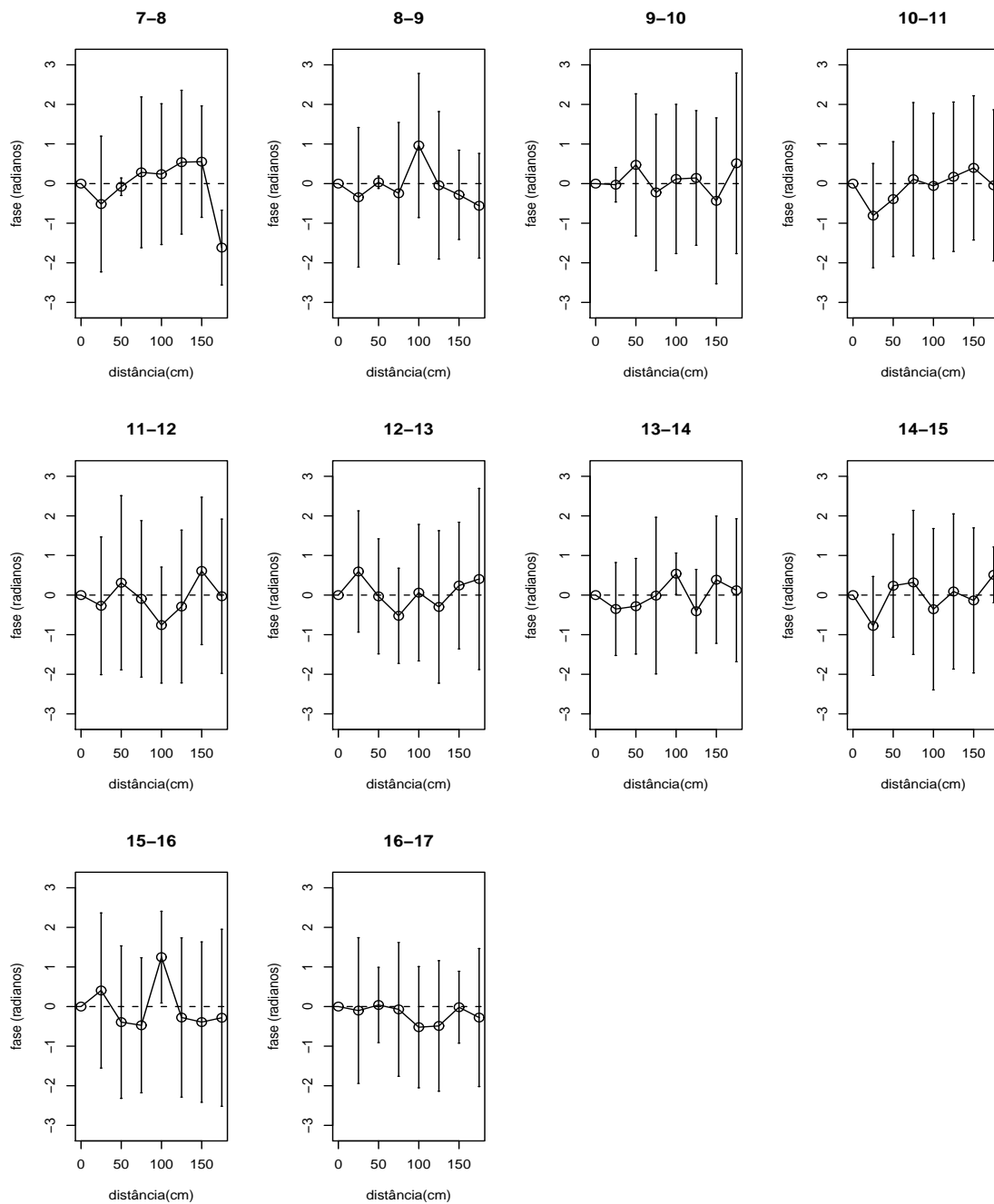


Figura B.24: Fases horárias em função da distância do dia 6, onde (o) representa a média e as barras os respectivos desvios padrões para cada distância

Referências Bibliográficas

- [1] BLOOMFIELD, Peter. *Fourier Analysis of Time Series: An Introduction*, 2 ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [2] BRUSCATO, Adriana. *Análise espectral de processos não estacionários utilizando a transformada de Fourier*, Dissertação de Mestrado, IME, USP, 2000.
- [3] BUSSAB, W. O. et al. *Introdução a análise de agrupamentos*, São Paulo: IME- USP, 1990.
- [4] CHAZDON, R. L. et al. *Interactions between crown structure and light environment in five rain forest piper species*, Amer. J. Bot., Vol. 75, n°10: pp. 1459-1471, 1988. Disponível em <http://www.jstor.org/view>.
- [5] DISLICH, R., CERSÓSIMO, L. e MANTOVANI, W. *Análise da estrutura de fragmentos florestais no Planalto Paulistano - SP*, Rev. Brasil. Bot., São Paulo, Vol. 24, n°3: pp. 321-332, 2001. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/rbb/v24n3/6740.pdf>.
- [6] FERRAZ, D. K. et al. *Fenologia de árvores em fragmento de mata de São Paulo, SP*, Rev. Brasil. Biol., Vol. 59, n°2: pp. 305-317, 1999. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/rbbio/v59n2/v59n2a12.pdf>.

- [7] MACIEL, M. N. et al. *Efeito da radiação solar na dinâmica de uma floresta*, Rev. Cien. Exat. e Nat., Vol. 4, n°1: pp. 101-114, 2002. Disponível em <http://www.unicentro.br/editora/revistas/recen/v4n1/Efeito.pdf>.
- [8] MORETTIN, P. A. e TOLOI, C. M. C. *Análise de séries temporais*, São Paulo: Edgard Blucher, 2004.
- [9] MORETTIN, Pedro A. *Ondas e ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas*, São Paulo: EDUSP, 1999.
- [10] MUNIZ, M. R. A. *Estudo do regime de luz nas quatro principais formações fitogeográficas no estado de São Paulo durante o inverno do ano de 2003*, Dissertação de Mestrado, IB, UNICAMP, 2004.
- [11] PEREIRA, B. B. et al. *Análise espectral de séries temporais : uma introdução para engenharia, economia e estatística*, Rio de Janeiro : Arte Final Leasing, 1986.
- [12] SANCHES, M. C. et al. *Estudo comparativo do padrão de herbivoria sobre espécies de árvores com diferentes histórias de vida*, In: Fontoura, T., Mielke, M. & Ribeiro, S. (orgs.). Relatórios de projetos desenvolvidos na disciplina NE313 - Tópicos em Ecologia de Campo II (Pesquisa em Dossel) do Programa de Pós-Graduação em Ecologia, IB, UNICAMP. Disponível em <http://www.ib.unicamp.br/profs/fsantos/ne313/2005/>.