UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

LUCAS IWAMOTO DA FONSECA BUSIC

ANÁLISE DAS METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DE VALUE AT RISK (VAR) PARA MENSURAÇÃO DE RISCO DE MERCADO

São Paulo

2019

Lucas Iwamoto da Fonseca Busic

ANÁLISE DAS METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DE VALUE AT RISK (VAR) PARA MENSURAÇÃO DE RISCO DE MERCADO

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado à Universidade de São Paulo para obtenção do título de Bacharel em Matemática Aplicada e Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Luis Gustavo Esteves

São Paulo

2019

LUCAS IWAMOTO DA FONSECA BUSIC

ANÁLISE DAS METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DE VALUE AT RISK (VAR) PARA MENSURAÇÃO DE RISCO DE MERCADO

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado à Universidade de São Paulo para obtenção do título de Bacharel em Matemática Aplicada e Computacional.

Aprovado em __ / __ /__

____

Prof. Dr. Luis Gustavo Esteves (orientador)

Universidade de São Paulo

____

Lucas Augusto Zoia (Coorientador)

____

Prof. Dr. Pedro Aladar Tonelli (avaliador)

Universidade de São Paulo

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Luis Gustavo Esteves, minha eterna gratidão, por ter um sido orientador persistente e amigo que, com diretrizes seguras, muita paciência, constante acompanhamento e incentivo, me aceitou com todas as minhas restrições.

À minha família, pelo apoio e compreensão. Em especial, para minha mãe, nada disso seria possível sem seu apoio e conselhos.

Aos meus colegas de trabalho, pelas palavras de incentivo e apoio.

Aos meus amigos, pela a companhia nesses anos de estudos.

“Não importa o que aconteça, continue a nadar” (Walter Graham).

RESUMO

O *Value at Risk* (VaR) é uma ferramenta muito utilizada em risco de mercado para o gerenciamento de carteiras de ativos. Seu propósito é estimar, com um determinado índice de confiança, a máxima perda esperada de uma carteira em um horizonte de tempo pré-definido.

Neste trabalho explicaremos o funcionamento dessa ferramenta, abordaremos diferentes metodologias e compararemos a eficácia de cada uma.

Palavras-chave: Risco de Mercado, VaR, Carteira de ativos.

ABSTRACT

Value at Risk (VaR) is a tool used in market risk to manage the risk of asset portfolios. It's purpose is to estimate, with a determined confidence, the maximum expected loss in a predetermined time horizon.

In this work we shall explain how this tool works, approach different methodologies and compare de efficiency of each one

Keywords: Market risck. VaR, Asset Portfolios.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

VAR Value At Risk

EWMA Exponential Weighted Moving Average

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Todo investimento financeiro envolve algum risco. Existem vários tipos, dentre outros: risco de crédito, que consiste no risco da contraparte não honrar com suas obrigações, risco de liquidez, que é a possibilidade de perdas financeiras pela incapacidade de liquidar determinado ativo em tempo razoável, risco operacional, que são perdas vindas de falhas, humanas ou sistêmicas, nos processos internos. Neste trabalho, abordaremos o risco de mercado.

Risco de mercado pode ser definido como o risco de perdas financeiras decorrentes de oscilações inesperadas nos preços dos ativos. Esse risco afeta a todos nós, em nosso dia a dia, no preço de produtos que consumimos como, por exemplo, pão, carne e gasolina. O risco de mercado é bem nítido quando olhamos para viagens ou compras internacionais: se você faz uma compra em dólares no seu cartão de crédito e paga alguns dias depois, você pagará no dia do vencimento o valor cotado no momento do fechamento da fatura e não o valor da moeda no momento da compra. Portanto, durante este período você estará sujeito a essa variação cambial. Se o dólar subir em relação a cotação do momento da compra, você pagará um valor maior em reais e vice-versa.

No caso de empresas, fundos e instituições financeiras, com exposições muito maiores ao risco de mercado, isso pode gerar resultados desastrosos. A necessidade de se realizar hedges, ou seja, se proteger contra oscilações no mercado levou a um grande crescimento do mercado de derivativos. Mas além de ser uma forma de proteção os derivativos também podem ser usados para especulação. Mas independente do seu objetivo, para que sejam bem utilizados, é preciso de um bom gerenciamento de risco.

O risco de mercado pode decorrer de várias fontes. Pode ser de origem socioeconômica como, por exemplo: períodos de eleição, mudanças nas políticas econômicas do governo, escândalos de corrupção, mudanças na presidência de alguma grande instituição, greves, guerras e terrorismo. Alguns dos exemplos citados foram responsáveis pelo período de crise e grande volatilidade presenciado no mercado brasileiro nos últimos anos.

Por outro lado, pode vir de fenômenos naturais como terremotos e furacões. Ele também pode surgir de eventos que influenciam no longo prazo como o desenvolvimento de novas tecnologias que mudam o mercado de trabalho ao longo dos anos. Mas a principal característica do risco de mercado é a sua imprevisibilidade. Não há como saber exatamente quando ocorrerão e com que intensidade. Qualquer tentativa de prevê-los é especulação. O gerenciamento de risco ajuda a nos protegermos ainda que, parcialmente, contra esses tipos de acontecimentos.

O crescimento da preocupação com a exposição a esse tipo de risco em função do aumento da volatilidade do mercado financeiro desde o início dos anos 70, levou ao desenvolvimento de metodologias de gerenciamento de risco ao nível de sofisticação que temos hoje. Esses são alguns eventos que ocorreram:

- Em 1971 o dólar deixa de ser atrelado ao ouro e passa a se tornar uma moeda fiduciária, tornando sua cotação mais volátil.
- A volatilidade nos preços do petróleo iniciadas em 1973 causaram aumento de inflação e grandes variações nas taxas básicas de juros
- Em 19 de outubro de 1987 o índice Dow Jones caiu 22,61% causando um prejuízo de 1 trilhão de dólares. Esse dia ficou conhecido como “Sexta-Feira Negra”
- O mercado de ações japonês atingiu seu ponto máximo em 1989, mas no final desse ano houve o estouro dessa bolha que levou o índice Nikkei da casa dos 39.000 para 17.000 em três anos. Um total de 2,7 trilhões de dólares foi perdido.
- Em 1994 o FED, realizou seis aumentos consecutivos na taxa básica de juros o que acabou removendo 1,5 trilhão de dólares do mercado global.

Baseado nos eventos acima expostos, já é possível ver que a avaliação e mensuração do risco de mercado é importantíssimo e tem impacto real na economia mundial e nas instituições. O desafio é então criar um modelo que limite perdas potenciais em função de variações no mercado e que ao mesmo tempo permita que os traders(operadores do mercado) operem de acordo com suas expectativas para obtenção de lucro.

No final dos anos 70 e 80, muitas instituições financeiras estudavam e desenvolviam seus modelos internos para mensuração de risco. Em 1994, foi divulgado de forma gratuita o sistema *RiskMetrics* com orientações para cálculo do VaR(Value at Risk), uma metodologia desenvolvida pelo JP Morgan para estimar o risco de mercado de um carteira de ativos .

Ainda nos 90, ocorreram diversos desastres financeiros (Philippe Jorion, 2007) como a falência do banco Barings em 1995 após perder 1,3 bilhão de dólares com derivativos, a falência do condado de Orange em 1994 após perder 1,81 bilhão de dólares com exposição exposições às taxas de juros e o prejuízo de 1,1 bilhão de dólares do banco Daiwa. Isso levou o comitê de Basiléia a criar uma emenda em 1996, entrando em vigor em 1997, incorporando o risco de mercado ao acordo de Basiléia, que havia se firmado em 1988. Nesta emenda, ele acrescentou uma nova exigência de capital para esse risco e sugeriu o VaR como modelo interno dos bancos.

Ainda hoje o VaR permanece como modelo proposto pelos órgãos reguladores devido a sua facilidade conceitual e computacional. Hoje ele é usado pela maioria das instituições financeiras não só para mensuração de risco, mas para guiar a tomada de decisão. Existem, porém, críticas e limitações a essa metodologia isso faz com que ela não seja a única utilizada.

1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é introduzir e comparar, apontando vantagens e desvantagens, 3 metodologias para o cálculo de VaR: O método paramétrico, histórico e Monte Carlo.

1.2 DESCRIÇÃO

Nos próximos capítulos iremos descrever o VaR e sua utilização. Em seguida introduziremos 3 metodologias diferentes descrevendo seu funcionamento e suas vantagens e desvantagens. Por fim faremos uma analise comparativa entre as 3 metodologias para 3 carteiras distintas contendo dólares americanos e euros usando dados reais de cotações obtidos no site do banco central.

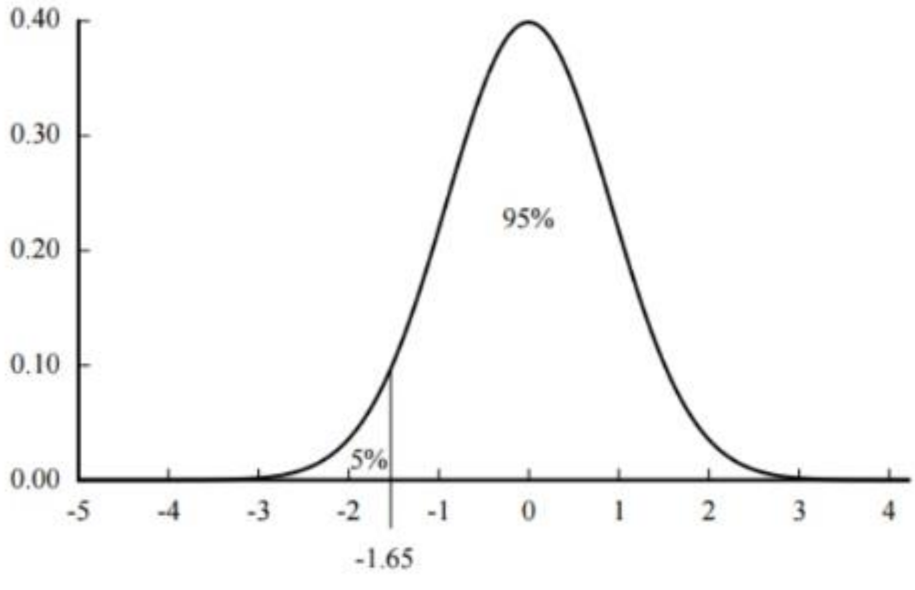
2 DEFINIDO VAR

O Value-at risk, ou VaR, é uma medida de risco financeiro que resume a estimativa de uma máxima perda esperada para uma carteira de ativos para um horizonte de tempo definido e um dado índice de confiança. Esse método é útil pois resume toda a análise em um único número de fácil entendimento.

De uma forma mais formal, o VaR descreve o percentil da distribuição de retornos projetada sobre um horizonte de tempo. Se *p* for índice de confiança escolhido, o VaR corresponde a (1 - *p*) da distribuição de probabilidade do retorno. Por convenção, expressamos a pior perda esperada como um número positivo (Philippe Jorion, 2007).

Figura 1 – Distribuição Normal

Fonte: RiskMetrics



É preciso reconhecer também que há limitações. Possíveis perdas que vão além do índice de confiança não mensuradas. Mesmo que você escolha um nível de confiança alto, alguns eventos raros com perdas acima do esperado ainda ocorrerão. O VaR, portanto, é uma solução necessária mas não definitiva para gestão de risco. Na prática, o VaR é acompanhado por outras medidas auxiliares como, por exemplo, testes de estresse (Philippe Jorion, 2007).

3 UTILIZAÇÃO DO VAR

Como já, brevemente, descrito na introdução, houve um grande crescimento na indústria de gestão de risco devido ao aumento da volatilidade dos mercados. Nesse cenário, o VaR, estabeleceu-se como pilar do gerenciamento de risco. Empresas financeiras e não financeiras utilizam o VaR por ser uma ferramenta ideal para qualquer instituição que opere alavancada ou que possua exposições financeiras.

Inicialmente era utilizado apenas para divulgação de risco incorrido para gerência e acionistas, devido, principalmente, pela simplicidade e fácil entendimento. Posteriormente sua adoção foi impulsionada com o aumento das exigências dos órgãos reguladores. Também contribuiu para sua adoção o fato do comitê de Basiléia de 1995 ter incentivado sua divulgação; para se ter uma ideia, apenas quatro instituições forneceram informações sobre VaR em 1993 e, após esse incentivo, sessenta e seis instituições passaram a divulgar seu VaR em 1998.

Consequência deste crescimento é que a divulgação do VaR passou a ser algo necessário. Empresas que não divulgassem seu VaR teriam mais dificuldade em captar recursos e fechar negócios. A falta de informações expõe a empresa a rumores e afasta os investidores.

Uma vez criada essa cultura de acompanhar de perto o risco de mercado, o papel do VaR evoluiu em termos de utilização. Deixou der ser simplesmente um número para se divulgar e assumiu um papel defensivo e gerencial. O simples ato de calcula-lo fazia com que as instituições tomassem decisões, como aumentar ou diminuir a exposição.

Mais recentemente o VaR passou a ter um papel ativo na tomada de decisões. Com a ferramenta em mãos, não apenas mensura-se o risco da atual posição, mas são realizadas simulações e decisões, como onde alocar mais recursos, que são tomadas através de uma relação lucro/risco. Traders também passaram a ser avaliados por essa relação.

Hoje em dia o VaR é utilizado por instituições em todo o mundo. É exigido e acompanhado de perto por órgãos reguladores que avaliam não apenas o número mas a eficácia do mesmo. A imposição de metodologias para medição de risco levou as instituições a pensar de forma crítica e essa talvez seja uma das maiores vantagens. Instituições que calculam o VaR de suas exposições são obrigadas a confrontar seus números com a realidade e calibrar seus modelos para melhor se adequar a realidade. Desta forma, a metodologia que leva ao VaR é tão importante quanto o próprio número. Esse tipo de pensamento crítico teria evitado grandes desastres no passado e certamente veio para ficar.

4 METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DE VAR

Nesta seção iremos abordar 3 metodologias distintas para calculo de VaR, bem como suas vantagens e desvantagens.

4.1 VAR HISTÓRICO

O VaR histórico consiste em montar um vetor de retornos para a carteira de ativos dentro de uma janela de tempo estipulada. Para isso é preciso ter o histórico de preços para os ativos da carteira dentro dessa janela de tempo. Depois de montado esse vetor aplica-se um percentil sobre esse vetor dentro do índice de confiança desejado.

Primeiro, é necessário calcular o retorno diário da carteira dentro da janela de tempo estipulada, é preciso assumir a mesma a carteira para todos os dias mesmo que, na realidade, ela não tenha sido a mesma ao longo do tempo. O tamanho dessa janela de tempo fica a critério do indivíduo ou da instituição e, normalmente, varia de 6 meses a 2 anos.

Uma vez montado esse vetor de retornos diários da carteira o VaR será igual à perda no n-ésimo percentil, onde n = (1 – p) e p é o índice de confiança desejado. Mas como calcular esses retornos?

4.1.1 RETORNOS E LOG-RETORNOS

Podemos definir o retorno de um ativo como

$$R_i = \frac{P_i - P_{i-1} + D_i}{P_{i-1}}$$

onde r_i é o retorno, P_i é o preço do ativo e D_i é o pagamento de cupons ou dividendos, todos no i-ésimo dia, i = 1, 2, ..., N. Como utilizaremos ativos que não pagam cupons, assumiremos que D_i é zero para todos os dias. Dessa forma a formula do retorno será

$$R_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_{i-1}} = \frac{P_i}{P_{i-1}} - 1 \qquad (1)$$

Se quisermos calcular o retorno acumulado de 2 dias de um ativo usando esse método ele será feito da forma

$$R_{acumulado} = (1 + R_1)(1 + R_2) - 1$$

E para N dias

$$R_{acumulado} = (\prod_{k=1}^{N}(1 + R_k)) - 1$$

Outro método, mais utilizado para retornos de ativos financeiros, é o log-retorno ou retorno geométrico, dado por

$$R_i = \ln(\frac{P_i}{P_{i-1}}) \qquad (2)$$

ou

$$R_i = \ln(P_i) - \ln(P_{i-1})$$

As formas (1) e (2) formas são bastante próximas para retornos pequenos. Podemos verificar esse fato da seguinte forma. Partindo da primeira forma, podemos dizer que

$$R_i + 1 = \frac{P_i}{P_{i-1}}$$

Então

$$\ln(R_i + 1) = \ln(\frac{P_i}{P_{i-1}})$$

Usando série de Taylor

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \ldots$$

para f(x) = log(x + 1) e a = 0

$$\ln(R_i + 1) = \ln(1) + \frac{1}{1!}R_i + \frac{1}{2!}(R_i)^2 + \frac{1}{2.3!}(R_i)3 \ldots$$

Portanto

$$\ln(\frac{P_i}{P_{i-1}}) = R_i + \frac{1}{2!}(R_i)^2 + \frac{1}{2.3!}(R_i)3 \ldots$$

Isso mostra que a forma (2)é bastante próxima da (1) para um R_i pequeno.

Neste trabalho utilizaremos os log-retornos. Eles são mais fáceis de utilizar para retornos acumulados pois são feitos pela somatória dos retornos. Considere o retorno acumulado de N dias. Podemos escrever isso da forma

$$R_{\mathrm{N}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N-1}} \ln(\frac{P_{\mathrm{i+1}}}{P_{\mathrm{i}}})$$

abrimos isso da forma

$$R_{\mathrm{N}} = \ln(\frac{P_2}{P_1}) + \ln(\frac{P_3}{P_2}) + \ldots + \ln(\frac{P_{\mathrm{N}}}{P_{\mathrm{N-1}}})$$

Portanto

$$R_{\mathrm{N}} = \ln(\frac{\cancel{P_2}.\cancel{P_3}\ldots\cancel{P_{\mathrm{N-1}}}.P_{\mathrm{N}}}{P_1.\cancel{P_2}.\cancel{P_3}\ldots\cancel{P_{\mathrm{N-1}}}}) = \ln(\frac{P_{\mathrm{N}}}{P_1})$$

4.1.2 VANTAGENS

Este método possui baixo custo computacional e é de fácil implementação, desde que você possua a base histórica de cada ativo. Também não requer uma matriz de covariância, o que simplifica bastante o cálculo para carteiras que possuam muitos ativos diferentes.

Caso seja necessário calcular o VaR para outros horizontes de tempo basta recalcular os retornos para o horizonte desejado e montar um novo vetor de retornos. Este modelo conta com caudas pesadas na extensão em que elas se encontram na base histórica e ele também não requer que você tenha que assumir alguma distribuição de probabilidade.

O método histórico é bastante intuitivo. O VaR corresponde a grandes perdas vindas de um passado recente. Se os usuários desejarem explicar o valor basta olhar os valores passados e verificar qual foi o evento que levou ao aumento da medida do VaR.

4.1.3 DESVANTAGENS

Esse método parte de uma única amostra e da assunção de que o passado representa o futuro imediato. Se algum evento importante estiver fora da sua janela ele não será levado em consideração. Outro problema é a possibilidade de que algum evento muito extraordinário que pode nunca mais ocorrer polua sua medição.

O VaR histórico também requer amostras grandes e isso implica em pegar amostras muito antigas. Isso pode gerar problemas na sua medição pois você está assumindo que a flutuação dos preços é estacionária, ou seja, que ela não se altera com o passar do tempo.

Existem problemas em sua aplicação também. Se você desejar inserir algum novo ativo em sua carteira e não possuir o histórico dele ou se o ativo for novo e de fato não possuir um histórico longo o suficiente para isso, você terá problemas.

4.2 VAR MONTE CARLO

Esse método consiste em realizar simulações de preços para cada um dos fatores de risco da sua carteira usando distribuições parametrizadas. Dessa forma podemos obter uma série de retornos que será utilizada para calcular o VaR. De certa forma esse método é parecido com método histórico exceto que os retornos hipotéticos não são gerados de eventos passados e sim de uma simulação.

O primeiro passo estabelecer um modelo para geração de um vetor de números aleatórios. Os valores serão variáveis aleatórias independentes. Mas os ativos são correlacionados. É preciso, então, de algum método para correlacionar esses valores. Uma alternativa para isso é a transformação de Cholesky que abordaremos mais adiante.

4.2.1 MOVIMENTO BROWNIANO GEOMÉTRICO

O método que consideramos aqui consiste em realizar simulações de preços para cada um dos fatores de risco da sua carteira usando distribuições parametrizadas. Dessa forma podemos obter uma série de retornos que será utilizada para calcular o VaR.

O modelo comumente utilizado para simular preços é o Movimento browniano geométrico (MBG), este modelo cujos movimentos podem ser descritos por

$$dS_t = \mu_t S_t d_t + \sigma_t S_t dz$$

Onde dz é uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e variância d_t. Isso cria choques aleatórios de preços que não dependem de informação sobre o passado. Esse processo é browniano uma vez que sua variância diminui com o tempo e também é geométrico pois todos os parâmetros estão na escala de S_t (Philippe Jorion, 2007).

Os parâmetros μ_t e σ_t representam a volatilidade no instante t. Como a volatilidade varia com o tempo é possível criar funções que simulam essa variação em função de variações no passado.

Se integrarmos dS/S sobre um intervalo finito, teremos aproximadamente

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu \Delta t + \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\Delta t})$$

Onde ε é uma variável aleatória normal com média 0 e desvio padrão 1. É possível verificar que esse processo gera uma esperança E($\Delta S/S$) = $\mu\Delta t$, que aumenta com o tempo assim como a variância V($\Delta S/S$) = $\sigma^2\Delta t$.

4.2.2 TRANSFORMAÇÃO DE CHOLESKY

Simulações geram valores aleatórios independentes. Quando temos múltiplos fatores de risco em nossa carteira precisamos levar a correlação entre eles em consideração.

Para isso, vamos usar a transformação de Cholesky para criar correlações entre as variáveis. Esse método consiste em transformar variáveis independentes em dependentes. Definindo *N* como o numero de fatores de risco, se eles não fossem correlacionados poderíamos trata-los de forma independente para cada variável, ou seja

$$\Delta S_{j,t-1} = S_{j,t-1}(\mu_j \Delta t + \sigma_j \epsilon_{j,t}\sqrt{\Delta \boldsymbol{t}})$$

Onde os ϵ's valores são independentes através do tempo e a série j = 1,..., *N*.

Para transformarmos essas variáveis em variáveis correlacionadas, vamos começar com um conjunto de variáveis independentes η, que serão transformadas na variável ϵ. Usando como exemplo *N* = 2 construiremos

$$\epsilon_1 = \eta_1$$
$$\epsilon_2 = p\eta_1 + (1 - p^2)^{1/2}\,\eta$$

É possível demonstrar que V(ϵ_2) = 1 e a cov(ϵ_1, ϵ_2) $= \rho$. Mas a questão que iremos abordar é como chegamos na construção do exemplo acima?

De forma geral queremos, com o vetor *N*, criar alguma estrutura de correlação na forma de V(ϵ) = E(ϵ ϵ') = R, onde a matriz R é simétrica e real e pode ser decomposta pelos fatores de Cholesky segundo

$$R = \mathrm{TT}'$$

onde T é uma matriz com valores no canto inferior esquerdo e zeros no canto superior direito. Depois faremos $\epsilon = T\eta$ e a matriz de covariância V(ϵ) = E(ϵ ϵ') = E($T\eta\eta'T'$) = TE($\eta\eta'$)T' = TIT' = TT' = R. Dessa forma, confirmamos que ϵ tem as correlações desejadas.

Seja T = $\begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$. Impondo R = TT', temos

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema chegamos na solução

$$\mathrm{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1 - p^2)^{1/2} \end{bmatrix}$$

Note que, de fato, se $\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$ é distribuído segundo o modelo

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1 - p^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ 0 & (1 - p^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

Então $\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$ possui matriz de covariância R.

Isso nos mostra como criar variáveis correlacionadas usando variáveis aleatórias i.i.d.

4.2.3 VANTAGENS

Este método é de longe o mais abrangente dos 3 mencionados nesse trabalho. Aqui sugerimos o Modelo browniano geométrico para simular os retornos mas é possível utilizar ou desenvolver outros e isso o torna bastante flexível.

4.2.4 DESVANTAGENS

Ao contrário do método histórico, o método de monte carlo tem um alto custo computacional. Se você gerar mil preços para mil fatores de risco sua simulação precisará gerar um milhão de valores. Alguns ativos mais complexos precisam de simulações para geração de preços e, portanto, você fará uma simulação dentro de outra simulação. Um alto custo computacional requer um alto custo de infraestrutura e de também capital humano, pois requer profissionais mais qualificados para monitoramento e análise.

Esse modelo se baseia nos processos estocásticos especificados para cada fator de risco e esses modelos podem estar errados. Para verificar se seu modelo está robusto, é necessário bastante análise. E é necessário que as pessoas encarregadas entendam bem os processos, caso contrário o processo pode se tornar uma caixa preta que gera números nada intuitivos.

4.3 VAR PARAMÉTRICO

O método paramétrico baseia-se no conhecimento prévio da distribuição estatística dos ativos da carteira para, então, estimar as perdas financeiras. Mas antes de abordar o método em si precisamos abordar alguns conceitos.

4.3.1 FATORES DE RISCO

Para realizar a mensuração de risco de uma carteira é muito importante conhecer os fatores de risco presentes nela. A ideia é que muitos ativos possuem preços derivados de oscilações de múltiplos fatores de risco. Daí vem o nome derivativos. Por isso, é necessário apurar separadamente cada um desses fatores.

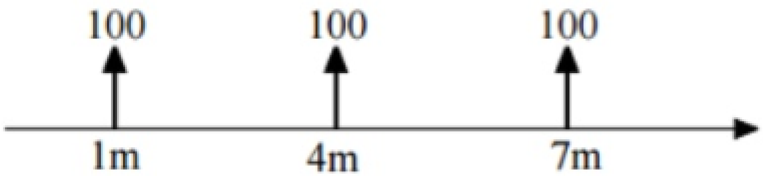
Ativos mais simples como ações ou moedas a vista, não precisam ser mapeados por possuírem um único fator de risco.

Outra coisa que precisa ser levada em consideração são os diversos vencimentos que podem existir dentro de uma carteira. Um banco ou fundo provavelmente possui ativos vencendo todos os dias. Mesmo num cenário hipotético onde todos os seus ativos possuem o mesmo fator de risco, você precisa fazer o cálculo separadamente para cada vencimento. Se fossemos alocar todos os nossos fatores de risco para todos os vencimentos em uma carteira o cálculo se tornaria extremamente complicado.

Uma solução para esse problema é criar diversos vértices de vencimentos e alocar seus ativos dentro deles. Por exemplo, se você possui ativos vencendo daqui 2 meses e se seus vértices são de 1 e 4 meses você alocará os valores parcialmente em cada um. Dessa forma você só precisa fazer o cálculo para cada vértice criado, conforme demonstrado no exemplo abaixo.

Figura 2 – Fluxo original de pagamentos

Fonte: RiskMetrics



Se definirmos os seguintes vértices

Figura 3 – Vértices definidos

Fonte: RiskMetrics

Mas de que forma alocaremos nossa posição dentro desses vértices? Abordaremos 2 metodologias de distribuição. Um método de interpolação de duration e outro de variância. O primeiro método é bastante simples e consiste apenas em distribuir a exposição de um determinado vencimento entre seus 2 vértices mais próximos.

$$xD_1 + (\mathbf{1} - \boldsymbol{x})D_2 = D_\mathrm{p}$$

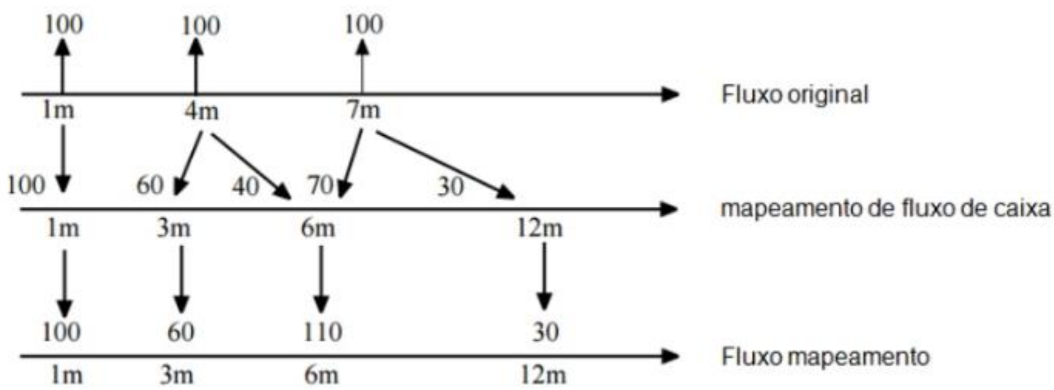
Isolando x

$$\boldsymbol{x} = (D_2 - D_\text{p})/(D_2 - D_1)$$

Onde D_1 é o vértice anterior, D_2 é o vértice posterior, x é o percentual de exposição alocado em D_1 e D_p a data da exposição. Esse método, no entanto, pode gerar um risco diferente do original uma vez que a volatilidade nesses vértices é diferente do vértice original.

Figura 4 – Nova alocação

Fonte: RiskMetrics



Na alocação por variância o intuito é fazer de tal forma que a volatilidade original do ativo seja correlacionada com as dos vértices selecionados, de tal forma que o risco da carteira não seja comprometido. O percentual alocado no vértice D_1 pode ser descrito da forma.

$$(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2p\sigma_1\sigma_2)x^2 + 2(-\sigma_2^2 + p\sigma_1\sigma_2)x + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) = 0$$

Se resolvermos essa equação teremos duas soluções na forma x_1 e x_2. Onde a solução que estiver entre zero e um é o percentual que sera alocado no vértice D_1.

4.3.2 CÁLCULO DE VOLATILIDADE

A volatilidade pode ser calculada de uma forma simplificada simplesmente calculando o desvio padrão de um histórico de retornos de um ativo, porém, uma outra forma , indicada pelo RiskMetrics (RiskMetrics Technical document, 1994), é o modelo *Exponential weighted moving average* (EWMA). Enquanto o desvio padrão atribui o mesmo peso para todas as observações, o EWMA atribui maior peso para eventos mais recentes, dessa forma, o modelo responde mais rápido a aumentos repentinos de volatilidade no mercado.

As figuras abaixo mostram bem os efeitos do EWMA no VaR de uma carteira. Elas são referentes ao comportamento da taxa de câmbio Marco Alemão (DEM) / Libra Esterlina (GBP) entre 1992 e 1994. O VaR é estimado usando uma volatilidade ponderada igualmente contra uma volatilidade estimada com EWMA.

Figura 5 Câmbio DEM/GBP

Fonte: RiskMetrics

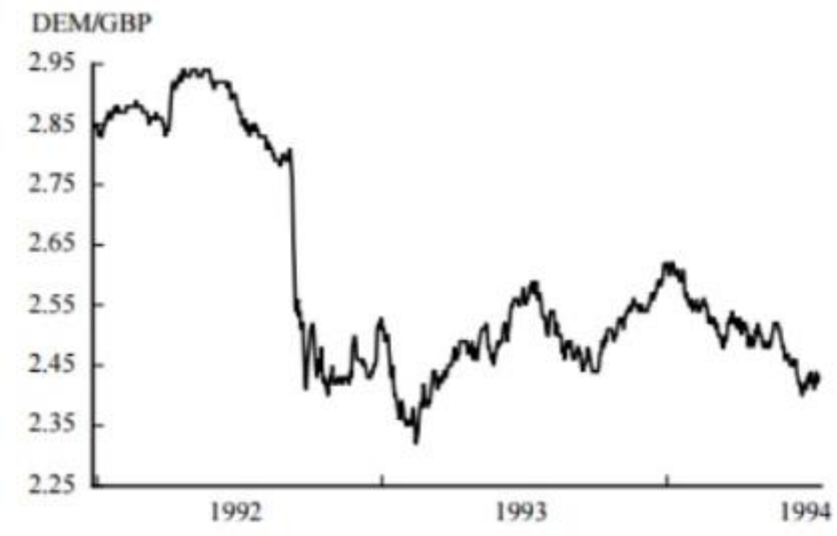


Figura 6 Log-retornos

Fonte: RiskMetrics

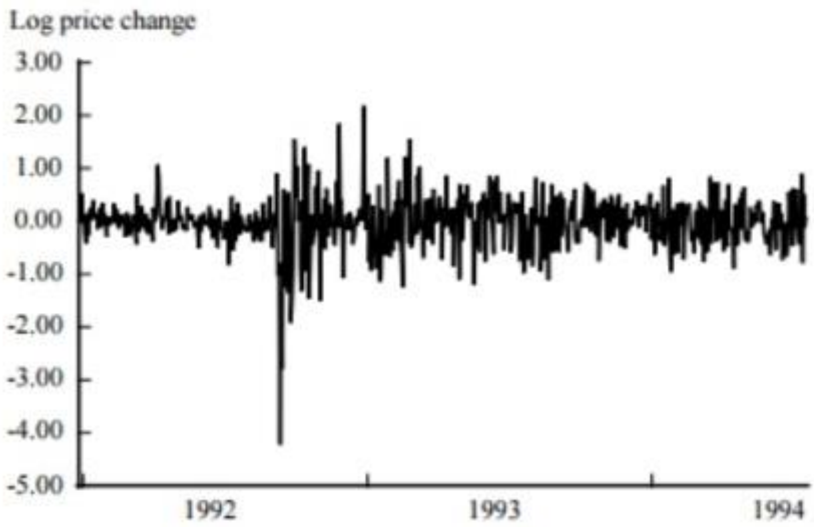
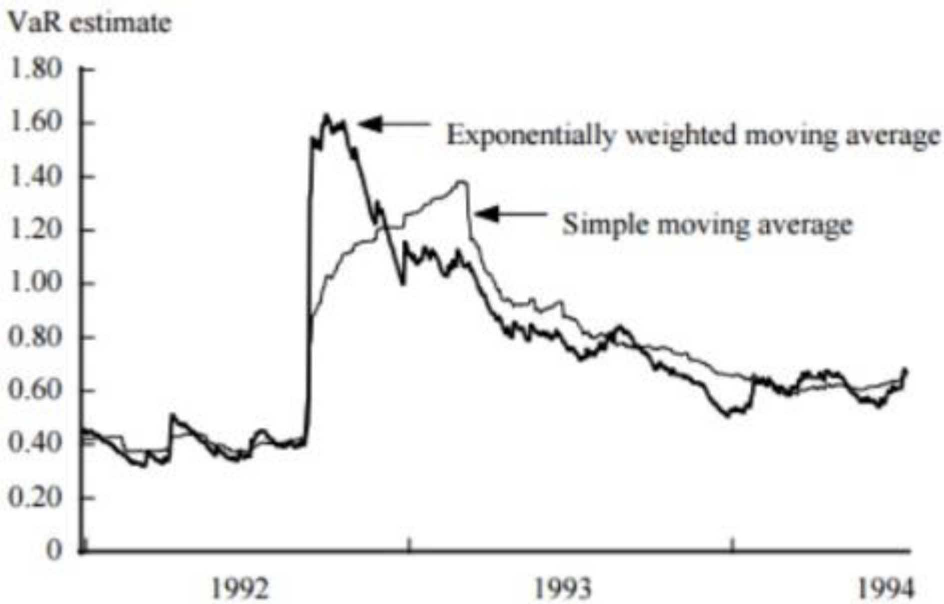


Figura 7 VaR Estimado

Fonte: RiskMetrics



Para realizar esse cálculo atribuímos pesos que declinam exponencialmente com o tempo e são dados por um fator de decaimento (λ). O valor sugerido pelo RiskMetrics para λ é de 0,94 para retornos diários e de 0,97 para retornos mensais. Abaixo seguem as fórmulas

$$\sigma_{Normal} = \sqrt{(1 - \lambda)\sum_{T=1}^{T}(r_t - \bar{r})^2}$$

$$\sigma_{EWMA} = \sqrt{(1 - \lambda)\sum_{T=1}^{T}\lambda^{T-1}(r_t - \bar{r})^2}$$

onde t é o numero de retornos da amostra, r é o retorno no tempo t, $\bar{r}$ é a média dos retornos e λ é o fator de decaimento.

4.3.3 MATRIZ DE CORRELAÇÃO

A matriz de correlação é uma das partes mais importantes desse método. Uma vez calculados os riscos individuais de cada fator de risco. É preciso analisar a correlação entre esses fatores.

Para montar a matriz, é necessário calcular a correlação entre todos os fatores de risco da carteira. Assim, como no cálculo da volatilidade, também é necessário levar em consideração se toda a amostra é igualmente ponderada ou não. Uma vez calculada as correlações de todos os fatores de risco, eles são inseridos na diagonal principal de uma matriz n x n, onde n é o número de fatores de risco na carteira.

$$\sigma_{12Normal}^2 = \frac{1}{T}\sum_{T=1}^{T}(r_{1t} - \bar{r}_1)(r_{1t} - \bar{r}_2)$$

$$\sigma_{12EWMA}^2 = (1 - \lambda)\sum_{T=1}^{T}\lambda^{T-1}(r_t - \bar{r}_1)\ (r_t - \bar{r}_2)$$

4.3.4 CALCULO DO RISCO DA CARTEIRA

Para calcular o risco da carteira é preciso calcular o risco individual de cada fator de risco e, depois, utilizando a matriz de correlação, obter o risco de toda a carteira.

O cálculo individual é feito da seguinte forma

$$VaR = \mathrm{MtM}_t . \sigma_t . \alpha . \sqrt{\Delta t} \ ,$$

onde MtM é o valor de mercado do ativo no instante t, σ_t é a volatilidade do ativo no instante t, α é o fator correspondente ao intervalo de confiança determinado e Δt é o horizonte de tempo determinado em dias.

Calculando o VaR para todos os n fatores de risco cria-se um vetor com esses valores. Depois calculamos as correlações entre os fatores de risco e montamos a matriz de correlações n x n. É importante que a ordem dos fatores de risco no vetor seja a mesma que na matriz de correlações. Definimos o vetor de riscos $\vec{\mathrm{V}}$ e a matriz de correlação R por

$$\vec{\mathrm{V}} = [Risco_1, Risco_2, Risco_3, \ldots, Risco_n]$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \rho_{24} & \cdots & \rho_{2n} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \rho_{34} & \cdots & \rho_{3n} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & 1 & \cdots & \rho_{4n} \\ \vdots & \rho_{52} & \rho_{53} & \rho_{54} & 1 & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \rho_{n4} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Por exemplo, ρ_{21}a correlação entre o fator de risco 2 e o fator de risco 1.

Se assumirmos que a distribuição para as séries de retornos de ativos é normal, o VaR da carteira será obtido através da fórmula

$$VaR = \sqrt{\vec{\mathrm{V}} R \vec{\mathrm{V}}^T}$$

4.3.5 VANTAGENS

Este método é de fácil implementação, devido a premissa de que todos os fatores de risco possuem distribuição normal.

4.3.6 DESVANTAGENS

A mesma premissa que o torna de fácil implementação também pode ser sua maior fraqueza. Ele pode falhar em capturar efeitos como assimetrias na distribuição do ativo ou efeito de caudas pesadas. Isso pode fazer com que o Método apresente perdas potenciais menores do que as reais.

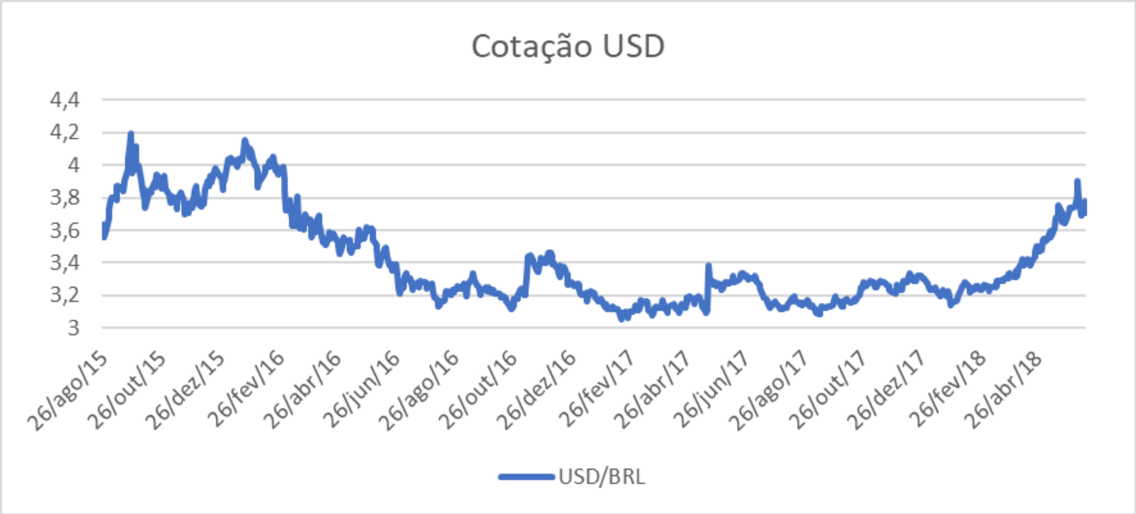
5 RESULTADOS OBTIDOS

Para realizar os cálculos foram utilizadas as seguintes premissas:

- Utilizamos 3 carteiras fictícias. Primeiro de 1 milhão de dólares, outra de 1 milhão de euros e uma conjunta com 1 milhão de dólares e 1 milhão de euros.
- Sera utilizado um histórico de preços entre 20 de junho de 2016 e 15 de junho de 2018, obtidos pelo histórico de preços disponibilizados no site do banco central
- Para o cálculo de volatilidade utilizaremos o retorno dos últimos 100 dias anteriores ao dia em análise
- Para o cálculo paramétrico com fator de decaimento utilizaremos $\lambda = 0{,}94$
- Para os cálculos da carteira foram utilizados índices de confiança com valores de 95%, 97% e 99%

Figura 8 Histórico de cotações

Fonte: Elaboração própria



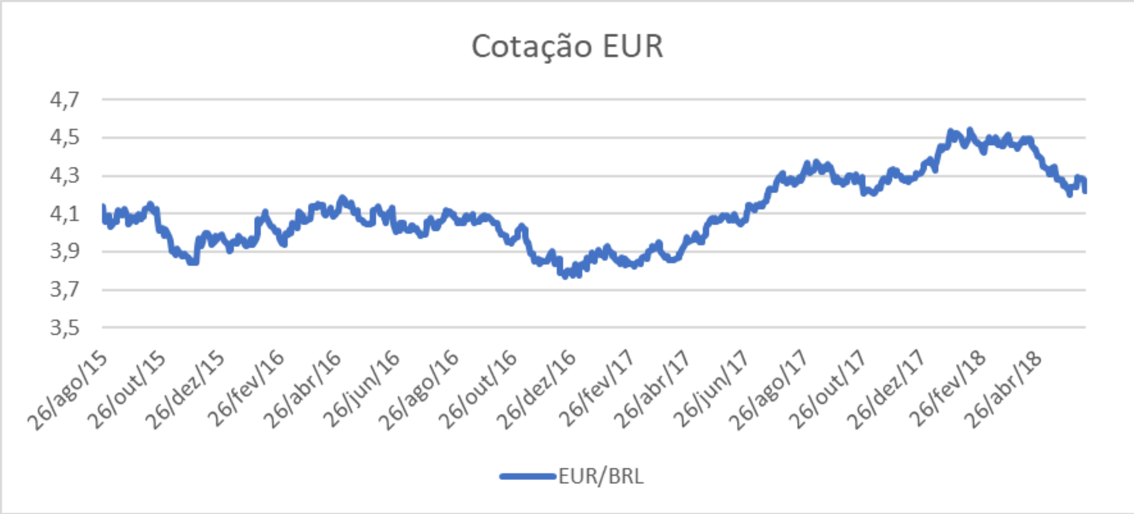
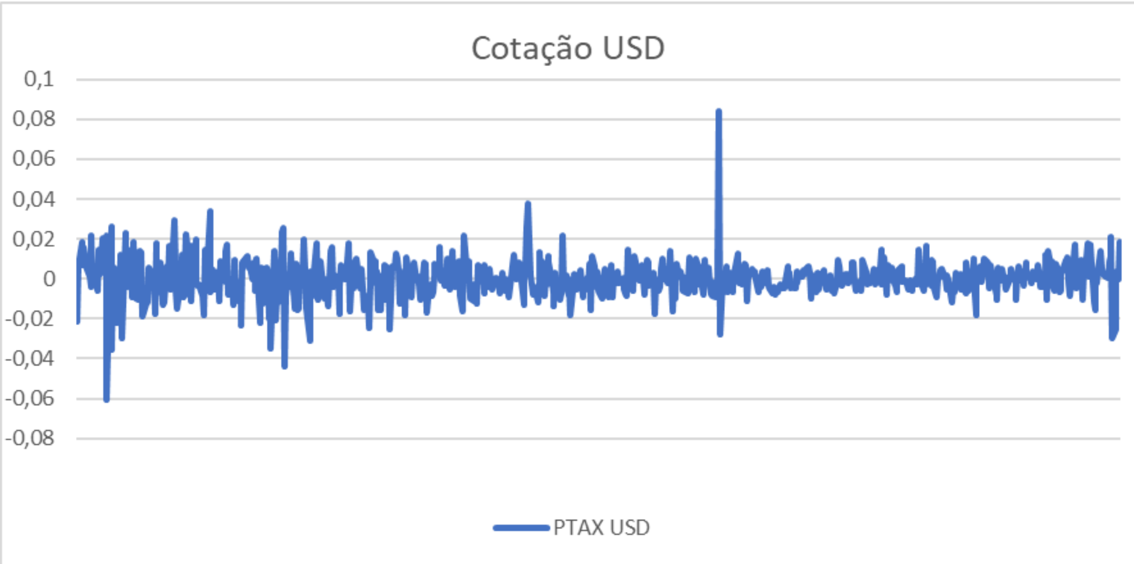
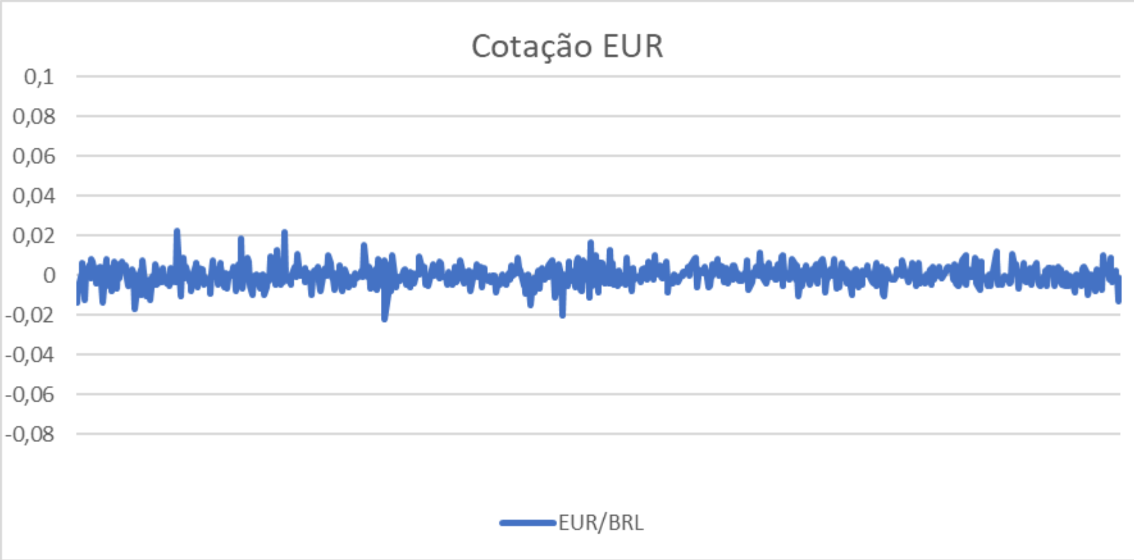


Figura 9 Histórico de log-retornos

Fonte: Elaboração própria

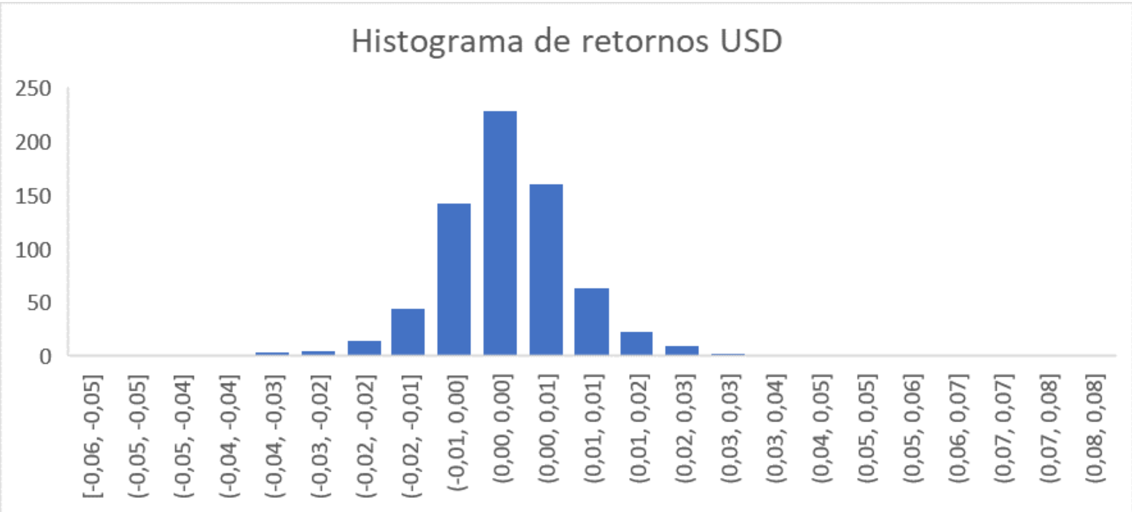


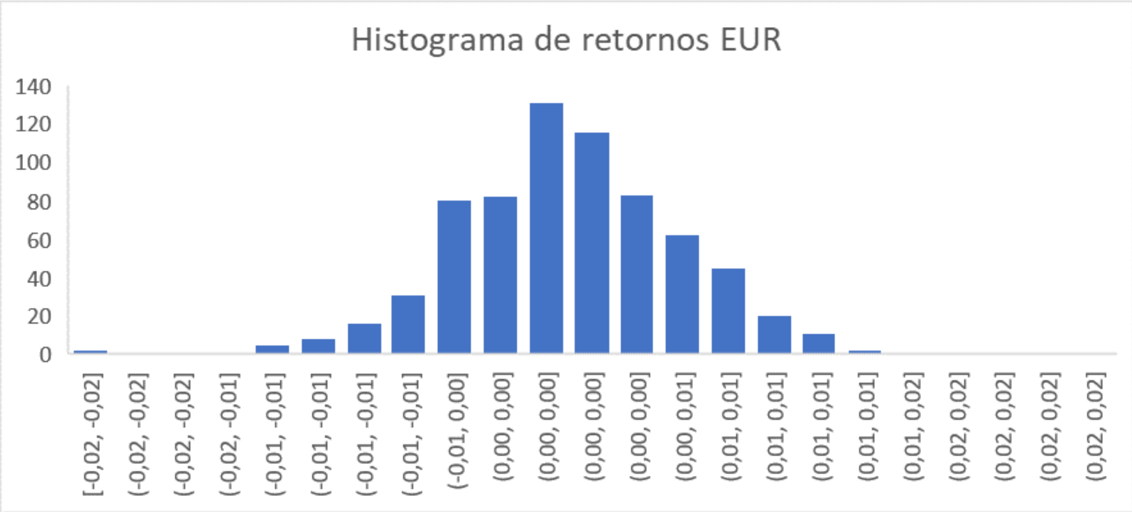


Nesse histórico de retorno é fácil ver que a cotação do euro é bem mais estável que a do dólar. Se observamos os retornos de outra forma podemos ver que eles se assemelham a distribuição normal.

Figura 10 Histograma dos retornos

Fonte: Elaboração própria





5.1 VAR DAS CARTEIRAS INDIVIDUAIS

Antes de fazer os cálculos para a carteira conjunta, com dólares e euros, foi realizado o cálculo das carteiras que possuem apenas um fator de risco. Para os fatores individuais usaremos apenas o índice de confiança de 99% e o VaR simples. Os gráficos abaixo são o backtest dos cálculos de VaR. O Backtest consiste em comparar o VaR calculado com o resultado real obtido dia a dia. A abreviação *PnL* utilizada nos gráficos é muito utilizada no mercado financeiro e vem do inglês *Profit and Loss* e nada mais é do que o resultado num determinado período de tempo. Os gráficos abaixo mostram um histórico de 602 dias com seu VaR previsto e o resultado que de fato ocorreu no dia para a carteira descrita.

Figura 11 VaR Paramétrico simples USD – IC 99%

Fonte: Elaboração própria

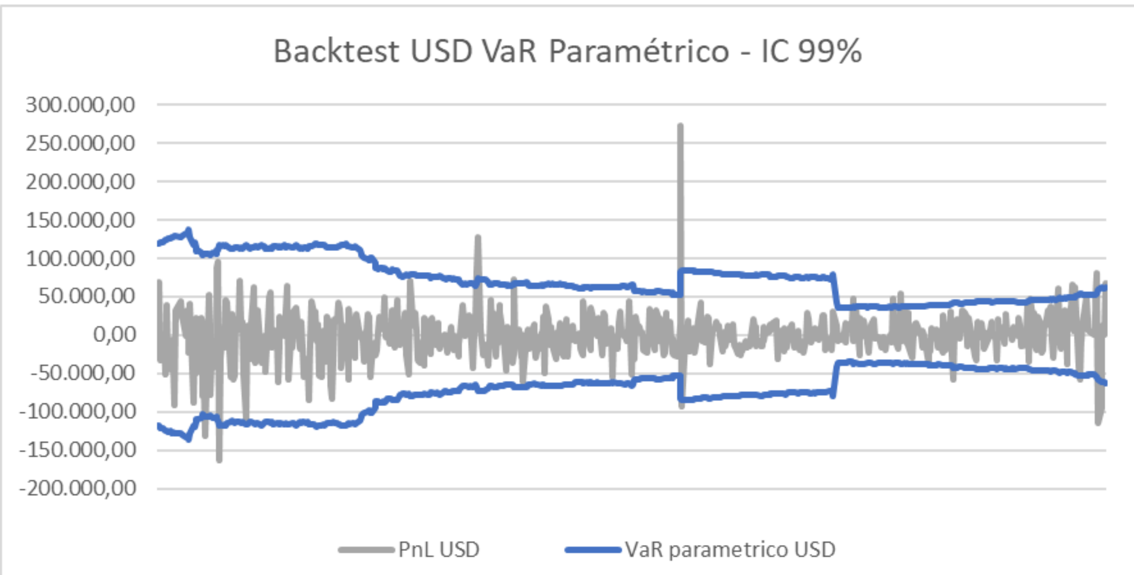


Figura 12 VaR Paramétrico simples EUR – IC 99%

Fonte: Elaboração própria

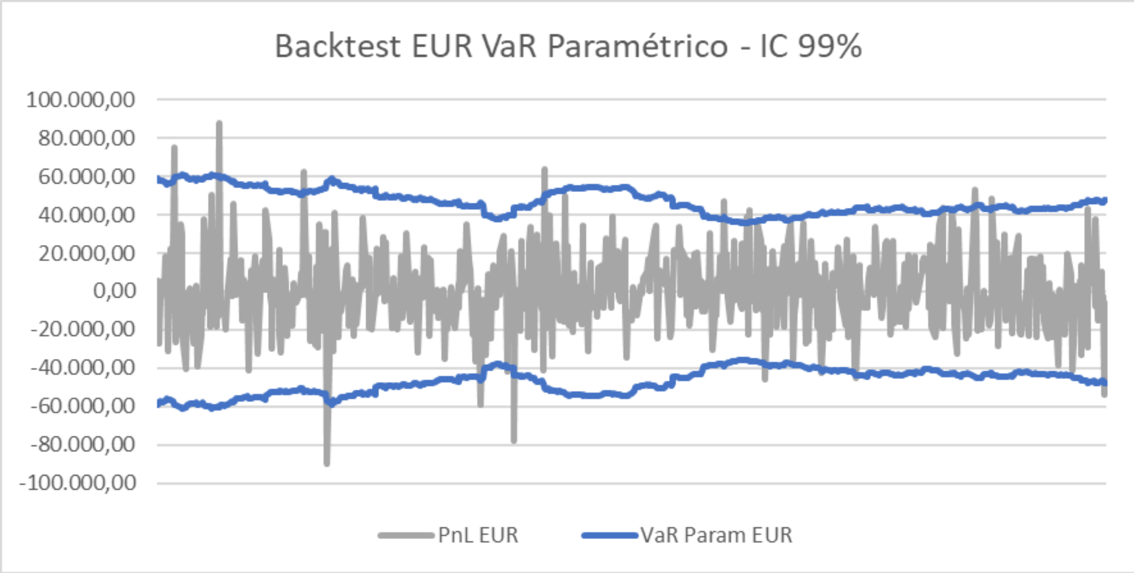


Figura 13 VaR Histórico USD – IC 99%

Fonte: Elaboração própria

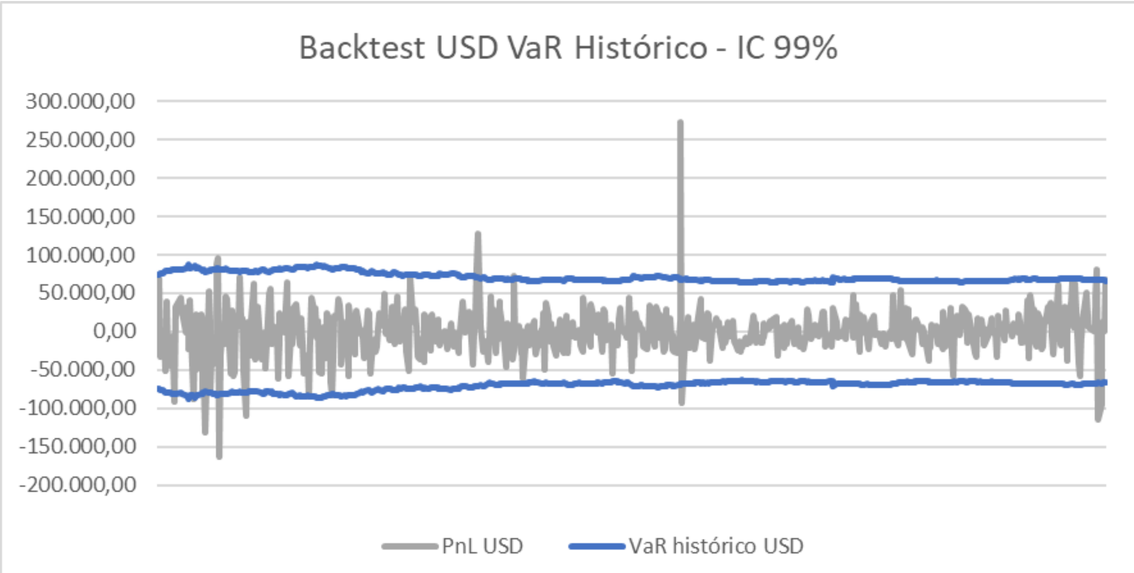
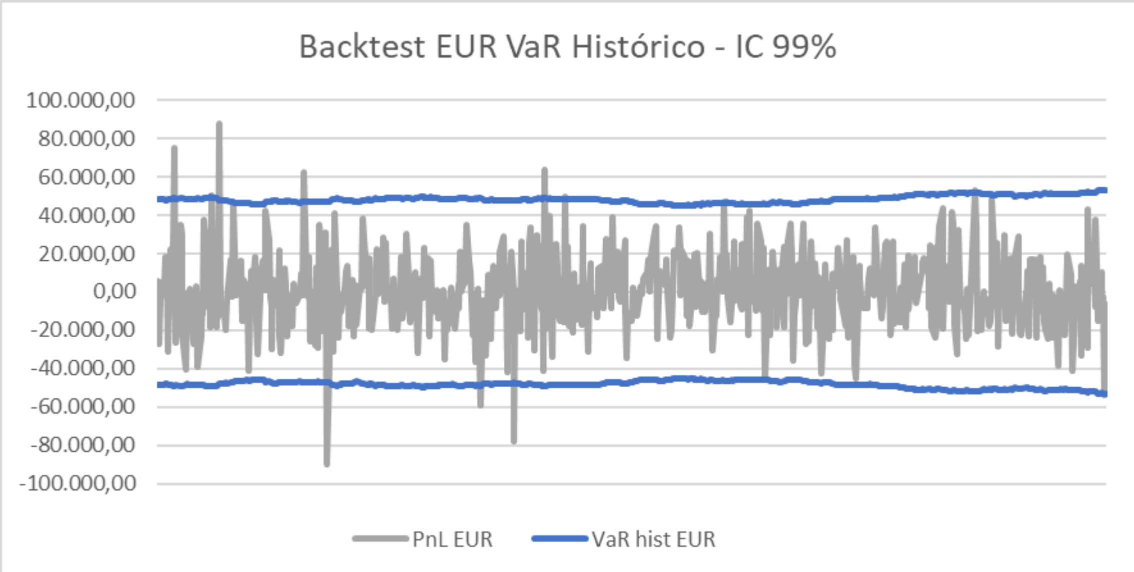


Figura 14 VaR Histórico EUR – IC 99%

Fonte: Elaboração própria



Os pontos onde resultado ultrapassa a linha do VaR são pontos de estouro, onde o resultado real ultrapassou a estimativa do VaR. A ideia é que isso não ocorra mais vezes do que o IC de confiança dado. Estouros da linha de cima são estouros em que o lucro foi superior ao VaR esperado. Embora isso possa ser considerado um motivo para celebração, isso ainda significa que o seu método falhou nesse dia.

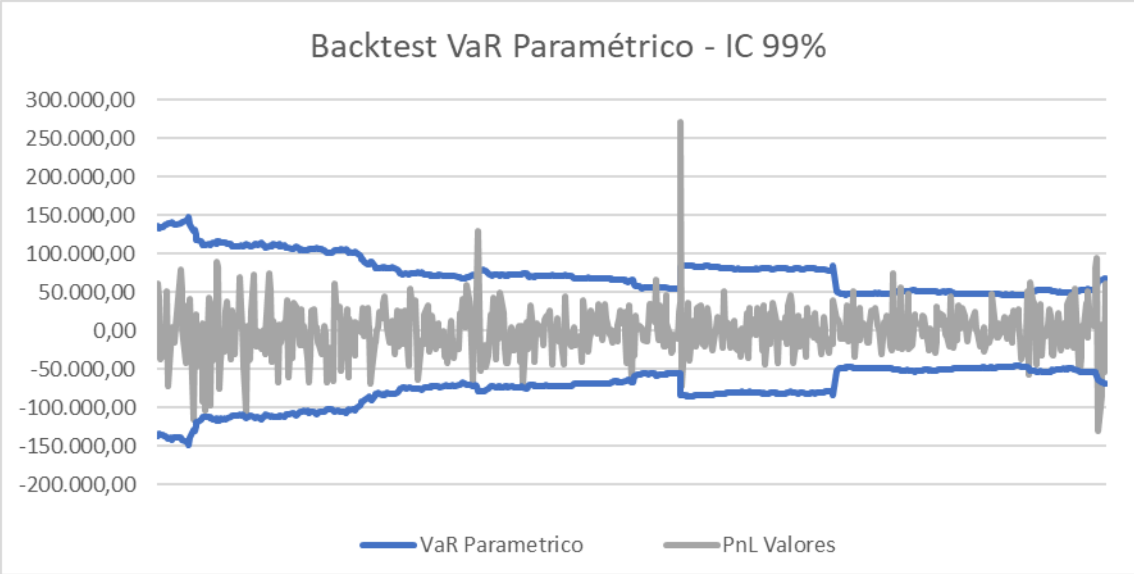
O cálculo do VaR de um único fator de risco é mais fácil de ser feito pois não é preciso se preocupar com a correlação. O VaR da sua carteira apenas será a soma dos individuais se eles forem independentes.

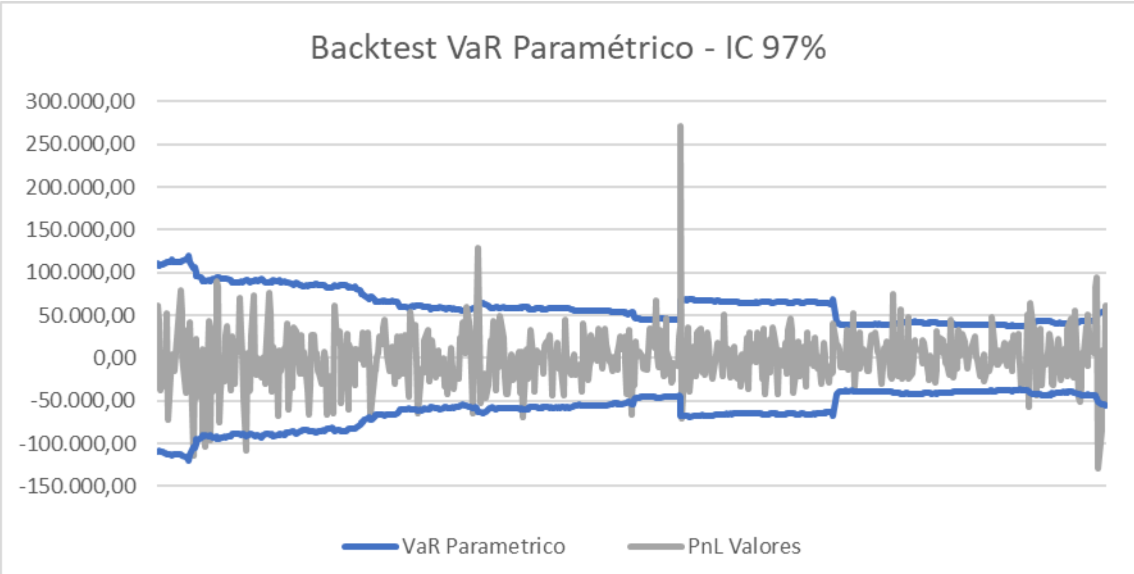
5.2 VAR DA CARTEIRA CONJUNTA

Os gráficos abaixo, assim como no caso anterior, são para um histórico de 602 dias. Porém dessa vez temos uma carteira com um milhão de dólares e um milhão de euros.

Figura 15 VaR Paramétrico simples da carteira – IC 99%, 97% e 95%

Fonte: Elaboração própria





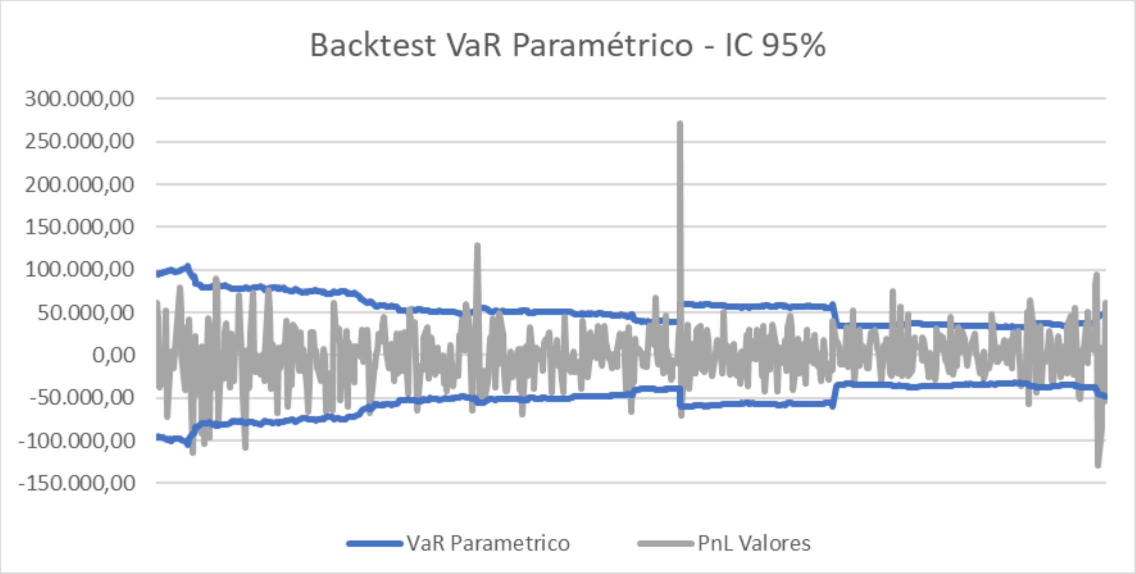
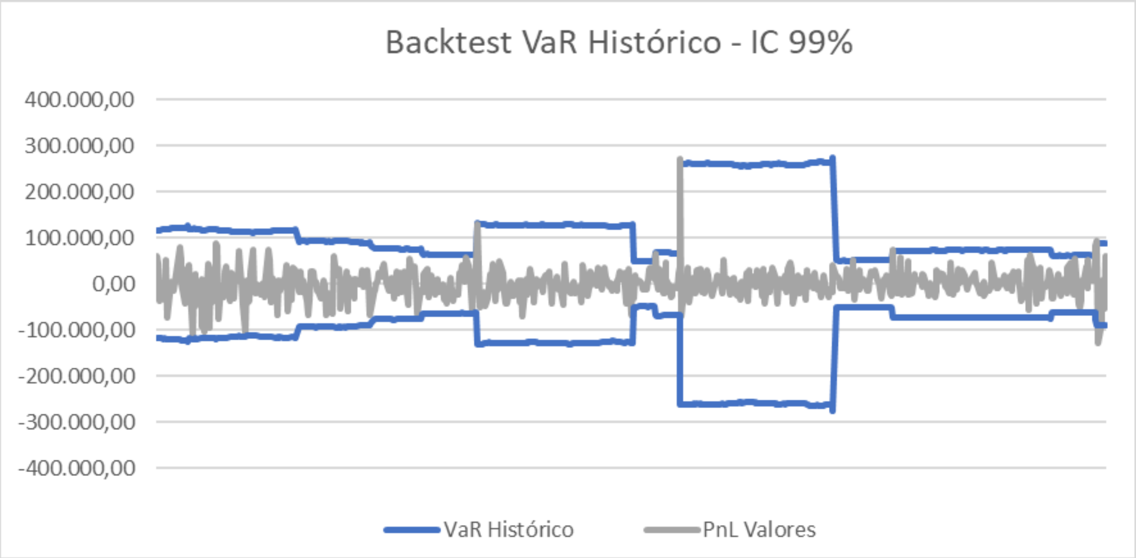
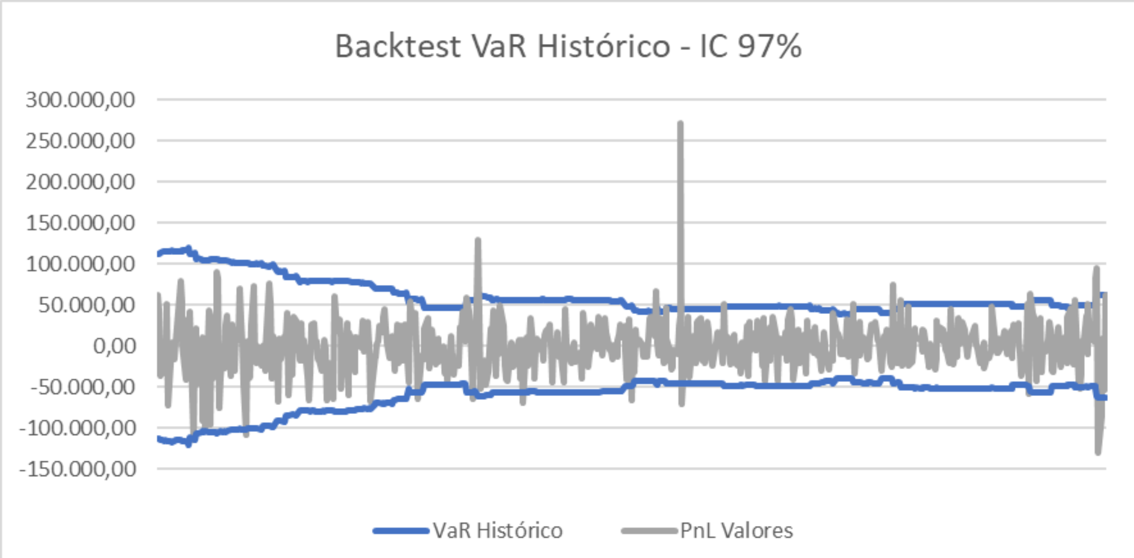


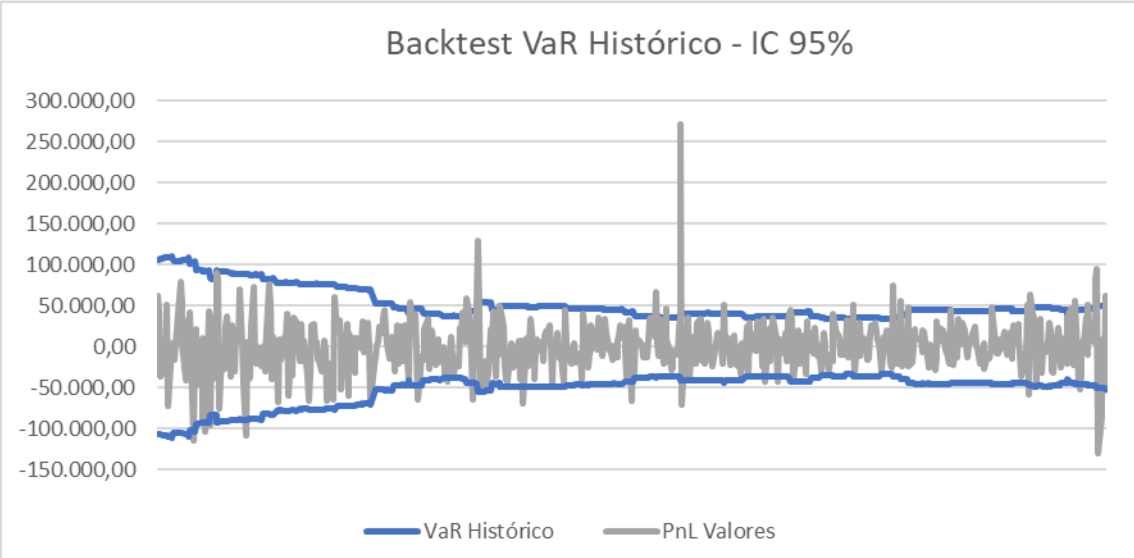
Figura 16 VaR Histórico da carteira – IC 99%, 97% e 95%

Fonte: Elaboração própria





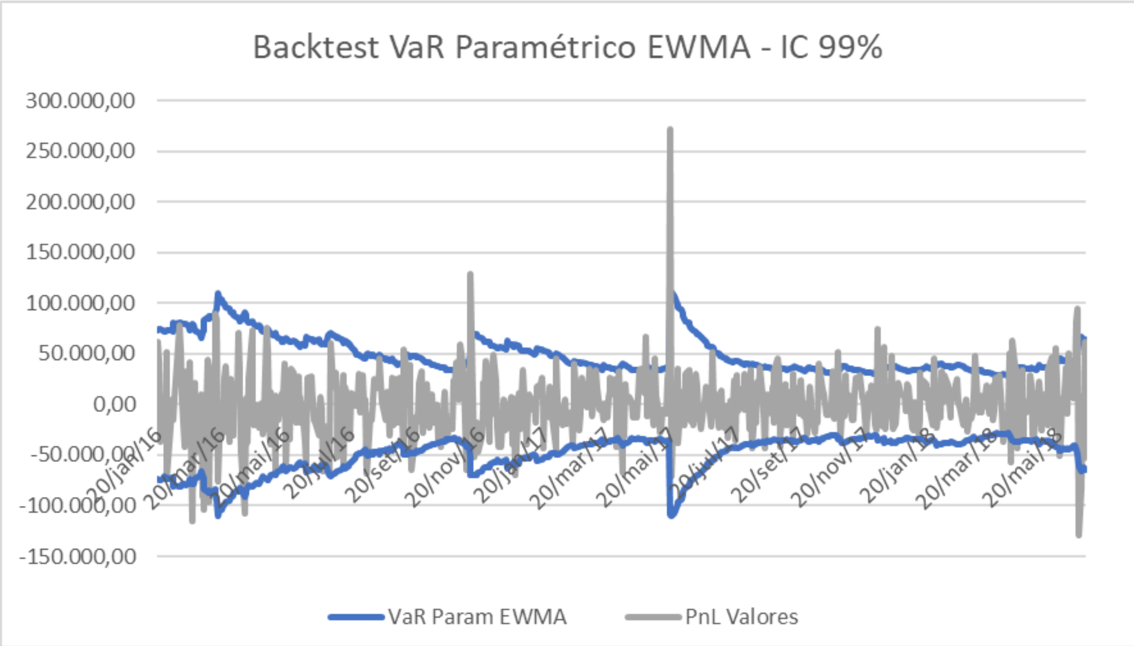
Backtest VaR Histórico - IC 97%
300.000,00
250.000,00
200.000,00
150.000,00
100.000,00
50.000,00
0,00
-50.000,00
-100.000,00
-150.000,00
VaR Histórico
PnL Valores

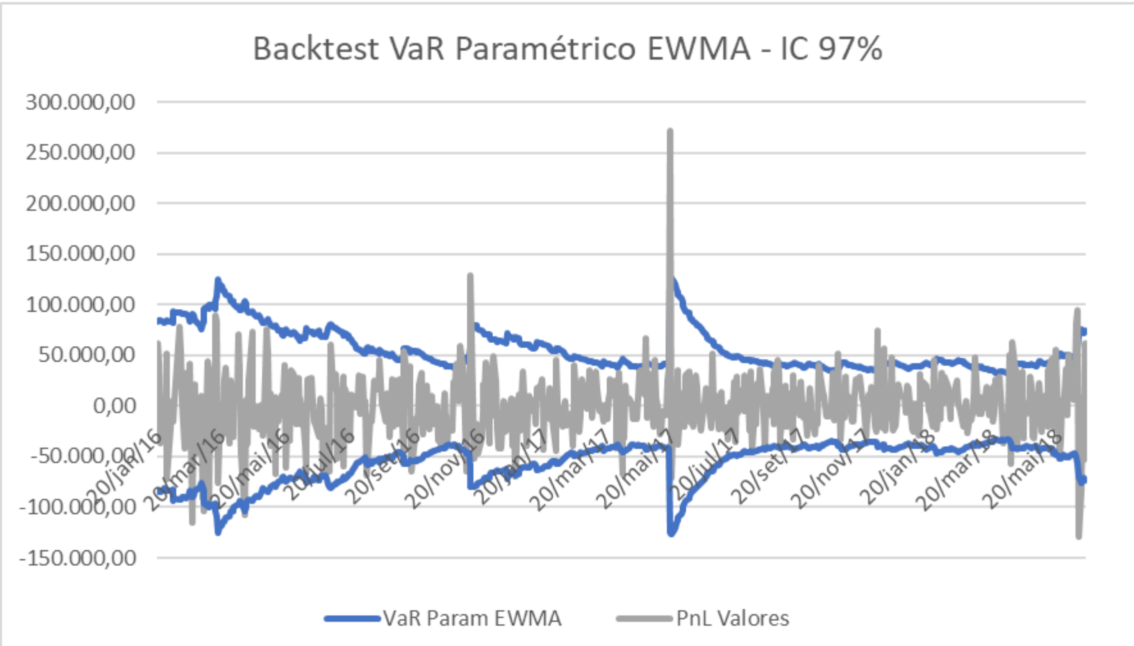


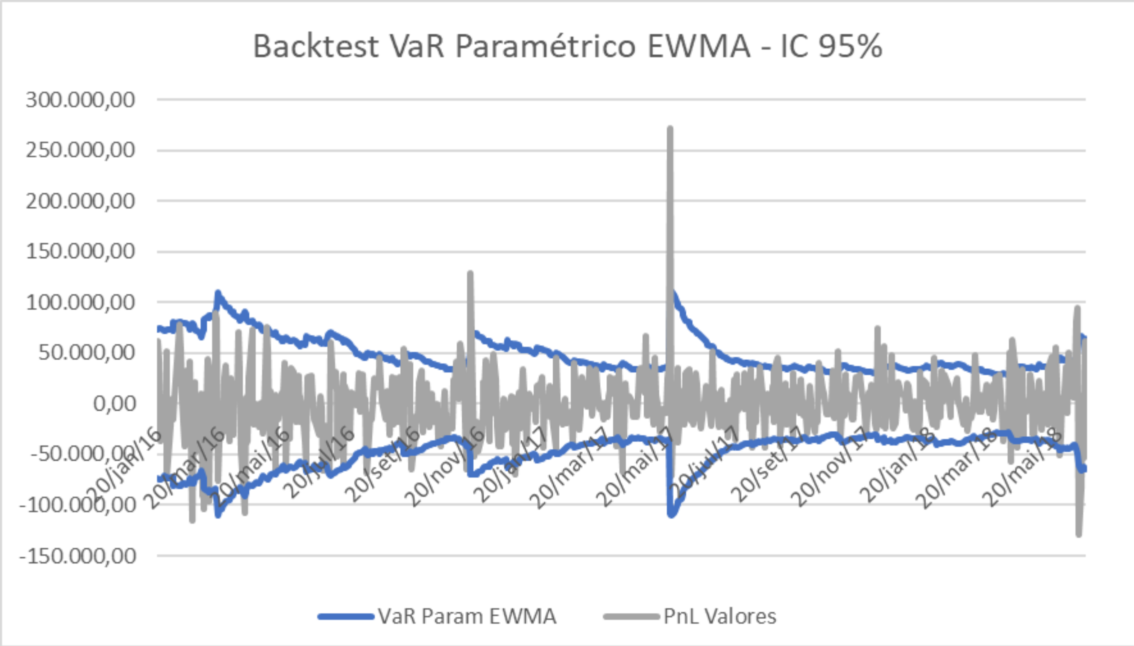
Backtest VaR Histórico - IC 95%
300.000,00
250.000,00
200.000,00
150.000,00
100.000,00
50.000,00
0,00
-50.000,00
-100.000,00
-150.000,00
VaR Histórico
PnL Valores

Figura 17 VaR paramétrico EWMA da carteira – IC 99%, 97% e 95%

Fonte: Elaboração própria







É possível observar o comportamento de cada metodologia através dos gráficos. O histórico aparenta ser mais constante uma vez que ele sempre observa um percentil dos retornos passados, alterando-se apenas quando entra um novo retorno que se enquadre no percentil ou quando a medida atualmente usada deixa o histórico. Já o paramétrico oscila mais, se adaptando ao comportamento do histórico utilizado. Mas é fácil observar que o EWMA responde mais a eventos recentes, isso fica nítido pelos saltos que gráfico possui após grandes retornos. Maiores índices de confiança nos proporcionam medidas mais conservadoras para o VaR. Isso fica evidente pelo estreitamento do gráfico de VaR com a diminuição do índice de confiança.

5.3 ANÁLISE DE ESTOUROS

Para analisar os estouros observamos todos os resultados, em módulo, que ultrapassam o VaR previsto para aquele dia. Também foi realizado a mesma analise considerando apenas os estouros em que houve prejuízo.

Tabela 1 Estouros totais em absolutos por IC

Fonte: Elaboração própria

	95%	97%	99%
Paramétrico Simples	44	35	14
Paramétrico EWMA	55	35	16
Histórico	46	25	7
Esperados	30	18	6

Tabela 2 Estouros negativos em absolutos por IC

Fonte: Elaboração própria

	95%	97%	99%
Paramétrico Simples	19	16	3
Paramétrico EWMA	26	15	5
Histórico	19	11	2
Esperados	30	18	6

Através dos resultados obtidos, é possível concluir que, para esse caso específico e modelos utilizados, o método histórico é o que obteve melhores resultados, seguido pelo paramétrico simples e, por último, EWMA. O VaR simples, por dar o mesmo peso para todos os retornos do histórico, apresentou valores mais conservadores que o EWMA, pois houve um momento de grande volatilidade no início da série, que se perdeu mais rapidamente no modelo EWMA. Mas se formos considerar todos os estouros, independente do fato deles terem sido positivos ou negativos, nenhum deles se enquadrou dentro dos índices de confiança, pois foram além dos valores esperados.

Tabela 3 Estouros totais em percentual por IC

Fonte: Elaboração própria

	95%	97%	99%
Paramétrico Simples	7,3%	5,8%	2,3%
Paramétrico EWMA	9,1%	5,8%	2,7%
Histórico	7,6%	4,2%	1,2%
Esperados	5,00%	3,00%	1,00%

Tabela 4 Estouros negativos em percentual por IC

Fonte: Elaboração própria

	95%	97%	99%
Paramétrico Simples	3,2%	2,7%	0,5%
Paramétrico EWMA	4,3%	2,5%	0,8%
Histórico	3,2%	1,8%	0,3%
Esperados	5,00%	3,00%	1,00%

Olhando a mesma tabela com valores percentuais, podemos ver por outra perspectiva os estouros de VaR. Se levarmos em consideração o período observado, é esperado que haja mais estouros que o normal.

O Brasil passa, desde 2015, por um momento de crise e instabilidade política e econômica. No gráfico, onde podemos ver os retornos de dólar, existem grandes picos. Os 2 maiores são foram no dia em que houve uma denuncia de caixa 2 na campanha de Dilma que poderia invalidar a chapa Dilma Temer. O maior pico observado foi o dia em que houve a delação premiada da JBS. O ano de 2016 foi um ano de bastante instabilidade devido ao processo de impeachment de Dilma Rousseff.

Todos esses eventos são cenários de stress econômico e fogem do escopo de atuação do VaR, que não foi feito para lidar com cenários de stress. Para isso existem outras formas de medição (Philippe Jorion, 2007).

No entanto, mesmo diante de um cenário de adversidade, os modelos conseguiram acompanhar bem as oscilações e se adaptar ao aumento da volatilidade em diversos momentos e estouros, ultrapassando o limite numa ordem inferior a 4%. Vale mencionar também que se observamos apenas estouros onde houve prejuízo, nenhum deles estourou o índice de confiança dado.

6 CONCLUSÃO

Esse trabalho tinha como objetivo abordar o VaR desde a sua origem e utilização, até um estudo de suas metodologias.

O VaR se mostrou uma ferramenta bastante eficaz para previsão de perdas e gerenciamento de risco. É uma ferramenta robusta e de fácil entendimento para quem lê suas medidas. No entanto, ela, por si só, não é o suficiente, uma vez que ela não pode prever cenários de stress. Outras ferramentas como o Stress Test e o Expected shortfall são ferramentas complementares que ajudam a administrar o risco que uma carteira de ativos corre.

Apesar de ser uma ferramenta suscetível a falhas, o VaR certamente é uma ferramenta respeitada, ainda utilizada pela maioria das instituições financeiras e, até hoje, recomendada por órgãos reguladores e pelo comitê de basiléia.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ainda existe muito conteúdo para ser abordado nessa área em futuros trabalhos. Infelizmente, não houve tempo para reproduzir a analisar o método de Monte Carlo. Isso seria uma boa opção para análise e comparação.

Outra opção seria estudar outras metodologias além do VaR para cenários de maior stress, como o Stress Test e o Expected Shortfall.

Nesse trabalho, também foi utilizada uma carteira bastante simples, composta por moedas a vista. Existe uma infinidade de produtos financeiros que podem compor uma carteira como, por exemplo, títulos de renda fixa, futuros, NDFs(Non Deliverable Fowards), Swaps, Opções, entre outros.

REFERÊNCIAS

JORION, *Phelippe. VALUE AT RISK A nova fonte de referencia para a gestão de risco financeiro. 2.ed ver e ampl. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.*

JP MORGAN*. Risk Metrics – Technical Document. 4. Ed New York: Morgan Guaranty Trust Company and Reuters Ltd, 1996.*

HULL, John C., Risk Management and Financial Institutions. 4. Ed John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2015

Morales, Alex. Utilização do Value ar Risk versus Expected Shortfall no Gerenciamento de Riscos no Mercado Brasileiro. Dissertação de MBA – Escola Politécnica da USP. São Paulo, 2016

Neto, Domingos T. A. Figueira. Cálculo de VaR para uma carteira de ações: Sistema informatizado para ações negociadas na Bovespa. Dissertação de MBA – UFRJ. Rio de Janeiro, 2013

https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/historicocotacoes