Modelo de sistema de controle de atitude para nanossatélites

Arthur Henrique Fernandes Campos

Monografia apresentada
ao
Instituto de Matemática e Estatística
da
Universidade de São Paulo
para
graduação no curso
de
Bacharelado em Matemática Aplicada

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Jane Cristina Gregorio-Hetem (IAG/USP)

São Paulo, novembro de 2018

Modelo de sistema de controle de atitude para nanossatélites

Esta é a versão original da monografia elaborada
pelo aluno Arthur Henrique Fernandes Campos,
tal como submetida à Banca.

Sumário

1 Introdução **1**

1.1 Programa CubeSat . . . 1

1.2 Definição do problema . . . 3

2 Conceitos **5**

2.1 Sistemas de controle . . . 5

2.2 Representação matemática de atitude . . . 8

2.3 Dinâmicas envolvidas . . . 10

3 Modelagem para um satélite genérico **13**

3.1 Princípio da superposição . . . 13

3.2 Tipo do sistema e erro estacionário . . . 14

3.3 Controlador PID . . . 15

3.4 Resposta transitória . . . 17

3.5 Critério de estabilidade de Routh . . . 20

3.6 Resposta em frequência . . . 21

3.6.1 Critério de estabilidade de Nyquist . . . 22

3.6.2 Margens de estabilidade . . . 22

4 *Design* do controlador **25**

4.1 Características particulares do sistema . . . 25

4.2 Controle com PD modificado . . . 28

4.3 Controle com PID modificado . . . 33

4.4 Ajustes finais . . . 35

5 Conclusões **37**

5.1 Considerações finais . . . 37

5.2 Limitações e sugestões para pesquisas futuras . . . 37

Referências **39**

Capítulo 1

Introdução

Em seu seminal livro *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, publicado originalmente em latim em 1687, Isaac Newton descreve várias de suas principais contribuições à Física. Em meio às formulações das Leis de Newton, da Lei da Gravitação Universal, e diversas outras, Newton apresenta um experimento mental conhecido como o Canhão de Newton. O experimento consistia em considerar a trajetória que uma bala de canhão percorreria se atirada de um canhão no topo de uma enorme montanha. Newton postula, então, que velocidades iniciais diferentes alterariam a trajetória final da bala de canhão, e que haveria alguma velocidade inicial para qual a bala circularia ao redor da Terra em uma órbita circular fixa, similar à Lua.

Essa foi a primeira descrição matemática da possibilidade do que viriam a ser chamados satélites artificiais. 270 anos depois, a União Soviética lançou ao espaço o *Sputnik 1*, o primeiro satélite artificial a orbitar a Terra, dando início à Era Espacial. Desde então, os satélites tomaram conta do imaginário popular e se tornaram peças importantes da sociedade contemporânea em diversas frontes, com aplicações militares, comerciais e científicas.

Dentre as aplicações científicas, os maiores expoentes no imaginário comum são resultado de missões de custo elevadíssimo, como o Telescópio Espacial Hubble (US$ 4,7 bilhões quando lançado), a sonda Cassini (US$ 3,26 bilhões), e a Estação Internacional Espacial (estimada em 100 bilhões de euros pela Agência Espacial Europeia). Enquanto todas essas missões são de inestimável valor científico, o elevado custo e as dificuldades tecnológicas de desenvolvimento e manutenção envolvidas limitam a quantidade de missões de grande porte sendo lançadas. Por outro lado, experimentos mais simples podem ser realizados em maior quantidade, a baixo custo e sem necessidade de manutenção. A solução que se tem adotado para esse tipo de problema consiste em lançar pequenas missões especializadas, com poucos experimentos cada, ao invés de um grande projeto capaz de executar vários testes científicos.

1.1 Programa CubeSat

Em 1999, Jordi Puig-Suari (*California Polytechnic State University*) e Bob Twiggs (*Stanford University*) propuseram o padrão CubeSat: uma especificação para pequenos satélites, baseada em uma unidade 1U, definida por um cubo de lado 10 cm com massa inferior a 1,33 kg, exemplificado na Figura 1.1. Desejavam que a padronização de um modelo viesse a reduzir custos e diminuir o tempo de desenvolvimento requerido para pequenos satélites, buscando tornar o espaço mais acessível para a comunidade científica universitária.

De fato, o Programa CubeSat, agora constituído por mais de 100 instituições educacionais, empresas privadas[1], e até mesmo indivíduos[2], mostrou-se um grande sucesso, impulsionando significativamente a quantidade de missões com satélites de carga útil entre 1 kg e 10 kg, na literatura

[1] *About – CubeSat*. Disponível em: <http://www.cubesat.org/about/>. Acesso em: 10 nov. 2018

[2] *OSSI-1 | AMSAT-UK*. Disponível em <https://amsat-uk.org/satellites/non-operational/ossi-1/>. Acesso em: 10 nov. 2018

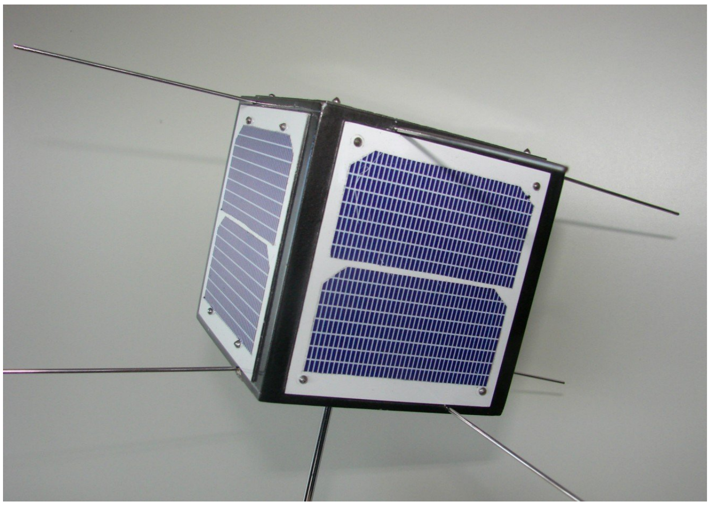

Figura 1.1: *NanosatC-Br1, primeiro CubeSat brasileiro. Fonte: Fundação de Ciência e Tecnologia - CIENTEC*

chamados de nanossatélites, e entre 0,1 kg e 1 kg, chamados picossatélites. Em comparação, o Satélite de Coleta de Dados 1, primeiro satélite artificial brasileiro, consiste em um prisma de base octagonal, com massa de 115 kg e dimensões de 1 m de diâmetro por 1,45 m de altura.

Devido aos rigorosos requerimentos estabelecidos pelo padrão CubeSat, esse tipo de satélite propõe um interessante problema de miniaturização tecnológica. Selva e Krejci (2012) discorrem sobre o tema, apresentando as limitações tecnológicas da época na categoria de nanossatélites, focando na possibilidade de empregar CubeSats para observação terrestre. Os autores apontam que os limites máximos de massa e dimensão implicam menor capacidade de geração e armazenamento de energia elétrica, insuficiente resolução espacial para instrumentos ópticos e baixas taxas de transferência de dados, tornando o padrão CubeSat incompatível com diversas tecnologias utilizadas em missões de maior escala, como radares de abertura sintética. Apesar disso, destacam que algumas tecnologias ainda não testadas em missões CubeSat apresentam potencial de compatibilidade com os estritos requisitos impostos, e que, se as expectativas se confirmarem, o uso desses nanossatélites seria de grande valor para a área de estudos, possibilitando que os grandes satélites sejam empregados em missões-chave que demandam alto desempenho, enquanto os CubeSats realizam as tarefas mais simples, e potencialmente preenchendo lacunas de dados experimentais em algumas medições importantes, como do campo gravitacional da Terra, por exemplo.

Por outro lado, Bouwmeester e Guo (2010) determinam em seu censo de pico- e nanossatélites o subsistema de controle de atitude, responsável por controlar a direção para onde o satélite deve apontar, como o principal gargalo em termos de desempenho, limitando indiretamente as taxas de transferência de dados. Eles sugerem que a miniaturização desse subsistema ainda se encontra em uma fase inicial de desenvolvimento, e não é por ora capaz de realizar sensoriamentos remotos de precisão ou mesmo rastrear estações terrestres. De fato, os autores encontraram que o principal objetivo para o subsistema é o chamado amortecimento rotacional (i.e. a redução da taxa de rotação do satélite), visando prover geração de energia e comunicação mais confiáveis, enquanto menos de 5% dos satélites estudados buscam apontar seus painéis solares, e mais de 20% não possuem qualquer forma de controle de atitude sequer.

Waydo, Henry, e Campbell (2002) descrevem a arquitetura de duas missões realizadas pela Universidade de Washington para modelagem da ionosfera através de CubeSats. Descrevendo desde um orçamento de massa e energia para diferentes subsistemas até a prototipagem dos satélites, destacam-se no artigo as duas implementações diferentes da mesma técnica de estabilização de atitude de forma a alcançar objetivos distintos; em especial, vale apreciar a relativa simplicidade do problema abordado na época, sobretudo comparado com a crescente necessidade de instrumentos mais precisos para realizar adequadamente as missões contemporâneas.

Figura 1.2: *SERPENS 1, primeiro CubeSat 3U brasileiro, sendo testado. Fonte: Agência Espacial Brasileira*

1.2 Definição do problema

Nesse contexto de CubeSats acadêmicos insere-se um projeto em colaboração entre docentes do curso de engenharia aeroespacial da UFABC, do IEE/USP e do IAG/USP visando realizar o planejamento, a construção e o lançamento de um CubeSat 3U, como o mostrado na Figura 1.2, capaz de realizar missões de coleta de dados para pesquisa relacionada com as áreas dos cursos de Astronomia, Geofísica e Metereologia.

Para a área de Geofísica, há uma proposta de se obter medidas do relevo da Terra, que podem ser realizadas com detectores simples, tais como os de sensoriamento remoto óptico. Na Metereologia, além dos sensores de parâmetros físicos, como os exemplos de estações meteorológicas, propõe-se a inclusão de uma antena de VHF para medir as emissões de RF associadas às descargas atmosféricas intra-nuvem ou nuvem terra, bem como os eventos transientes luminosos e raios gamas terrestres. Para a área de Astronomia, é possível usufruir dos mesmos detectores de interesse para as outras áreas (magnetômetro, por exemplo) que possam estar relacionados com coleta de dados astrofísicos, como atividade solar e clima espacial. Além disso, pretende-se realizar subprojetos focados em objetivos tecnológicos e científicos. Na parte do projeto voltada para o controle da missão, os conhecimentos de astronomia de posição, em conjunto com as especialidades da engenharia espacial, podem ser aplicados para os cálculos que envolvem os dados dos sensores para controle de atitude e para transmissão de dados.

Por se tratar de um projeto didático, os experimentos científicos e a tecnologia adotada devem ser simples o suficiente para que possam ser realizados pelos estudantes dos cursos de graduação. Da mesma forma, as etapas do desenvolvimento do projeto devem ser executáveis em curtos períodos, para que os alunos envolvidos participem efetivamente de todo um ciclo de obtenção de resultados, mesmo que parciais, desde o planejamento até à aquisição e à análise de dados.

Este trabalho faz parte das etapas iniciais desse projeto, e tem como objetivo desenvolver um modelo de controle de atitude para nanossatélites, utilizando o projeto do IAG/USP como referência. Para isso, pretende-se projetar controladores que atinjam diversas especificações de resposta e robustez seguindo as modelagens desenvolvidas no texto para a dinâmica do problema.

O trabalho seguirá esta estrutura: no Capítulo 2, são apresentados os conceitos básicos requeridos para abordar o problema; no Capítulo 3, busca-se modelar um sistema genérico de controle de atitude, de modo a contextualizar as decisões a serem tomadas no Capítulo 4, no qual serão enfim projetados dois controladores específicos, tomando como base um CubeSat 3U como o nanossatélite de interesse. Por fim, discutem-se no Capítulo 5 as conclusões obtidas neste trabalho, e sugerem-se novas técnicas e análises que possam ser utilizadas visando aperfeiçoar o modelo proposto e auxiliar a arquitetura de uma eventual missão de CubeSats.

Capítulo 2

Conceitos

Neste capítulo, será apresentada uma breve introdução aos sistemas de controle, seguida pela definição de atitude, assim como a notação matemática a ser adotada no restante do trabalho. Por fim, serão estudadas as dinâmicas que regem a atitude de um satélite, e suas bastante oportunas linearizações. Foram adotados como referência os textos de Ogata (2010) e De Ruiter, Damaren e Forbes (2013).

2.1 Sistemas de controle

Um sistema de controle é responsável por regular o comportamento de um sistema dinâmico de maneira a garantir que ele alcance algum estado desejado. Um exemplo cotidiano é o de um aparelho de ar-condicionado: estipulada uma temperatura esperada no termostato, um dispositivo interno controla o fluxo de ar-condicionado de modo a refrigerar o ambiente até que essa temperatura seja atingida. Um sistema de controle típico pode ser dividido em diversas partes:

- planta: trata-se do sistema (ou a dinâmica do sistema) em questão a ser controlado. No exemplo do aparelho de ar-condicionado, a planta refere-se ao aparelho em si, ou à descrição física de como o ar é resfriado;

- saída da planta (ou somente saída): as relevantes variáveis de estado da planta, ou alguma combinação dessas, que devem ser manipuladas até alcançarem o resultado desejado. Em um portão eletrônico, trata-se da abertura do portão, pois espera-se que ele feche e abra conforme requerido;

- referência (ou estado desejado, entrada da planta): o resultado que se deseja que o sistema alcance. Considerando o movimento de um automóvel, a referência é dada pela posição do volante;

- sensor: muitas vezes agrupado à própria planta, é responsável por quantificar a saída da planta. Um velocímetro é um sensor para controle de velocidade de um veículo;

- controlador: subsistema a ser projetado cuja tarefa é determinar matematicamente através de uma lei de controle como as variáveis de estado da planta devem ser manipuladas de maneira a atingir a referência. Pensando em termos dos movimentos mecânicos necessários para agarrar um objeto arremessado, o cérebro funciona como um controlador, ditando precisamente aos músculos como posicionar a mão; e

- atuador: também muitas vezes considerado parte da planta, trata-se do instrumento utilizado para atuar sobre a planta da maneira especificada pelo controlador. No controle de altitude de um avião, os diversos atuadores são as chamadas superfícies de controle de voo, como o *aileron* e o profundor.

Define-se como sistema linear aquele que é descrito por relações matemáticas lineares. Para esses sistemas, vale o "princípio da superposição": se entradas X_k levam a saídas Y_k, então, para uma entrada $aX_i + bX_j$, a saída do sistema será $aY_i + bY_j$, para quaisquer a, b, i, j e k. Um sistema é dito "invariante no tempo" se sua resposta a uma entrada não é diretamente dependente do tempo; ou seja, a entrada X resulta na saída Y independente do instante de tempo em que a entrada é aplicada. Automóveis são exemplos de sistemas invariantes, pois funcionam da mesma maneira, seja dia ou noite. Por outro lado, um exemplo comum no dia a dia de sistema variante é o som de uma sirene em movimento relativo ao observador: por conta do efeito Doppler, o barulho da sirene conforme escutado pelo observador varia no tempo, apesar do processo de geração do som manter-se o mesmo.

Ferramenta muito útil para estudar sistemas de controle, a representação por diagrama de blocos é capaz de resumir sistemas extremamente complexos e ilustrar o funcionamento geral sem preocupar-se com detalhes de implementação.

Figura 2.1: *Diagrama de blocos contendo somente um bloco.*

Pelo diagrama de blocos com um só bloco da Figura 2.1, tem-se que o sistema faz uma entrada $u(t)$ produzir uma saída $y(t)$. Por muitas vezes, é possível encontrar uma relação entre entrada e saída, chamada "função de transferência". A função de transferência é responsável por determinar como o sistema se comporta em resposta a uma entrada específica, supondo condições iniciais do sistema nulas (c.i.n.). Seguindo o diagrama exemplo apresentado, sejam $\mathcal{L}[\cdot]$ o operador de transformada de Laplace, $\mathcal{L}[u(t)] = U(s)$ e $\mathcal{L}[y(t)] = Y(s)$ então tem-se que

$$G(s) = \left.\frac{Y(s)}{U(s)}\right|_{c.i.n.}$$

é a função de transferência associada ao bloco. Destacam-se três usuais formas de descrição das funções de transferência:

- forma polinomial, obtida a partir das transformadas de Laplace de entrada e saída, onde os índices n e m não são necessariamente iguais,

$$G(s) = \frac{a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \cdots + a_m}{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_n}; \tag{2.1}$$

- forma de polos e zeros, dando enfoque respectivamente às raízes p_i do denominador e z_i do numerador da forma polinomial, com p_i e z_i não necessariamente diferentes de p_j e z_j se $i \neq j$,

$$G(s) = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)};\ \text{e} \tag{2.2}$$

- forma por constantes de tempo, uma normalização da representação de polos e zeros

$$G(s) = K\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)\cdots(\tau_m s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\cdots(T_n s + 1)}. \tag{2.3}$$

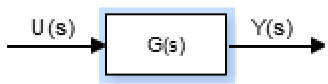

Figura 2.2: *Diagrama de blocos contendo somente um bloco, com função de transferência.*

Para melhor visualização, basta refazer o diagrama como na Figura 2.2, utilizando as transformadas de Laplace das funções originais e completando o bloco com sua função de transferência.

Note que discorre da definição que $U(s)G(s) = Y(s)$, demonstrando a simplicidade de leitura dos diagramas de bloco para sintetizar uma equação diferencial ordinária (EDO).

O diagrama referente ao sistema de controle de atitude que será desenvolvido ao longo do trabalho terá um aspecto semelhante ao esquema dado pela Figura 2.3.

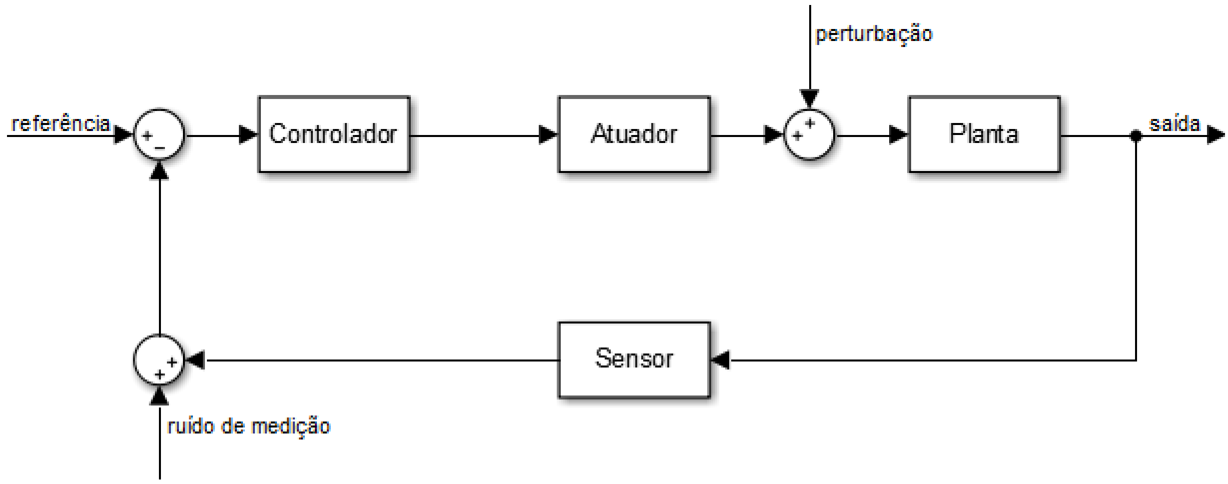

Figura 2.3: *Diagrama de blocos genérico para um sistema de controle de atitude.*

Uma notável característica do sistema a partir de seu diagrama é a chamada "retroalimentação"(ou "realimentação"); nesse caso, consiste no uso da saída da planta para determinar o controle a ser aplicado. Em outras palavras, o controlador leva em consideração o valor da saída atual para determinar como continuar alterando as variáveis de estado. Sistemas que possuem retroalimentação são chamados de "sistemas em malha fechada". Algumas vantagens desse tipo de sistema são a capacidade de lidar com perturbações externas e variações de parâmetros internos, e a perspectiva de modelar meras aproximações das dinâmicas envolvidas.

A principal utilidade da retroalimentação, ainda assim, é a possibilidade de ajustar as características de desempenho do sistema de controle. Para isso, é preciso definir e medir o desempenho dos sistemas, e então calibrar os parâmetros do controlador adequadamente.

Como a função de transferência é particular ao bloco, é possível avaliar os sistemas a partir da escolha de algumas entradas-padrão. Alguns dos principais testes de desempenho são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[u(t) = \delta(t)] = 1 \quad &\Rightarrow \quad Y(s) = G(s); \\ \mathcal{L}[u(t) = 1(t)] = \frac{1}{s} \quad &\Rightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s}G(s); \text{ e} \\ \mathcal{L}[u(t) = x1(t)] = \frac{1}{s^2} \quad &\Rightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{s^2}G(s), \end{aligned} \tag{2.4}$$

chamados respectivamente de resposta ao impulso, ao degrau e à rampa.

Entretanto, os sistemas em malha fechada também possuem seus reveses. Uma séria desvantagem desses sistemas é a possível perda de estabilidade BIBO (*bounded-input bounded-output*), isto é, a garantia de entradas limitadas acarretarem saídas limitadas.

É condição necessária e suficiente para estabilidade BIBO em sistemas lineares em malha fechada que os polos p_i da função de transferência sejam tais que $\Re(p_i) < 0$. Mapeando graficamente os polos no plano complexo, requer-se então que todos p_i estejam restritos ao semi-plano esquerdo aberto (sem o eixo imaginário).

Outras considerações acerca de sistemas de controle serão introduzidas e explicadas no decorrer do corpo do texto, conforme requerido. Contudo, como se deseja controlar a atitude de um nanossatélite, antes de qualquer preocupação quanto ao projeto do controlador, é necessário primeiramente encontrar uma descrição matemática para a atitude.

2.2 Representação matemática de atitude

Define-se a atitude de um corpo como a rotação necessária para atingir a orientação atual do objeto a partir de um referencial preestabelecido. Para estudar a atitude de um satélite, então, é necessário considerar a descrição matemática das rotações em três dimensões espaciais.

Na área de teoria de grupos, define-se, sob a operação de multiplicação matricial, os grupos de matrizes ortogonais quadradas de ordem n com determinante 1, chamados de "grupos especiais ortogonais", ou somente SO(n). Uma característica destes grupos, de grande interesse para a engenharia e ciências afins é que, quando estipulado $n = 2$, seus elementos descrevem rotações bidimensionais, e, quando $n = 3$, rotações tridimensionais. Por consequência, eles também são conhecidos como "grupos de rotação".

Sejam um vetor $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ e os vetores $\vec{r}_1, \vec{r}_2 \in \mathbb{R}^3$ das diferentes representações do vetor original $\vec{r}$ nos sistemas referenciais $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$, respectivamente. Define-se, então, uma matriz $\mathbf{C}_{21} \in \mathrm{SO}(3)$ como uma "matriz de rotação", e tem-se que $\vec{r}_2 = \mathbf{C}_{21}\vec{r}_1$.

Dentre as diversas notações existentes, será adotada no trabalho a notação de rotações tridimensionais via ângulos de Euler, amplamente utilizada em aplicações aeronáuticas e aeroespaciais.[1]

A rotação por ângulos de Euler funciona a partir da decomposição da rotação desejada em três rotações em torno de eixos específicos. Como exemplificado na Figura 2.4, as rotações não são comutativas (o que é esperado, pois afinal matrizes também não são); por isso, é imprescindível estabelecer de antemão uma sequência específica de rotações a serem aplicadas.

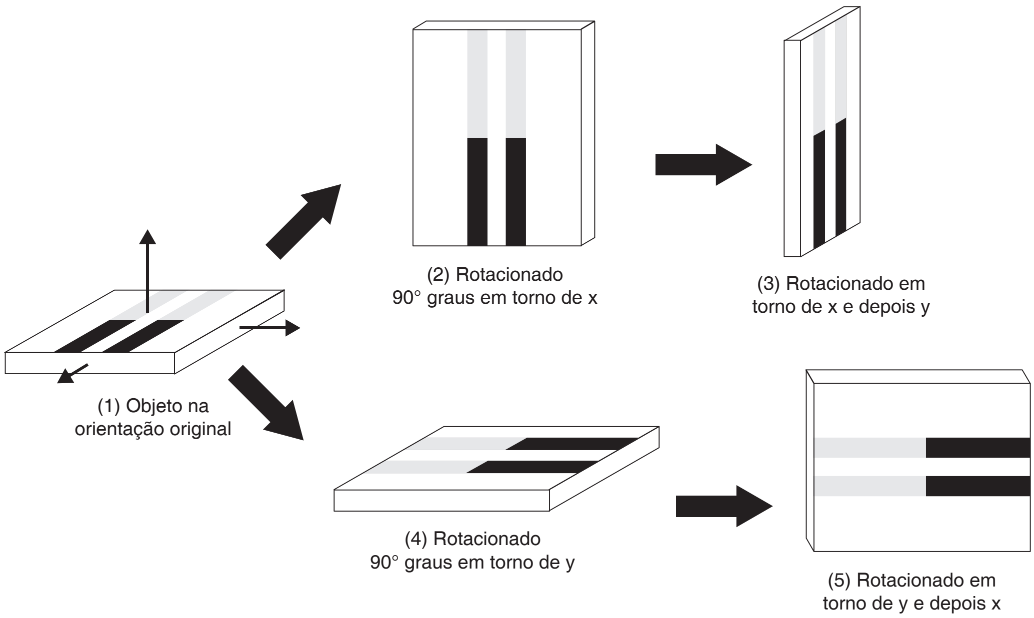

Figura 2.4: *Não-comutatividade de rotações: rotações consecutivas permutadas não possuem mesma rotação resultante. Ilustração por Matheus Leiras Xavier.*

Seguindo as convenções aeronáuticas usuais, e adaptando-as às convenções estipuladas pelo padrão CubeSat, define-se a sequência

1. rotação ψ em torno do eixo z, chamada de guinada, ou *yaw*;
2. rotação θ em torno do eixo y intermediário, chamada de arfagem, ou *pitch*; e
3. rotação ϕ em torno do eixo x transformado, chamada de rolamento, ou *roll*,

apresentada graficamente na Figura 2.5, sendo os eixos de acordo com a esquemática apresentada na Figura 2.6.

[1]DIEBEL, J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, v.58, n.15-16, p.1-35, 2006.

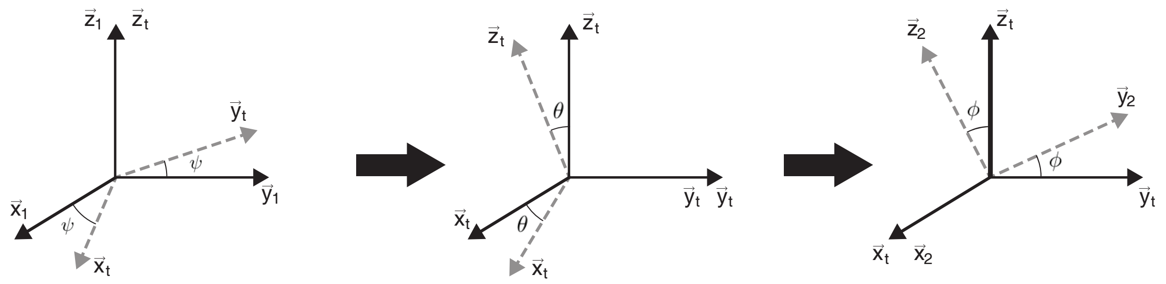

Figura 2.5: *Sequência de rotações para ângulos de Euler. Ilustração por Matheus Leiras Xavier.*

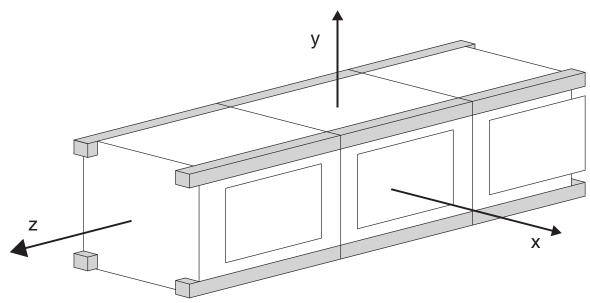

Figura 2.6: *Esquemática para CubeSat 3U. Ilustração por Matheus Leiras Xavier, adaptado de cubesat.org*

A partir dessa sequência, as matrizes de rotação referentes a cada uma das rotações da sequência são

$$\mathbf{C}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e então a rotação completa $\mathbf{C}(\phi, \theta, \psi)$ é o produto dessas rotações, resultando em

$$\mathbf{C}(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{C}_x(\phi)\mathbf{C}_y(\theta)\mathbf{C}_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

com $s_\alpha = \sin(\alpha), c_\alpha = \cos(\alpha)$.

Essa notação é vantajosa pois, além de intuitiva, propiciará um sistema linearizado bem simples, como será mostrado ao final da Seção 2.3.

Por outro lado, não é possível descrever todas as rotações tridimensionais viáveis através de ângulos de Euler, devido a certas singularidades que ocorrem nessa notação. Suponha, por exemplo, $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$. A matriz de rotação associada, segundo a sequência de rotações definidas anteriormente, é dada por

$$\mathbf{C}\left(\phi, \pm\frac{\pi}{2}, \psi\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \sin(\phi-\psi) & \cos(\phi-\psi) & 0 \\ \cos(\phi-\psi) & -\sin(\phi-\psi) & 0 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Como a matriz de rotação depende somente de $\phi - \psi$, a matriz não descreve somente uma única rotação. Ou seja, se $\phi - \psi = \Delta$, então todas as rotações $\left(\phi, \pm\frac{\pi}{2}, \phi - \Delta\right)$ associam-se à mesma matriz de rotação. Isso ocorre pois as rotações dadas por ϕ, ψ acabam sendo realizadas em torno do mesmo eixo. Essa situação, conhecida como *gimbal lock*, exemplificada graficamente na Figura 2.7, é inevitável em qualquer representação tridimensional de atitude que utilize somente três paramêtros. Até por conta disso, existem notações que empregam um quarto parâmetro; dentro delas, a mais comum é a representação por quatérnios, brevemente discutida na Seção 5.2.

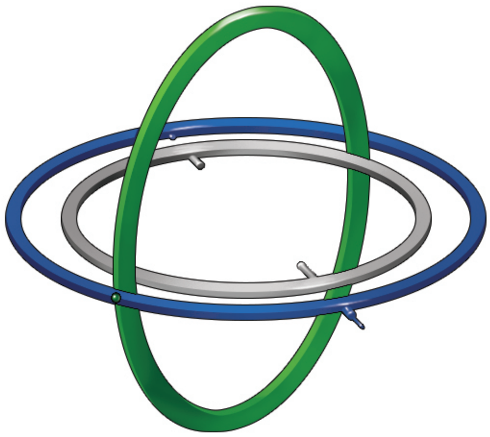

Figura 2.7: *Exemplo de gimbal lock. Ilustração por Matheus Leiras Xavier.*

Apresentadas a representação de atitude via ângulos de Euler e uma introdução a sistemas de controle, resta agora estudar as dinâmicas de atitude envolvidas, e como encaixá-las em um diagrama de blocos.

2.3 Dinâmicas envolvidas

Seja um corpo rígido, com um sistema referencial próprio fixado em um ponto qualquer do corpo. Tem-se pela equação de Euler que a dinâmica da velocidade angular deste corpo rígido com respeito a um sistema referencial distinto é descrito pela relação

$$\mathbf{I}\dot{\omega} + (\omega \times \mathbf{I})\omega = T_c,$$

na qual $\mathbf{I}$ e ω são respectivamente a matriz de momento de inércia e a velocidade angular do corpo rígido, e T_c é o torque externo total aplicado no centro de massa.

Uma importante propriedade da matriz de momento de inércia é que sempre é possível encontrar um sistema referencial tal que

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix},$$

com $I_x > 0$, $I_y > 0$, e $I_z > 0$, uma vez que $\mathbf{I}$ é positiva definida. O referencial escolhido e os termos diagonais são chamados respectivamente de "sistema referencial de eixos principais", e "momentos de inércia principais".

Sendo $\omega_{21} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^\mathsf{T}$ a velocidade angular do referencial $\mathcal{F}_2$ de eixos principais em relação ao referencial $\mathcal{F}_1$ e T_x, T_y, T_z os torques totais, por eixo, aplicados no centro de massa, a equação de Euler pode ser expressa através do sistema de equações

$$\begin{aligned} I_x\dot{\omega}_x + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z &= T_x, \\ I_y\dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_x\omega_z &= T_y, \\ I_z\dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y &= T_z. \end{aligned}$$

Vale ressaltar que, devido a existência de perturbações externas como arrasto atmosférico e radiação solar, o torque total pode ser desmembrado em T_c, referente ao torque proveniente do sistema de controle, e T_p, a soma dos torques externos oriundos das perturbações existentes.

Como as velocidades angulares são aditivas, é possível calcular a velocidade angular de um referencial com respeito a outro através da soma das velocidades angulares de cada rotação executada na sequência definida pelos ângulos de Euler. Sendo assim, um possível cálculo para determinar ω_{21} no contexto de rotações por ângulos de Euler é

$$\omega_{21} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_x(\phi)\, \mathbf{C}_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

que, quando expandido por inteiro, resulta em

$$\omega_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Como a matriz quadrada tem determinante $\cos(\theta)$, então, para quaisquer (ϕ, θ, ψ) ângulos de Euler tais que $\theta \neq \pm\frac{\pi}{2}$, é possível invertê-la e obter a EDO matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi\sec\theta & \cos\phi\sec\theta \end{bmatrix} \omega_{21}.$$

Diga-se, por hipótese, que os ângulos ϕ, θ, ψ e suas derivadas $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$ sejam pequenos. Adotando as aproximações trigonométricas para pequenos ângulos

$$\begin{aligned} \sin(\epsilon) &\approx \epsilon \\ \cos(\epsilon) &\approx 1 \end{aligned} \tag{2.6}$$

e aproximando por zero qualquer produto entre esses seis termos, chega-se em

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

que, ao substituir no sistema de equações obtido a partir da equação de Euler, resulta nas seguintes linearizações

$$\begin{aligned} I_x\ddot{\phi} &= T_{xc} + T_{xp} \\ I_y\ddot{\theta} &= T_{yc} + T_{yp} \\ I_z\ddot{\psi} &= T_{zc} + T_{zp}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Uma consequência imediata da linearização é que o sistema não somente se torna desacoplado, como todas as equações possuem a mesma forma geral dada por

$$I\ddot{\Theta} = T_c + T_p. \tag{2.8}$$

O interesse do trabalho está em controlar a atitude Θ do nanossatélite. Sendo assim, o nanossatélite é a planta, com dinâmica (2.8), e Θ é sua saída. Para alterar o ângulo de atitude, é preciso que o atuador imprima um torque T_a, que se relaciona com o torque de controle T_c determinado pelo controlador pela equação $\hat{T}_a(s) = A(s)\hat{T}_c(s)$. Logo T_a será a entrada controlada da planta, isto é, a entrada conforme dada pelo controlador e executada pelo atuador. Com isso, define-se

$$y(t) = \Theta(t)$$
$$u_a(t) = T_a(t)$$
$$u_c(t) = T_c(t)$$

seguindo a nomenclatura usual de sistemas de controle. Com as transformações de Laplace feitas, a EDO se torna

$$Y(s) = \frac{U_a(s) + \hat{T}_p(s)}{Is^2}.$$

Como a planta possui a entrada dada pelo controlador e a entrada dada pelas perturbações, pode-se dizer que existem duas funções de transferência da planta, referentes a cada uma dessas entradas. Entretanto, neste caso as duas são iguais, dadas por

$$G(s) = \left.\frac{Y(s)}{U_a(s)}\right|_{\hat{T}_p(s)=0} = \left.\frac{Y(s)}{\hat{T}_p(s)}\right|_{U_a(s)=0} = \frac{1}{Is^2}.$$

Seja a atitude desejada dada pela referência $r(t)$. Espera-se que a saída $\Theta(t)$ rastreie a referência perfeitamente. Sendo assim, procura-se $u_a(t)$ tal que o erro $e(t) = r(t) - \Theta(t)$ seja zero. Entretanto, como é necessário avaliar $\Theta(t)$ por meio de um sensor, essa medição, na prática, não será exata. Introduzindo um ruído de medição $n(t)$, tem-se que o erro é dado por

$$e(t) = r(t) - (\Theta(t) + n(t)).$$

Seja então a entrada de controle $u_c(t)$ dada pela relação, chamada lei de controle, expressa pela função de transferência $G_c(s)$, tal que

$$U_c(s) = G_c(s)E(s),$$

então finalmente tem-se o diagrama de blocos para o sistema de controle de atitude em malha fechada, apresentado na Figura 2.8.

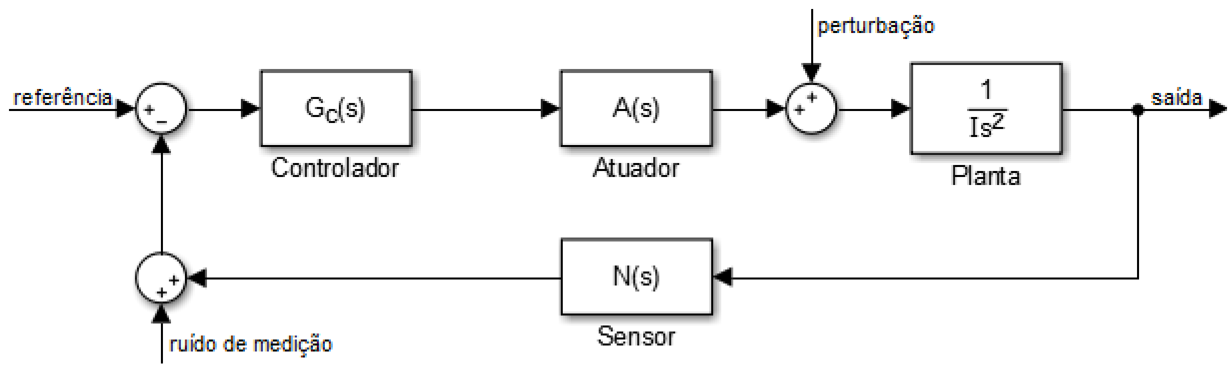

Figura 2.8: *Diagrama de blocos para um sistema de controle de atitude.*

A função de transferência $A(s)$ do bloco relacionado ao atuador depende do atuador escolhido, portanto será trabalhada no Capítulo 4. Já $N(s)$, referente ao sensor de atitude, será sempre adotado como ideal (i.e. $N(s) = 1$).

Agora com todas as ferramentas em mãos, é finalmente possível dar início ao projeto de controladores de atitude.

Capítulo 3

Modelagem para um satélite genérico

Neste capítulo será desenvolvido um modelo genérico de controle de atitude, partindo de uma abordagem ampla e apresentando noções gerais da avaliação de desempenho de um sistema. Esses conceitos ajudarão a compreender de que maneira um projeto de controle é realizado, e como não há uma solução única e perfeita para o problema. Foram adotados como referência os textos de Ogata (2010) e de De Ruiter, Damaren e Forbes (2013).

3.1 Princípio da superposição

Com base no diagrama de blocos apresentado na Figura 2.8, tem-se que o sistema admite três diferentes entradas; define-se: a atitude desejada $R(s)$, o torque de perturbação $\hat{T}_p(s)$ e o ruído $M(s)$ do sensor de atitude. Devido a (2.7), o sistema é linear e então, pelo princípio da superposição, a saída conjunta das três entradas é a soma das respostas de cada entrada, analisadas separadamente.

Primeiro, seja $Y_r(s)$ a saída referente à atitude desejada $R(s)$, com perturbação e ruído de medição nulos. Nessa situação, tem-se que $E(s) = R(s) - Y_r(s)$, e chega-se em

$$Y_r(s) = \frac{G_p(s)A(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} R(s).$$

Agora, seja $Y_p(s)$ a saída referente à perturbação $\hat{T}_p(s)$, com referência e ruído de medição nulos. Pelo diagrama, conclui-se que $E(s) = -Y_p(s)$, então,

$$Y_p(s) = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} \hat{T}_p(s).$$

Por fim, seja $Y_m(s)$ a saída referente ao ruído de medição $M(s)$, com referência e perturbação nulos. Como $E(s) = -(Y_m(s) + M(s))$, obtém-se

$$Y_m(s) = -\frac{G_p(s)A(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} M(s).$$

Logo, pelo princípio da superposição, a saída $Y(s)$ é dada pela soma

$$\begin{aligned} Y(s) &= Y_r(s) + Y_p(s) + Y_m(s) \\ &= \frac{G_p(s)A(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} R(s) + \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} \hat{T}_d(s) - \frac{G_p(s)A(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)A(s)G_c(s)} M(s). \end{aligned}$$

$G_p(s)$ é fixo, por ser inerente à planta, e $A(s)$ é parcialmente dependente do atuador escolhido. Com isso, $G_c(s)$ é o único termo que pode ser livremente alterado, de acordo com o projeto de controlador. Dado que $G_c(s)$ e $A(s)$ sempre aparecem juntos nas expressões para as saídas, é propício considerá-los como um bloco único, tal que $A(s)G_c(s) = G_{ac}(s)$.

Supondo $|G_{ac}(s)| \gg |G_p(s)|$, então

$$\frac{G_p(s)G_{ac}(s)}{1+G_p(s)G_{ac}(s)} \to 1, \quad \text{e} \quad \frac{G_p(s)}{1+G_p(s)G_{ac}(s)} \to 0.$$

Com isso, tem-se que $Y_r(s) = R(s)$ e $Y_p(s) = 0$, ou seja, a saída baseada no referencial é rastreada perfeitamente, e a saída baseada nas perturbações tem efeito nulo. Entretanto, o efeito do ruído de medição $Y_m(s) = -M(s)$ mantém-se presente e sem atenuação alguma. De fato, pela equação de $Y(s)$, nota-se que não é possível simultaneamente zerar os efeitos de perturbações e ruídos na saída do sistema. Não somente, um atuador real é incapaz de imprimir torques de magnitude muito alta, impondo um limite máximo ao torque demandado pela lei de controle. Isso exemplifica a importância de um projeto de controlador específico ao satélite, balanceando os erros por perturbação e ruído conforme requerido pelo projeto, ao invés de uma simples solução genérica, por mais abrangente que ela seja.

Neste trabalho, parte-se da hipótese que o sensor de atitude não introduz ruído, (i.e.$M(s) = 1$). Uma possível abordagem ao problema sem essa suposição será brevemente discutida na Seção 5.2.

Evidentemente, essa conjectura de sensor ideal não é justificativa para simplesmente escolher $G_c(s)$ grande o suficiente em magnitude e declarar feito o projeto de controlador.

Como demonstrou-se possível (e inevitável) a existência de erros no rastreamento e/ou na rejeição de entradas, prova-se importante conseguir calcular esses erros.

3.2 Tipo do sistema e erro estacionário

Considerando o diagrama de blocos da Figura 2.8, impõe-se verdadeiras as suposições básicas

$$\begin{aligned} M(s) &= 0; \\ \hat{T}_p(s) &= 0; \\ A(s) &= 1; \text{ e} \\ N(s) &= 1. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Assim sendo, sabe-se que o erro é dado pela relação $E(s) = R(s) - Y(s)$, de modo que valem as funções de transferência

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)} \quad \Rightarrow \quad \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_p(s)G_c(s)}$$

Reescrevendo a função de transferência de malha aberta $G_p(s)G_{ac}(s) = G_p(s)G_c(s)$ na forma de constantes de tempo (2.3), chega-se na formulação

$$G_p(s)G_c(s) = K\frac{(\tau_1 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^N(T_1 s+1)\cdots(T_n s+1)}.$$

O valor N, referente à quantidade de polos de malha aberta localizados na origem, define o chamado "tipo do sistema". Se $N = 0$, o sistema é dito de tipo 0, se $N = 1$, o sistema é de tipo 1, e assim por diante. Convenientemente, é possível adicionar polos de malha aberta na origem acrescentando-se blocos integradores ao controlador.

Um importante teorema em Análise Matemática conhecido como "Teorema do Valor Final"(TVF) fornece, caso o sistema seja estável, a conveniente expressão para o valor limite de um sinal no tempo, se ele existir, a partir de um limite avaliado em frequência

$$f(\infty) = \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s),$$

tal que $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$.

Supondo estável o sistema, e o projeto do controlador deve garantir isso, e aplicando o TVF ao caso sendo estudado, obtém-se a seguinte formulação para o valor limite do erro, chamado de erro estacionário:

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1 + G_p(s)G_c(s)} R(s).$$

Através disso, é possível projetar um controlador de maneira a zerar o erro estacionário do sistema para diversas entradas. Escolhe-se, geralmente, algumas das entradas-teste padrões (2.4). Como as referências mais utilizadas no contexto de controle de atitude são degrau e rampa, basta analisar o erro para $R(s) = \frac{1}{s}$ (degrau) e $R(s) = \frac{1}{s^2}$ (rampa), respectivamente:

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + K_0 \frac{(\tau_1 s + 1)\cdots(\tau_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)\cdots(T_n s + 1)}}$$

$$R(s) = \frac{1}{s^2} \quad \Rightarrow \quad e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + K_0 \frac{(\tau_1 s + 1)\cdots(\tau_m s + 1)}{s^{N-1} (T_1 s + 1)\cdots(T_n s + 1)}}$$

Conclui-se que, para o caso degrau, o erro estacionário é nulo para sistemas de tipo $N \geqslant 1$, com $e(\infty) = \frac{1}{1+K_0}$ quando tipo 0. Já para a entrada em rampa, o rastreamento é perfeito para sistemas de tipo $N \geqslant 2$, com erros $e(\infty) = \infty$ para tipo 0 e, para tipo 1, $e(\infty) = \frac{1}{K_0}$.

Essa análise de limites através do TVF não é limitada somente ao erro estacionário, podendo também ser feita para avaliar outros sinais de interesse.

3.3 Controlador PID

Um tipo de controlador muito difundido, segundo Ogata (2010) utilizado em mais da metade das aplicações industriais, é o chamado "controlador Proporcional Integral Derivativo", usualmente abreviado como "controlador PID". Sua forma ideal genérica é dada por

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \dot{e}(t), \tag{3.2}$$

tal que $K_p \geqslant 0$, $K_i \geqslant 0$ e $K_d \geqslant 0$ são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. Sua função de transferência correspondente é

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s.$$

O diagrama de blocos da implementação de um controlador PID em forma ideal no sistema de malha fechada é dada pela Figura 3.1. A função de transferência em malha fechada, sendo as suposições (3.1) verdadeiras, é descrita por

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \\ &= \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i}. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Existem diversos "tipos"de controladores PID, baseados nos valores dos ganhos. Destaca-se o chamado "controlador PD", nada mais que um controlador PID com $K_i = 0$. Nota-se a partir de (3.2) que o termo derivativo $K_d \dot{e}(t)$ é particularmente problemático, uma vez que não há garantia alguma da função erro $e(t)$ ser diferenciável; basta $e(t)$ apresentar pontos de descontinuidade, como

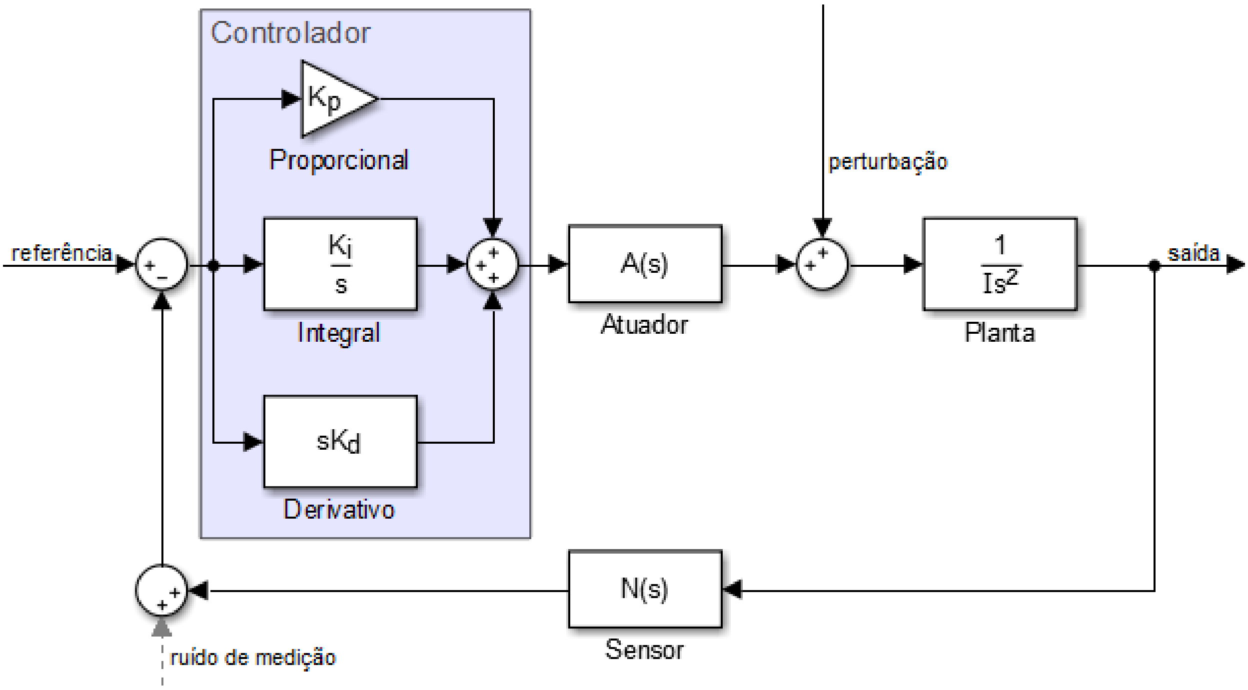

Figura 3.1: *Diagrama de blocos para o sistema de controle de atitude com controlador PID genérico.*

quando a referência é alterada entre diferentes múltiplos da função degrau, para esse termo se tornar indeterminado. Um método para contornar esse obstáculo consiste em impor $K_d = 0$ por um período de tempo quando é prevista uma perda de continuidade de $e(t)$. Outro possível artifício baseia-se na troca da função a ser derivada por uma função necessariamente contínua. Aproveitando esse esquema, uma modificação interessante ao controlador PD é dada pela lei de controle

$$u(t) = K_p e(t) - K_d \dot{y}(t). \tag{3.4}$$

A saída $y(t)$, referente à atitude do satélite, naturalmente sempre é contínua, e sempre diferenciável em aplicações práticas. Em vista disso, esse "controlador PD modificado" soluciona o problema de indeterminação referente ao termo diferencial. A Figura 3.2 apresenta o diagrama de blocos da implementação desse controlador PD modificado. A nova função de transferência do sistema em malha fechada, com suposições (3.1) verdadeiras, é

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Is^2 + K_d s + K_p} = \frac{\frac{K_p}{I}}{s^2 + \frac{K_d}{I}s + \frac{K_p}{I}}. \tag{3.5}$$

Uma consequência interessante decorrente da utilização do controlador PD modificado é a obtenção de um sistema de segunda ordem (i.e. um sistema proveniente de uma EDO de segunda ordem, como evidenciado pelo grau do polinômio do denominador), a chamada "resposta transitória"(i.e. a resposta do sistema antes de entrar em regime estacionário) é facilmente analisada. Para chegar na formulação padrão de um sistema de segunda ordem, aplicam-se as substituições

$$\omega_n^2 = \frac{K_p}{I}, \quad 2\zeta\omega_n = \frac{K_d}{I}, \tag{3.6}$$

sendo ζ o "coeficiente de amortecimento"e ω_n a "frequência natural não amortecida do sistema". Logo, a função de transferência típica para esses sistemas é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \tag{3.7}$$

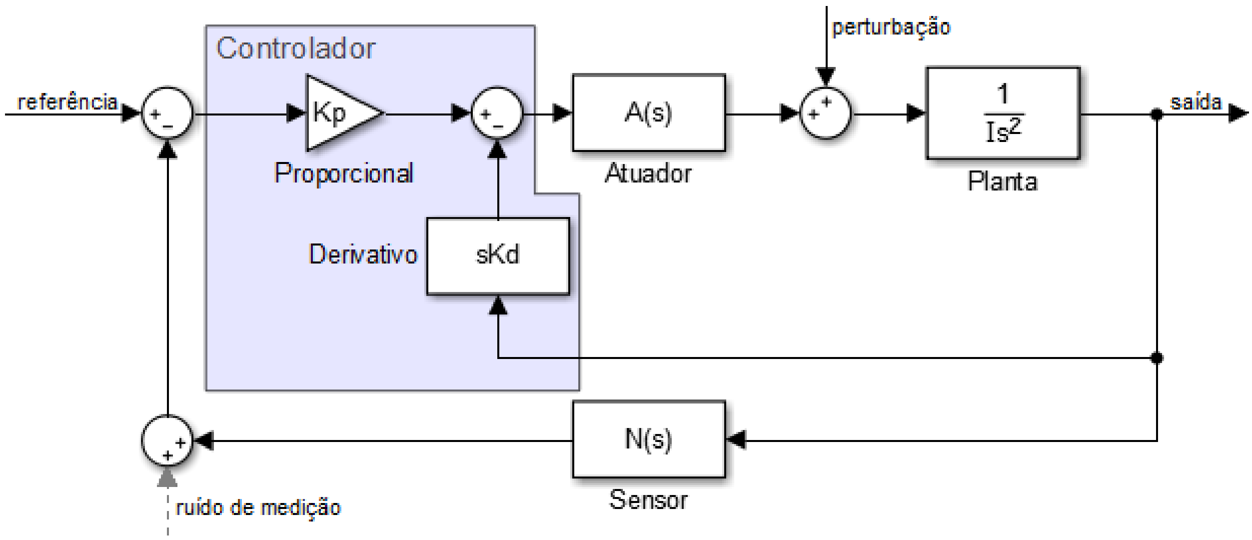

Figura 3.2: *Diagrama de blocos para o sistema de controle de atitude com controlador PD modificado genérico.*

Vale observar que, na prática, $A(s)$ e $N(s)$ podem alterar a função de transferência de modo a aumentar a ordem do sistema, ou mesmo introduzir zeros (i.e. aumentar o grau do polinômio do numerador); apesar disso, ainda é possível aproximar a resposta de sistemas de ordem superior através da resposta de sistemas de primeira e segunda ordem. Seja $\bar{G}(s)$ a função de transferência do sistema tal que

$$\bar{G}(s) = \frac{\bar{Y}(s)}{R(s)} = K\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{k=1}^{n}(s-p_k)}, \quad n > 2,$$

então, através de expansão em frações parciais, a resposta ao degrau, supondo todos os polos de malha fechada distintos e reais, é

$$\bar{Y}(s) = \frac{a}{s} + \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i}{s-p_i},$$

tal que b_i é o resíduo do polo em $s = p_i$. A antitransformada de Laplace fornece a saída para entrada degrau no domínio do tempo:

$$\bar{y}(t) = a + \sum_{i=1}^{n} b_i \exp(p_i t).$$

Como a saída é a soma de várias exponenciais com exponentes negativos (pois a estabilidade do sistema requer $\Re(p_i) < 0$), então a contribuição à saída de todos os polos tende a zero, justificando a terminologia de resposta transitória. Expoentes menores decaem mais rapidamente, portanto chamam-se os polos mais próximos do eixo imaginário de "polos dominantes", uma vez que essa demora para tender a zero implica em maior participação na resposta transitória. Através de uma propícia escolha de polos dominantes, é possível então aproximar o sistema de ordem superior por um de primeira ou segunda ordem, considerando somente esses polos escolhidos.

Para fins de completude, vale ressaltar que, caso existam pares conjugados de polos em malha fechada, a resposta no domínio do tempo é composta também por senoidais amortecidas. Como essas funções são limitadas superior e inferiormente por exponenciais, as mesmas conclusões procedem.

3.4 Resposta transitória

Como mencionado no Capítulo 2, várias referências-teste são utilizadas para avaliar a resposta transitória do sistema, a mais importante sendo a resposta ao degrau. A Figura 3.3 mostra a resposta ao degrau de um sistema de segunda ordem para distintos coeficientes de amortecimento, com frequência natural fixada.

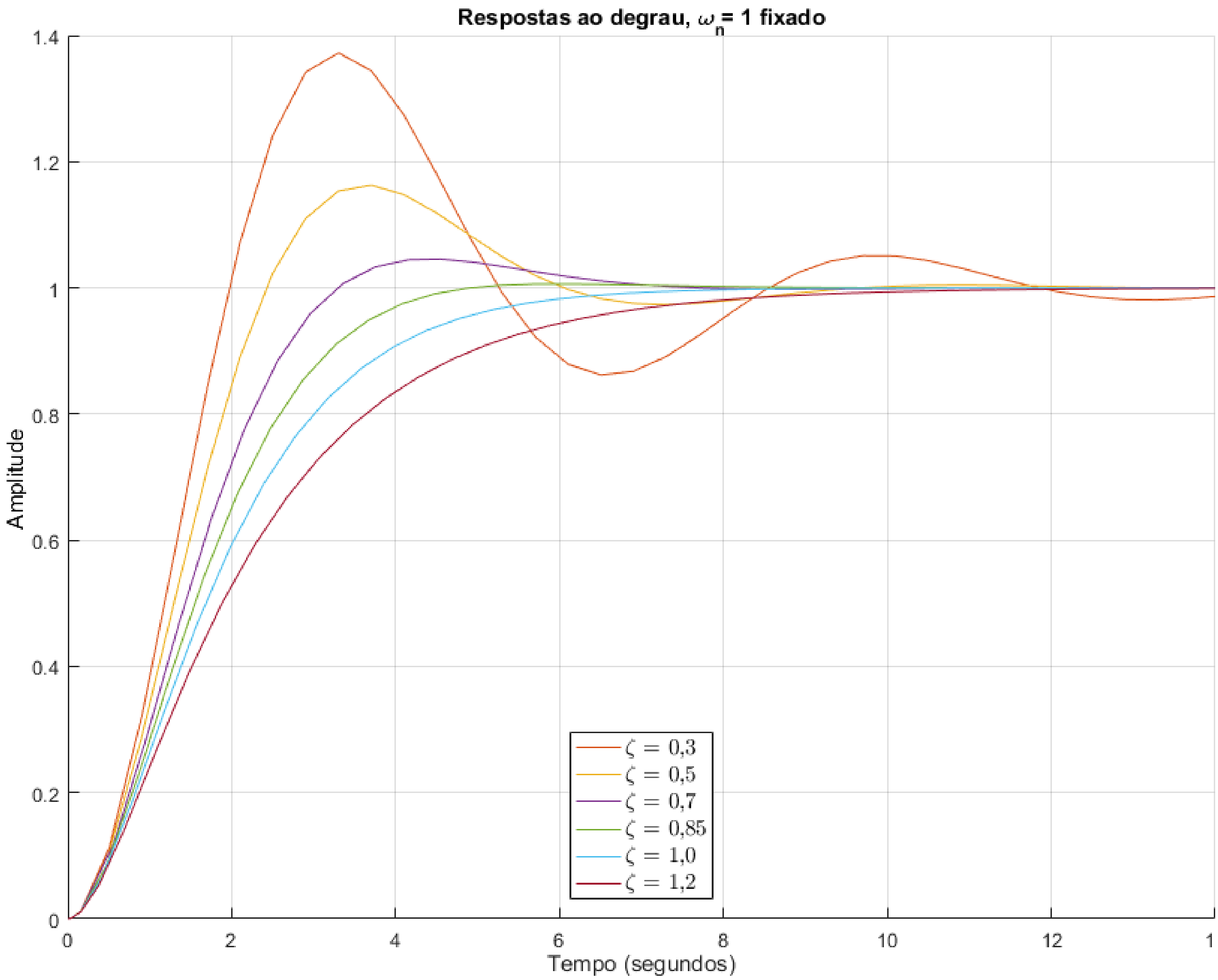

Figura 3.3: *Resposta ao degrau de sistema genérico de segunda ordem* (3.7) *para* $\omega_n = 1$ *fixado.*

É possível notar que existe uma diferença significativa no formato da resposta de acordo com o coeficiente de amortecimento; de fato, sistemas de segunda ordem são classificados com base no valor de ζ. Para $0 < \zeta < 1$, diz-se que o sistema é subamortecido, $\zeta > 1$ configura um sistema superamortecido e quando $\zeta = 1$ o sistema é chamado criticamente amortecido. Baseando-se na resposta ao degrau, diversas especificações no domínio do tempo são estabelecidas.

- Tempo de subida (*rise time*, t_r): tempo que o sistema leva para a resposta atingir certas porcentagens do valor final, usualmente o tempo de 0% a 100% ou de 10% a 90%. Para sistemas subamortecidos de segunda ordem, normalmente é adotado o tempo até 100%, de modo que

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \text{tal que } \beta = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right);$$

- Tempo de pico (*peak time*, t_p): tempo para a resposta atingir seu maior pico de sobressinal. Pelo Teorema de Fermat sobre pontos estacionários, um ponto interno de máximo ou mínimo local de uma função diferenciável é um ponto crítico (i.e. tem derivada nula). Sendo a resposta uma função contínua, então $\dot{y}(t_p) = 0$. Para sistemas de segunda ordem, o maior pico de sobressinal é justamente o primeiro, logo

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}};$$

- Máximo sobressinal (*maximum overshoot*, M_p): maior porcentagem do valor máximo de amplitude atingido no pico da curva de resposta. Como mencionado anteriormente, o primeiro sobressinal é o maior para sistemas de segunda ordem. Supondo então uma entrada degrau unitária,

$$M_p = 100\% \times \exp\left(-\pi \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right); \text{ e}$$

- Tempo de acomodação (*settling time*, t_s) – tempo requerido para a resposta alcançar e se manter indefinidamente em uma faixa em torno do valor final, geralmente de ± 2% ou ± 5%. Uma razoável aproximação para sistemas de segunda ordem com $0 < \zeta < 0{,}9$ é dada por

$$t_s(2\%) \approx -\frac{\log(0{,}02)}{\zeta\omega_n}$$
$$t_s(5\%) \approx -\frac{\log(0{,}05)}{\zeta\omega_n}.$$

A Figura 3.4 apresenta graficamente o significado dessas especificações. Vale ressaltar que nem todas as especificações se aplicam a todos os sistemas; sendo o caso superamortecido caracterizado pela ausência de sobressinal, é evidente que as especificações referentes a máximo sobressinal e tempo de pico não possuem real significado para esses sistemas. Também é importante destacar que essas especificações não são particulares somente aos sistemas de segunda ordem; todo sistema estável admite tempo de acomodação, por exemplo, porém nada garante que haja uma expressão para determinar t_s analiticamente.

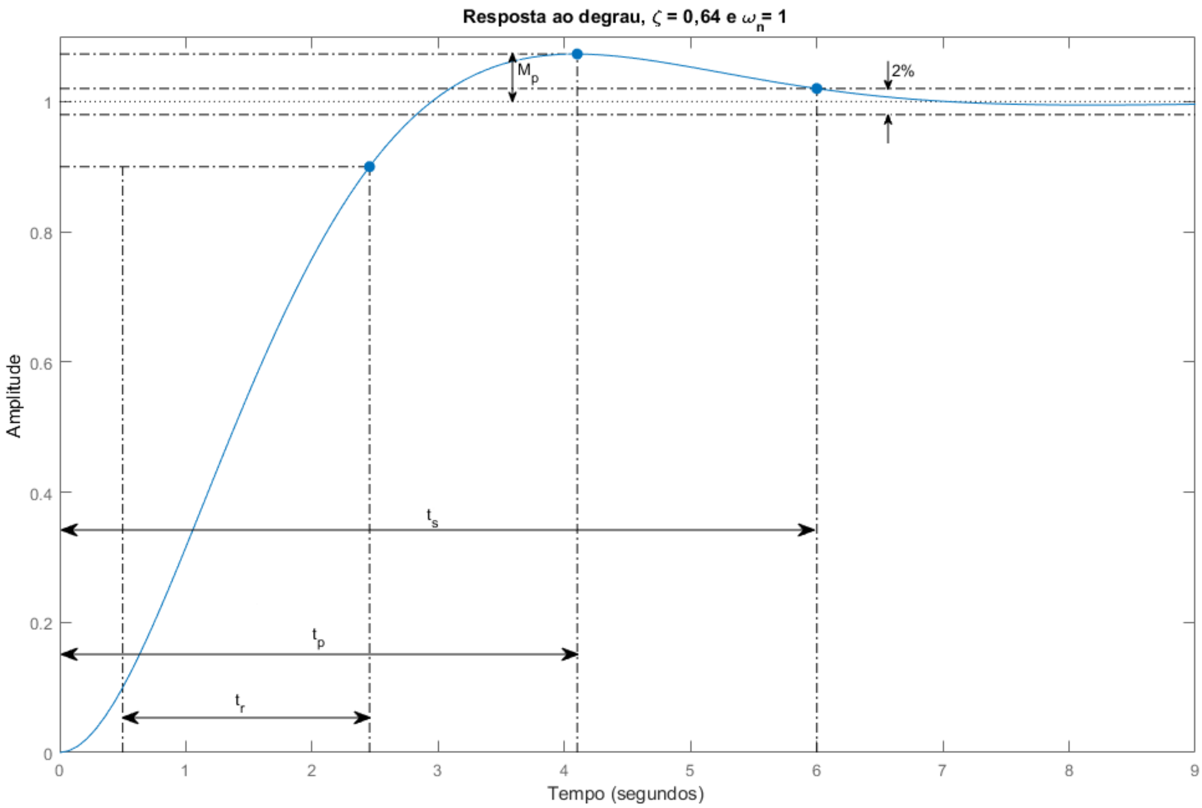

Figura 3.4: *Especificações da resposta transitória ao degrau unitário.*

Como no sistema de segunda ordem padrão as raízes do polinômio característico são dependentes somente dos parâmetros ζ e ω_n

$$s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad s = -\zeta\omega_n \pm \mathrm{i}\omega_n\sqrt{1-\zeta^2},$$

então é possível definir, pelas especificações apresentadas, regiões do plano complexo contendo as raízes que conformariam com a resposta transitória desejada. A partir da determinação de uma região viável, poderia-se, por exemplo, aplicar conhecimentos de otimização restrita para encontrar parâmetros que minimizem alguma função objetivo predefinida. Quando se tratando de sistemas de ordens superiores, essa abordagem rapidamente se torna mais e mais complexa.

3.5 Critério de estabilidade de Routh

Naturalmente, a análise da resposta a uma entrada-teste só é relevante para sistemas estáveis. Como a saída $y(t)$ é dada pela soma de exponenciais e senóides amortecidas, é necessário que a parte real dos polos seja negativa, de modo a garantir que essas parcelas tendam a zero, de modo que $y(t)$ seja limitada. Entretanto, o Teorema de Abel-Ruffini postula que não há soluções analíticas gerais para polinômios de grau 5 ou mais. Torna-se imprescindível, então, desenvolver um método alternativo indireto capaz de avaliar a posição das raízes do polinômio característico sem calculá-las.

Para sistemas lineares invariantes no tempo, uma maneira de se estudar a estabilidade do sistema é o chamado "critério de estabilidade de Routh-Hurwitz", ou somente "critério de Routh". Ao invés de calcular, analitica ou numericamente, as raízes, o método determina a quantidade de mudanças de sinal da parte real das raízes. Logo, se não há mudanças de sinal e sabe-se que uma raíz tem parte real negativa, então todas as raízes se encontram no semi-plano complexo esquerdo.

Seja $P(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n$ um polinômio característico de grau n. Parte-se do princípio que raízes nulas foram removidas do polinômio (i.e. $a_n \neq 0$). Constrói-se uma tabela de $n+1$ linhas conforme o seguinte método

$$
\begin{array}{c|cccc}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\
\hline
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \cdots \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
s^2 & d_1 & d_2 & & \\
s^1 & e_1 & & & \\
s^0 & f_0 & & &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
b_k &= \frac{a_1\, a_{2k} - a_0\, a_{2k+1}}{a_1} \\
c_k &= \frac{b_1\, a_{2k+1} - a_1\, b_{2k}}{b_1},
\end{aligned}
$$

e assim por diante até completar a última linha, considerando nulos quaisquer coeficientes faltando.

O critério de Routh afirma que o número de mudanças de sinal nos valores da primeira coluna de termos (i.e. a coluna de a_0 até f_0) é igual ao número de raízes de $P(x)$ com partes reais positivas. Portanto, segundo o critério, um sistema linear invariante no tempo é estável se e somente se todos os termos $a_0, a_1, b_1, c_1, \ldots, f_0$ possuem o mesmo sinal. Em particular, para o caso de $P(s)$ ser de grau 2, a tabela é

$$
\begin{array}{c|cc}
s^2 & a_0 & a_2 \\
s^1 & a_1 & 0 \\
\hline
s^0 & a_2 &
\end{array}
$$

portanto, o sistema é estável se e somente se $a_0 a_1 > 0$ e $a_1 a_2 > 0$; ou seja, caso todos os coeficientes possuam o mesmo sinal. Assim sendo, para o sistema de segunda ordem com controlador PD modificado (3.5) considerado, como $I > 0$, $K_d > 0$ e $K_p > 0$, então o modelo é estável para quaisquer parâmetros de ganho escolhidos. Para o sistema com controlador PID padrão (3.3), entretanto, o critério impõe a condição de estabilidade $K_d K_p > K_i I$, por exemplo.

3.6 Resposta em frequência

Na seção anterior, avaliou-se a estabilidade do sistema. Porém, como nenhuma modelagem é perfeita, é possível que o sistema real não seja estável mesmo assim. Não somente, modelos podem ser posteriormente refinados, e talvez o novo sistema não continue estável. Por isso, é importante que o sistema seja, sobretudo, robusto. É fundamental então avaliar o quão próximo o sistema está de se tornar instável. Isso é feito através da "resposta em frequência".

A resposta em frequência de um sistema é a resposta, em regime permanente, a uma entrada de forma senoidal. A análise dessa resposta é frequentemente empregada em ambientes industriais pela possibilidade dos dados necessários serem obtidos experimentalmente, sem a necessidade de recorrer a complexos modelos matemáticos. Para encontrar a formulação matemática da resposta em frequência de um sistema, basta realizar a substituição $s = \mathrm{i}\omega$ na função de transferência. Por exemplo, dada a função de transferência $G(s)$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{I}}{s^2 + \frac{K_d}{I}s + \frac{K_p}{I}},$$

ao realizar a substituição mencionada, obtém-se a chamada função de transferência senoidal $G(\mathrm{i}\omega)$

$$G(\mathrm{i}\omega) = \frac{Y(\mathrm{i}\omega)}{R(\mathrm{i}\omega)} = \frac{\frac{K_p}{I}}{-\omega^2 + \frac{K_d}{I}(\mathrm{i}\omega) + \frac{K_p}{I}}.$$

A partir da função de transferência senoidal, a resposta em frequência é analisada por meio de ferramentas gráficas como diagramas de Bode e diagrama de Nyquist. Os diagramas de Bode fornecem dois gráficos em função da frequência ω, um para o ganho[1] $|G(\mathrm{i}\omega)|$, outro para a fase $\underline{/G(\mathrm{i}\omega)}$, enquanto o diagrama de Nyquist mapeia no plano complexo os pontos $G(\mathrm{i}\bar{\omega})$ para $\bar{\omega} \in (-\infty, +\infty)$.

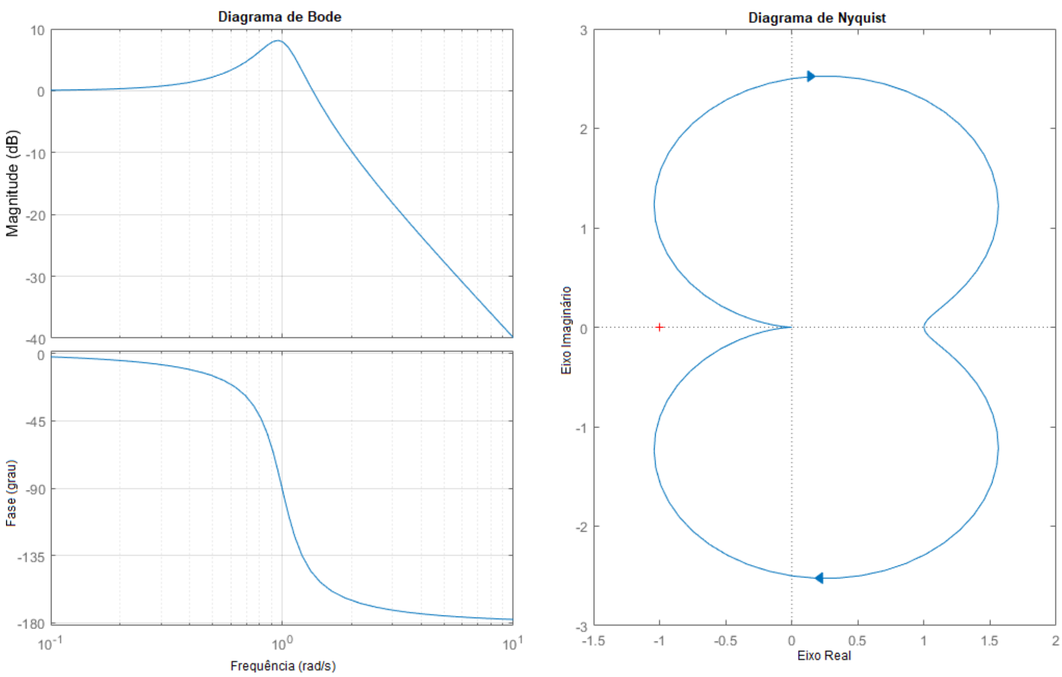

Figura 3.5: *Diagramas de Bode (esquerda) e diagrama de Nyquist (direita) para um sistema de segunda ordem,* $\zeta = 0{,}2$, $\omega_n = 1$.

[1] Em engenharia elétrica, denomina-se decibel (dB) a unidade referente a $20 \cdot \log_{10}|G(\mathrm{i}\omega)|$

A Figura 3.5 apresenta exemplos dos diagramas mencionados. Uma propriedade interessante do diagrama de Nyquist é a capacidade de avaliar graficamente a estabilidade de um sistema linear invariante no tempo, através do "critério de estabilidade de Nyquist".

3.6.1 Critério de estabilidade de Nyquist

Semelhante ao critério de Routh, o critério de Nyquist possibilita a análise de estabilidade sem que seja necessário determinar os polos do sistema, tanto em malha aberta quanto em malha fechada. Porém, enquanto o critério de Routh realiza dita análise de maneira algébrica, pelo cálculo de diversos termos, o critério de Nyquist é uma técnica puramente gráfica. O critério baseia-se em um resultado de Análise Complexa denominado Princípio do Argumento, que afirma que, dado um contorno fechado Q, que não passe sobre polos ou zeros de uma função complexa $f(s)$ e contenha em seu interior Z zeros e P polos da função, então o número total N de envolvimentos da origem (convenciona-se positivo quando em sentido horário e negativo se anti-horário) apresentado pela imagem de $f(s)$ conforme s percorre o contorno Q em sentido horário é

$$N = Z - P.$$

Para um sistema genérico em malha fechada com função de transferência em malha aberta $G(s)$ e retroalimentação $H(s)$, seu polinômio característico é dado pela expressão $P(s) = 1 + G(s)H(s)$. Sejam $f(s) = 1+G(s)H(s)$ o polinômio característico do sistema em malha fechada; o caminho Q um caminho percorrido em sentido horário partindo da origem e formado por todo o eixo imaginário, e uma semi-circunferência de raio tendendo a infinito centrada na origem, ligada ao eixo pelas extremidades positiva e negativa, tal que Q contenha em seu interior todo o semi-plano complexo direito; P o número de polos instáveis de malha aberta; e Z o número de polos instáveis de malha fechada.

Uma vez que um sistema em malha fechada só é estável se não há polos de malha fechada no semi-plano complexo direito, então uma condição equivalente para a estabilidade é que não haja polos de malha fechada, dados pelos zeros de $f(s)$, no interior de Q. Ou seja, o sistema é estável se e somente se

$$Z = 0 \quad \Rightarrow \quad N = -P.$$

É oportuno observar que o traçado do diagrama seria mais prático se $\bar{f}(s) = G(s)H(s)$. Felizmente, $f(s)$ pode ser visualizado como um segmento partindo de $z = -1 + 0{\cdot}\mathrm{i}$ e indo até $\bar{f}(s)$, de modo que o envolvimento da origem pelo diagrama de Nyquist referente a $f(s)$ é equivalente ao envolvimento do ponto $z = -1 + 0{\cdot}\mathrm{i}$ pelo lugar geométrico de $\bar{f}(s)$.

Logo, pelo critério de Nyquist, o sistema em malha fechada é estável se o número de voltas em torno de $z = -1 + 0{\cdot}\mathrm{i}$, convencionado positivo se no sentido horário e negativo se no sentido anti-horário, for igual ao oposto do número de polos de malha aberta localizados no semi-plano direito.

3.6.2 Margens de estabilidade

A partir do diagrama de Nyquist, é fácil notar que um ganho muito elevado pode alterar o traçado de modo a tornar $N \neq -P$, acarretando na instabilidade do sistema. Define-se margem de ganho (MP) o acréscimo máximo de ganho que ainda mantenha o sistema estável.

Talvez menos intuitivamente, outra possível maneira de desestabilizar o sistema se dá pela rotação do traçado no diagrama. Analogamente, chamamos então a rotação (ou defasagem) máxima que ainda mantenha o sistema estável como margem de fase (MF).

Como pequenas margens de ganho e fase significam que pequenas mudanças no sistema são capazes de tornar o sistema instável, é prática recomendada projetar controladores com margens de estabilidades suficientemente grandes, de modo a compensar erros de modelagem provenientes de aproximações realizadas ou mesmo dinâmicas adicionais não esperadas. Segundo Ogata (2010), usualmente são consideradas satisfatórias margens de ganho superiores a 6 dB, aproximadamente correspondentes a ganhos em magnitude maiores que 2, e margens de fase entre 30° e 60°.

A Figura 3.6 mostra como encontrar graficamente as margens de estabilidade com base nos diagramas de Bode e no diagrama de Nyquist. A margem de ganho é dada no diagrama de Bode pelo valor de $|G(\mathrm{i}\bar{\omega})|$, tal que $\underline{/G(\mathrm{i}\bar{\omega})} = -\pi$, e no diagrama de Nyquist pelo inverso da menor distância entre a origem e um intercepto do diagrama com o eixo real. A margem de fase, no diagrama de Bode, é encontrada pela diferença entre $-\pi$ e a defasagem dada em $\underline{/G(\mathrm{i}\bar{\omega})}$ com $|G(\mathrm{i}\bar{\omega})| = 0$; já no diagrama de Nyquist, consiste no menor ângulo em sentido anti-horário formado entre o eixo real e algum intercepto do diagrama com a circunferência de raio unitário centrada na origem.

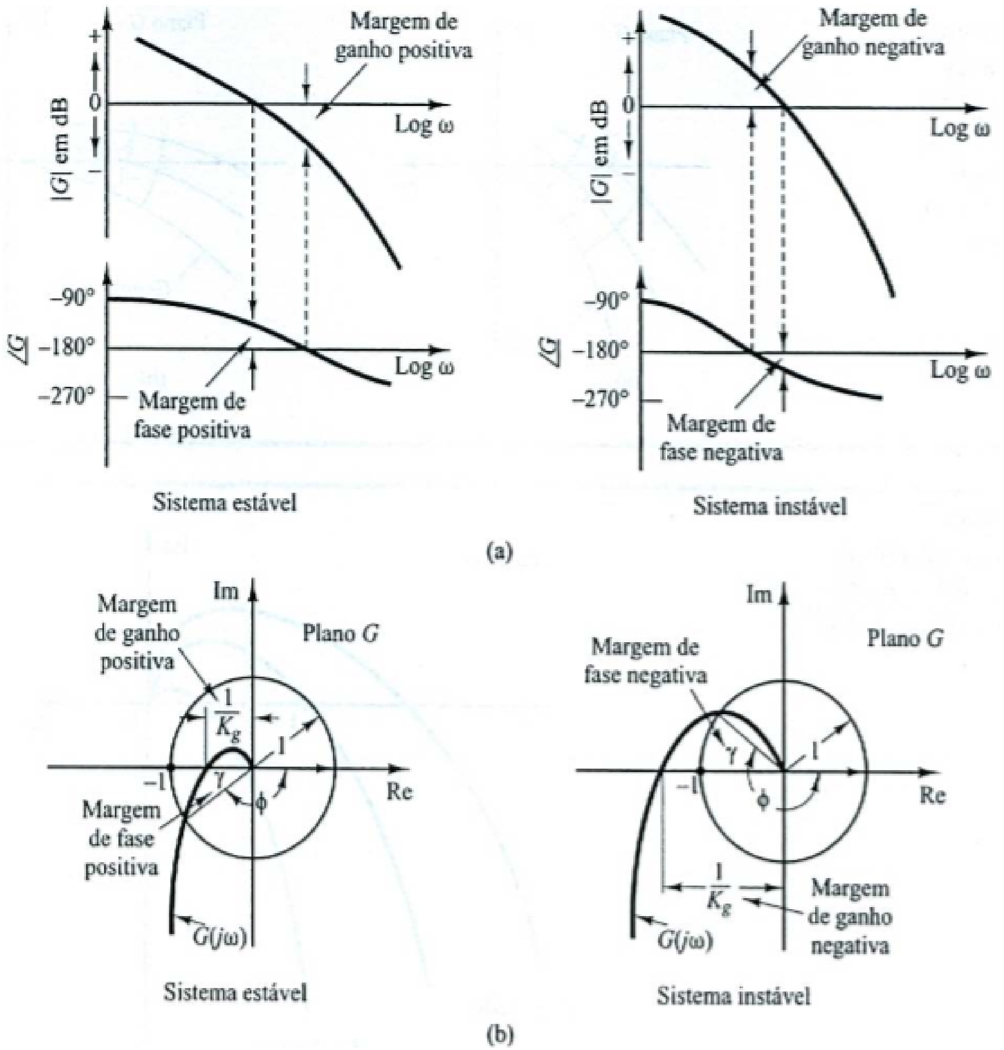

Figura 3.6: *Definições gráficas para margens de ganho e fase segundo (a) diagramas de Bode e (b) diagrama de Nyquist. Adaptado de Ogata (*2010*).*

Enquanto a avaliação da robustez do sistema é uma feliz consequência da análise da resposta em frequência, sua principal utilidade, naturalmente, é avaliar quais frequências mais influenciam a resposta. Esse aspecto é de particular interesse quando é possível determinar uma faixa de frequências que deve ser tratada com especial importância.

Diga-se, por exemplo, que é imperativo limitar a influência de frequências superiores a ω_c na saída do sistema. Então, o controlador deve ser projetado de modo que as frequências $\omega > \omega_c$ do diagrama de Bode tenham o menor ganho possível. Nessa situação, uma ferramenta útil seria a aplicação de um filtro passa-baixas, que, como o nome sugere, tem como propósito bloquear componentes de alta frequência do sinal. Uma aplicação dessa abordagem será discutida na Seção 5.2.

Capítulo 4

Design do controlador

No Capítulo 3, estudou-se um sistema de controle de atitude para um satélite genérico, com o uso de um controlador PD modificado. Na área de controle, não existe uma solução única, muito menos solução perfeita. Sendo assim, por mais que as noções básicas apresentadas possam nortear o andamento do projeto, é preciso ater-se ao caso particular que será trabalhado: o problema de controle de atitude para um nanossatélite CubeSat 3U.

4.1 Características particulares do sistema

A modelagem linearizada da dinâmica de atitude de um satélite (2.7) depende diretamente dos momentos de inércia principais I_x, I_y e I_z. Supondo que o satélite seja estruturalmente um prisma retangular de dimensões $0{,}1\,\mathrm{m} \times 0{,}1\,\mathrm{m} \times 0{,}3\,\mathrm{m}$, com densidade uniforme e centro de massa coincidente com seu centro geométrico, tem-se que os momentos de inércia principais de acordo com o referencial estabelecido na Figura 2.6 são

$$I_x = m\frac{0{,}3^2 + 0{,}1^2}{12} = \frac{m}{120}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2,$$

$$I_y = m\frac{0{,}3^2 + 0{,}1^2}{12} = \frac{m}{120}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2,$$

$$I_z = m\frac{0{,}1^2 + 0{,}1^2}{12} = \frac{m}{600}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2,$$

sendo m a massa do satélite. Vale notar que, como $I_x = I_y$, os resultados para eixos x e y serão os mesmos. Sendo assim, basta somente estudar a dinâmica relacionada aos eixos x e z, ou seja, somente a dinâmica dos respectivos ângulos de Euler ϕ e ψ, respectivamente.

Por o satélite em questão se tratar de um CubeSat 3U, o padrão dita o limite superior $m \leqslant 4\,\mathrm{kg}$; respeitando uma margem de segurança de 5%, adota-se

$$m = 3{,}8\,\mathrm{kg}.$$

Por ora, considera-se o sistema com controlador PD modificado apresentado em diagrama de blocos na Figura 3.2. Para esse sistema, com suposições (3.1) verdadeiras, obtém-se as funções de transferência de malha fechada

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \dfrac{120}{3{,}8}}{s^2 + K_d \dfrac{120}{3{,}8} s + K_p \dfrac{120}{3{,}8}} \approx \frac{K_p}{0{,}0317\, s^2 + K_d s + K_p}$$

$$\frac{\tilde{Y}(s)}{R(s)} = \frac{\tilde{K}_p \dfrac{600}{3{,}8}}{s^2 + \tilde{K}_d \dfrac{600}{3{,}8} s + \tilde{K}_p \dfrac{600}{3{,}8}} \approx \frac{\tilde{K}_p}{0{,}0063\, s^2 + \tilde{K}_d s + \tilde{K}_p},$$

referentes respectivamente aos ângulos de Euler ϕ e ψ. Caso seja necessário que o sistema apresente comportamento idêntico para os três eixos, basta fixar $\tilde{K}_p = \dfrac{K_p}{5}$ e $\tilde{K}_d = \dfrac{K_d}{5}$, de modo a tornar equivalentes as duas funções de transferência.

Até agora, sempre se supôs $A(s) = 1$. Uma vez que tipos diferentes de atuadores levam a dinâmicas diferentes, então, prezando pela generalidade, é natural a opção por inicialmente desconsiderar os eventuais efeitos do subsistema no todo. Entretanto, por melhor que possa ser o instrumento, nenhum atuador exibe dinâmica ideal (i.e. resposta de erro nulo sem atrasos) na prática. É justo presumir que um sistema suficientemente robusto seja capaz de apresentar uma resposta satisfatória sem a necessidade de modelar esse subsistema, porém, naturalmente, o desempenho do sistema se torna mais preciso quando levando em consideração o funcionamento do atuador. Entretanto, para abandonar a suposição $A(s) = 1$, é primeiro necessário determinar qual atuador será utilizado.

De acordo com o censo realizado por Bouwmeester e Guo (2010), o controle de atitude por via magnética, seja ativo ou passivo, mostrou-se o mais popular dentre os satélites considerados. Neste trabalho, entretanto, será escolhido como atuador as chamadas "rodas de reação"(*reaction wheels*), exemplificadas na Figura 4.1. Apesar de serem pouco utilizadas segundo apontado pelos autores, esse tipo de atuador é considerado mais apropriado para controles de atitude de alta precisão, característica essa muito oportuna dada a suposição de pequenas mudanças nos ângulos de Euler (2.6), fundamental para a dinâmica linearizada aqui estudada.

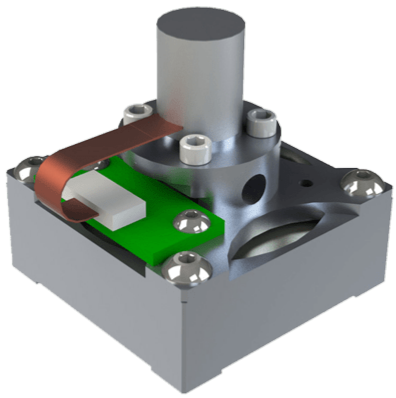

Figura 4.1: *Roda de reação MAI-400 Single Axis Reaction Wheel. Fonte: cubesatshop.com*

Uma roda de reação é composta basicamente por um motor elétrico ligado a um volante de motor (*flywheel*), e seu funcionamento se baseia na lei de conservação de momento angular. Quando o motor faz o volante rotacionar em um sentido, o satélite rotaciona no sentido contrário, de modo a conservar o momento angular do corpo. Como essas rotações se dão somente em torno do eixo do volante, se faz necessário empregar ao menos três rodas de reação, montadas em planos distintos entre si, para garantir a execução de uma rotação tridimensional qualquer. Uma maneira óbvia de posicioná-las, portanto, é sobre os eixos principais do referencial a ser adotado pelo satélite, de modo que os eixos do referencial e do volante coincidam. Assim, através da combinação de diferentes rotações a serem empregadas, é possível aplicar um torque em qualquer eixo arbitrário.

Entretanto, devido às perturbações externas presentes, o momento angular total do sistema aumenta com o passar do tempo. As rodas de reação precisam compensar também esse momento extra, resultando na acumulação de momento angular no atuador. Por existir um limite máximo de quão rápido o volante de motor pode rotacionar, esse acúmulo de momento acarreta uma diminuição da capacidade do atuador em exercer torque no satélite. Chama-se esse processo de "saturação". É possível lidar com a saturação por meio de atuadores extras, como através de rodas de rotação supérfluas, responsáveis então por armazenar esse momento extra acumulado, ou mesmo pelo uso de um diferente tipo de atuador, capaz de aplicar um torque externo no satélite de modo a "descarregar" essa saturação.

Neste trabalho, supõe-se que o problema de saturação tenha sido solucionado de maneira a não influenciar de maneira significativa o controle de atitude; ou seja, o atuador será sempre capaz de aplicar seu torque máximo.

Como descrito por Molina, Ayerdi e Zea (2016), um modelo simplificado para as rodas de reação é dado por um sistema de primeira ordem, com função de transferência $A(s)$ entre o torque $U_c(s)$ determinado pelo controlador e o torque $U_a(s)$ aplicado pelo atuador

$$A(s) = \frac{U_a(s)}{U_c(s)} = \frac{1}{\tau_a s + 1} = \frac{1}{\dfrac{R_T}{K_a} s + 1}, \tag{4.1}$$

sendo $\tau_a = \dfrac{R_T}{K_a} > 0$ a constante de tempo do atuador, $R_T > 0$ a resistência elétrica associada ao motor elétrico da roda de reação (*terminal resistance*), e $K_a > 0$ o ganho proporcional do próprio subsistema.

Com isso, o diagrama de blocos do sistema passa a ser como ilustrado na Figura 4.2, com função de transferência em malha fechada

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{\hat{T}_p(s)=0} = \frac{K_p}{\tau_a I s^3 + I s^2 + K_d s + K_p},$$

de modo que os polos de malha fechada são as raízes de

$$\tau_a I s^3 + I s^2 + K_d s + K_p = 0.$$

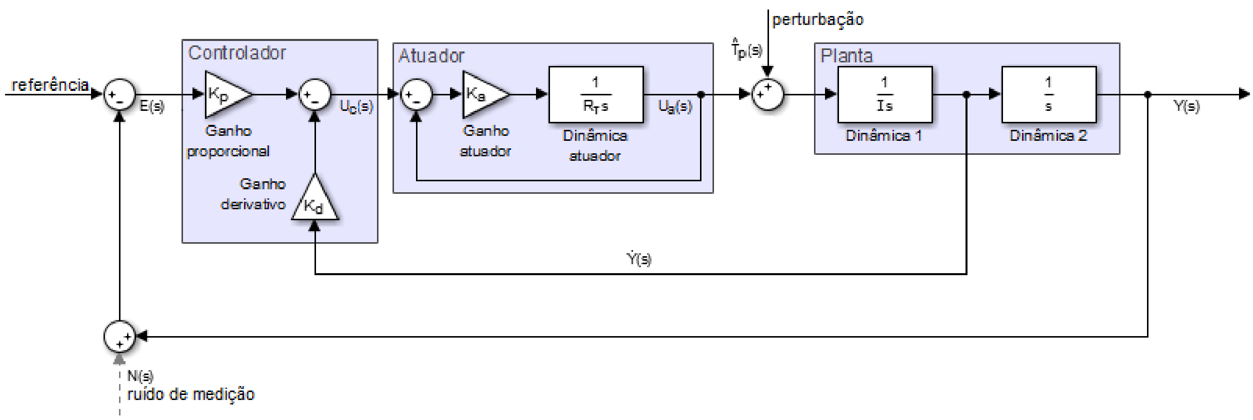

Figura 4.2: *Diagrama de blocos para o sistema de controle de atitude com controlador PD modificado e dinâmica de atuador de primeira ordem.*

Estuda-se então a estabilidade do sistema através do critério de Routh. O polinômio característico é de terceiro grau, portanto a tabela tem quatro linhas e é dada por

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & \tau_a I & K_d \\ s^2 & I & K_p \\ \hline s^1 & K_d - \tau_a K_p & 0 \\ s^0 & K_p & \end{array}$$

Uma vez que τ_a, $I > 0$ e $K_p > 0$, então

$$K_d - \tau_a K_p > 0 \quad \Rightarrow \quad \tau_a < \frac{K_d}{K_p},$$

é a condição de estabilidade para o sistema.

Sendo τ_a dependente de R_T, particular a cada atuador, é possível refinar a condição adotando o valor de uma roda de reação específica. A roda de reação *MAI-400 Single Axis Reaction Wheel*, segundo a ficha técnica do fabricante[1], requer para funcionamento uma tensão elétrica de 5 V e uma corrente elétrica variando de 0,09 A em repouso a 0,44 A quando em aceleração máxima. Logo, para a roda de reação MAI-400, a resistência elétrica R_T do motor do atuador em particular é limitada ao intervalo

$$\frac{5}{0{,}44}\Omega \leqslant R_T \leqslant \frac{5}{0{,}09}\Omega, \tag{4.2}$$

portanto a restrição

$$K_a > \frac{5}{0{,}09}\frac{K_p}{K_d} \tag{4.3}$$

garante o sistema estável. Uma vez que manteve-se generalizado o momento de inércia, a condição de estabilidade é válida para todos os eixos.

4.2 Controle com PD modificado

O *design* de um controlador, no caso pela determinação dos parâmetros K_p, K_d e K_a, é realizado com base em especificações estabelecidas acerca do comportamento do sistema. Quando se tratando de uma aplicação real, tais condições são decorrentes dos objetivos a serem alcançados pelo projeto. Uma vez que o presente trabalho não tem pretensão de substituir uma verdadeira arquitetura de missão, as especificações adiante escolhidas inevitavelmente serão, em essência, arbitrárias.

Devido à suposição de pequenas alterações nos ângulos de Euler requerida pelo modelo linear, é razoável impor um limite superior ao pico de sobressinal M_p. Para evitar que a alteração dos ângulos seja muito elevada, deseja-se então $M_p \leqslant 5\%$. Essa estipulação é automaticamente respeitada se a resposta ao degrau do sistema apresentar-se semelhante a de sistemas de segunda ordem com $\zeta \geqslant 1$, pois a saída referente a esses sistemas não possui caráter oscilatório, logo não admitindo sobressinal.

Outra importante especificação de resposta transitória é quanto ao tempo de acomodação t_s. Em julho de 2018, realizou-se nas dependências do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) o 1º CubeDesign, a primeira competição nacional de desenvolvimento de pequenos satélites. A competição abrangeu três categorias, uma delas direcionada ao público universitário e de institutos profissionais; essa categoria, chamada CubeSat, estabelecia como um de seus testes o apontamento de um eixo do satélite, utilizando como critério de avaliação a melhor estabilização durante 10 segundos. Partindo desse exemplo, estipula-se $t_s(2\%) < 10\,\mathrm{s}$.

O tempo de acomodação do atuador $t_s^{atuador}$ também deve ser considerado. Como não é fisicamente possível que o atuador possua reação imediata a mudanças em $u_c(t)$, o melhor que se pode esperar é uma resposta suficientemente rápida. Para isso, impõe-se $t_s^{atuador} < 10\,\mathrm{ms}$.

[1] *MAI-400 Single Axis Reaction Wheel Datasheet*. Disponível em: <https://www.cubesatshop.com/wp-content/uploads/2016/06/MAI_Single_Axis_Reaction_Wheel_Assembly-Datasheet.pdf>. Acesso em: 28 out. 2018.

Deseja-se também que o sistema seja robusto, dadas as diversas simplificações e suposições adotadas no modelo. Assim sendo, almeja-se uma margem de ganho superior a 6 dB e uma margem de fase entre 45° e 180°.

Por fim, é evidente que o sistema em malha fechada deve ser estável, com erro estacionário ao degrau nulo. Como o sistema possui um bloco integrador em malha aberta na planta, sendo então de tipo $N \geqslant 1$, a especificação de erro ao degrau nulo é automaticamente satisfeita caso garantida a estabilidade.

A Tabela 4.1 reúne todas as especificações citadas.

Especificações requeridas
$M_p \leqslant 5\%$
$t_s(2\%) \ll 10\,\mathrm{s}$
$t_s^{atuador}(2\%) < 10\,\mathrm{ms}$
$MG > 6\,\mathrm{dB}$
$45° \leqslant MF \leqslant 180°$
Sistema estável
Erro estacionário ao degrau nulo

Tabela 4.1: *Resumo das especificações desejadas para o sistema.*

A chamada calibragem (*tuning*) dos parâmetros do controlador pode ser efetuada de várias maneiras. A abordagem a ser explorada consiste numa estimativa inicial de parâmetros, que é então refinada até que as especificações estejam plenamente satisfeitas. Encontrados parâmetros viáveis (i.e. que satisfaçam as condições), uma nova busca é feita em tentativa de otimizar alguma função objetivo; neste caso, busca-se respostas mais rápidas (menores valores pra t_s). Por enquanto, os sistemas de controle de atitude serão analisados nos eixos x e y, supondo a resistência elétrica do atuador adotando valor máximo constante; ou seja,

$$I = I_x = \frac{3{,}8}{120}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2, \quad R_T \equiv \frac{5}{0{,}09}\Omega. \tag{4.4}$$

De início, considera-se somente o subsistema do atuador, visando calibrar K_a. Tem-se com base na condição de estabilidade (4.3) que o ganho deve ser grande o suficiente para garantir um sistema estável. Pela modelagem (4.1) da roda de reação, aumentar o ganho implica em tornar a resposta mais rápida, uma vez que $\lim_{\tau_a \to 0} A(s) = 1$. Por se tratar de um subsistema de primeira ordem, a sua resposta jamais apresenta sobressinal, pois a saída $u_a(t)$ é composta somente por uma exponencial e um eventual termo linear.

Deseja-se encontrar K_a tal que o tempo de acomodação do atuador seja menor que 10 ms (i.e. $t_s^{atuador} < 0{,}01\,\mathrm{s}$). Através da ferramenta de *design* de sistema de controle do Simulink, tem-se que $K_a \geqslant 21733$ satisfaz a condição para qualquer R_T no intervalo (4.2) de valores possíveis. Fixa-se então

$$K_a = 21735. \tag{4.5}$$

Para esse valor de ganho, o tempo de acomodação do atuador mantém-se restrito ao intervalo $2{,}05\,\mathrm{ms} \leqslant t_s^{atuador} \leqslant 10\,\mathrm{ms}$, dependendo do valor de R_T.

Adotando $K_p = K_d = 1$ como parâmetros iniciais, o sistema em malha fechada possui resposta ao degrau com tempo de acomodação $t_s = 3{,}82\,\mathrm{s}$, sem pico de sobressinal qualquer, e margens de estabilidade $MG = 51{,}8\,\mathrm{dB}$, e $MF = 180°$. A partir desses valores, busca-se refinar os parâmetros de modo a diminuir t_s.

Estipulando uma redução de t_s por um fator mínimo de 10, o Simulink fornece os ganhos

$$K_p = 18, \quad K_d = 1{,}0881. \tag{Parâmetros Simulink}$$

	Especificação	$K_p = K_d = 1$	Parâmetros Simulink
t_r	Tempo de subida (10% a 90%)	2,1261 s	0,0878 s
t_s	Tempo de acomodação (2%)	3,8176 s	0,2393 s
M_p	Pico de sobressinal	0%	3,7908%
MG	Margem de ganho	51,8 dB	27,1 dB
MF	Margem de fase	180°	180°

Tabela 4.2: *Características da resposta transitória; parâmetros iniciais, e parâmetros via Simulink.*

A Tabela 4.2 apresenta os valores de diversas especificações de resposta transitória, tanto para os parâmetros iniciais, quanto para os determinados pelo Simulink. Nota-se que os novos valores para K_p e K_d proporcionam ao sistema uma resposta significativamente mais rápida, em troca de menor robustez e introdução de sobressinal; a Figura 4.3 atesta essa melhoria.

Devido a folga confortável existente no pico de sobressinal até alcançar o limite de 5%, pode ser possível tornar mais rápida a resposta, ainda respeitando as condições impostas. A partir das amplas margens de estabilidade, é seguro afirmar que o sistema continuará estável ao aplicar pequenas mudanças nos parâmetros de ganho. De fato, isso é imediato avaliando a condição de estabilidade (4.3) com ganho de atuador (4.5). Sendo assim, uma nova busca pode ser realizada; desta vez, é empregado um método manual: altera-se o ganho no MATLAB e calcula-se o novo pico de sobressinal.

Em um controlador PID, aumentar o ganho proporcional enquanto mantendo os demais ganhos fixados acarreta em maior pico de sobressinal e menor tempo de acomodação. Uma vez que o ganho proporcional do PD modificado utilizado no sistema é equivalente ao de um controlador PID padrão, espera-se que a mesma conclusão seja válida. Como $K_p = 20$ implica em $M_p > 5{,}4\%$, aplica-se uma espécie de algoritmo manual de busca binária no intervalo $K_p \in (18, 20)$ visando o limite $M_p = 5\%$; chega-se em

$$K_p = 19{,}505, \quad K_d = 1{,}0881, \qquad \text{(Parâmetros Manuais)}$$

com pico de sobressinal $M_p = 4{,}9998\%$ resultante.

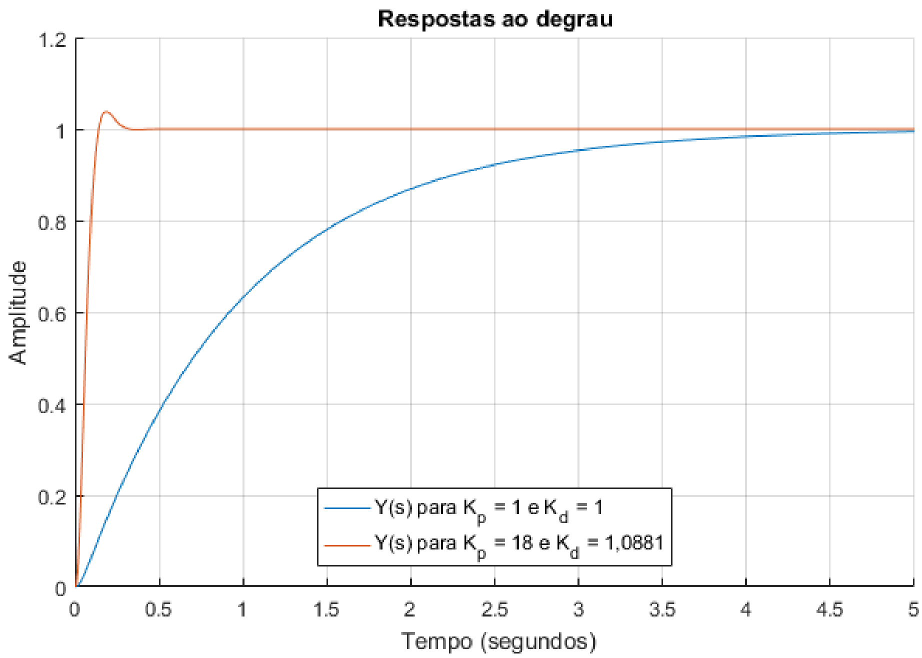

Figura 4.3: *Comparação de respostas ao degrau do sistema em malha fechada; parâmetros iniciais, e parâmetros via Simulink.*

	Especificação	Parâmetros Simulink	Parâmetros Manuais
t_r	Tempo de subida (10% a 90%)	0,0878 s	0,0807 s
t_s	Tempo de acomodação (2%)	0,2393 s	0,2331 s
M_p	Pico de sobressinal	3,7908%	4,9998%
MG	Margem de ganho	27,1 dB	26,4 dB
MF	Margem de fase	180°	154°

Tabela 4.3: *Características da resposta transitória; parâmetros via Simulink, e parâmetros manuais*

A Tabela 4.3 compara as características de resposta entre os parâmetros definidos pelo Simulink e os parâmetros manuais. Como esperado, o tempo de acomodação diminuiu, novamente ao preço de menor robustez. Desta vez, entretanto, ambas as margens de estabilidade diminuíram, ao invés de somente a margem de ganho.

Quaisquer outras alterações isoladas em ganhos proporcional ou derivativo causariam um sobressinal excessivo ou uma diminuição no tempo de acomodação. As especificações de resposta transitória e margens de estabilidade da Tabela 4.1 são todas respeitadas, então fixamos os parâmetros

$$K_p = 19{,}505, \quad K_d = 1{,}0881, \tag{4.6}$$

Para esses valores, a função de transferência em malha fechada é dada por

$$\begin{aligned} \left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{\hat{T}_p(s)=0} &= \frac{K_p}{\frac{R_T}{K_a} I s^3 + I s^2 + K_d s + K_p} \\ &= \frac{19{,}505}{\frac{R_T}{21735} I s^3 + I s^2 + 1{,}0881\, s + 19{,}505} \end{aligned}$$

Resta verificar o erros estacionários para esse sistema. Pelo TVF, o erro estacionário ao degrau para perturbação e ruído de medição nulos é

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + \dfrac{K_p}{\frac{R}{K_a} I s^3 + I s^2 + K_d s}} = 0,$$

enquanto o erro estacionário à rampa, nas mesmas circunstâncias, é

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + \dfrac{K_p}{\frac{R}{K_a} I s^2 + I s + K_d}} = \frac{K_d}{K_p} \approx 0{,}0558.$$

Nota-se que os resultados das equações corroboram a intuição gráfica provida pela Figura 4.4, portanto o erro estacionário ao degrau é nulo como desejado. Para a resposta à rampa, entretanto, o erro é não-nulo, e dependente dos ganhos do controlador. Diminuir o ganho derivativo e/ou aumentar o ganho proporcional resultaria em um menor erro estacionário, porém sempre haverá uma discrepância presente nesse sistema quanto a essa entrada.

Uma análise semelhante pode ser feita para diferentes tipos de perturbação, com referência e ruído de medição nulos. A função de transferência entre perturbação e saída nessa situação é dada por

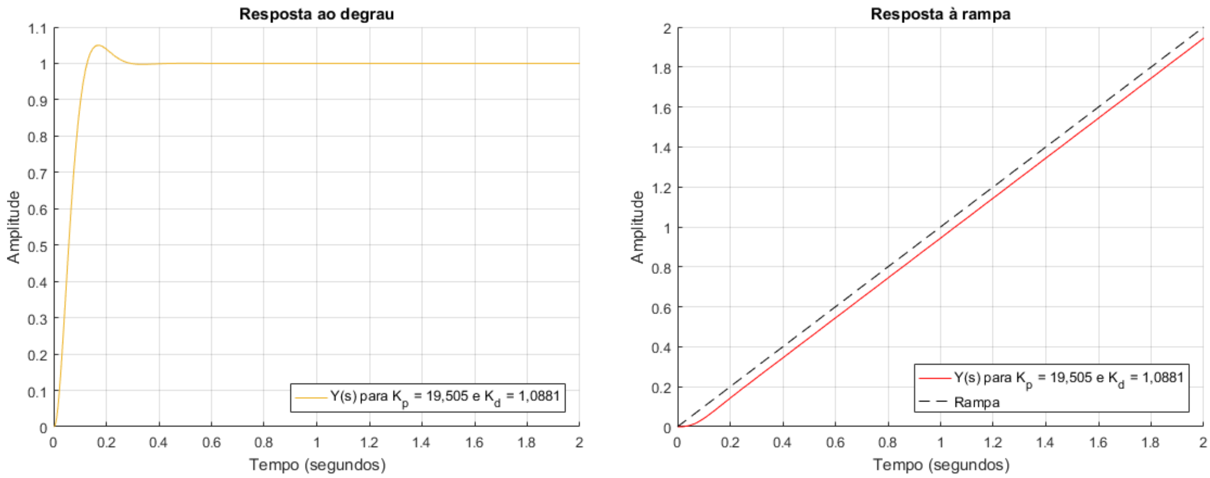

Figura 4.4: *Respostas ao degrau e à rampa com os parâmetros encontrados manualmente.*

$$\frac{Y(s)}{\hat{T}_p(s)} = \frac{\frac{R}{K_a}s + 1}{\frac{R}{K_a}Is^3 + Is^2 + K_d s + K_p},$$

e então, pelo TVF, a saída estacionária para perturbação do tipo degrau com $R(s) = M(s) = 0$ é

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{\frac{R}{K_a}s + 1}{\frac{R}{K_a}Is^3 + Is^2 + K_d s + K_p} = \frac{1}{K_p} \approx 0{,}0513.$$

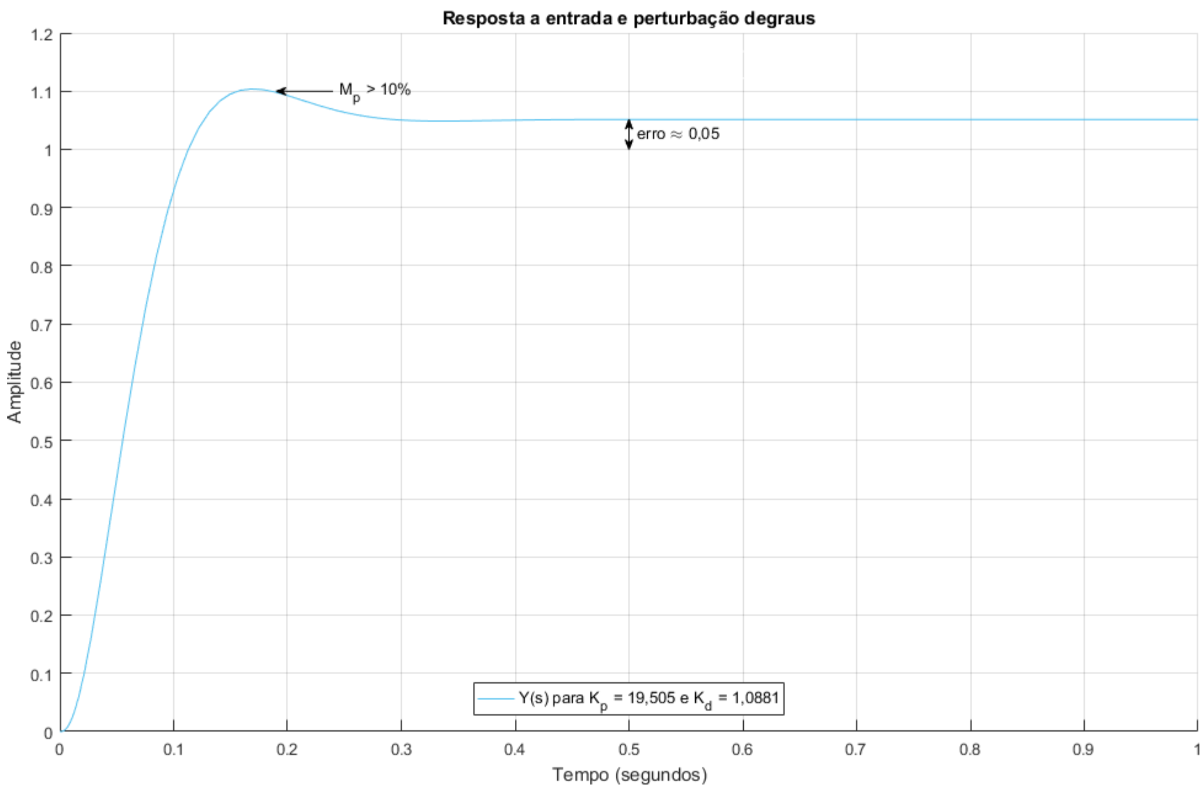

Figura 4.5: *Resposta do sistema com referência e perturbação degrau.*

Isso implica que o sistema não é capaz de anular completamente as perturbações do tipo rampa. A Figura 4.5 mostra que o sistema não atinge erro nulo quando $R(s) = \hat{T}_p(s) = \dfrac{1}{s}$; por se tratar de um sistema linear, $y(t) = y_r(t) + y_p(t)$, respectivamente a saída com perturbação nula e a saída com referência nula. Aumentar o ganho proporcional diminuiria o erro causado pela perturbação, mas, para anular o erro, seria necessário acrescentar um polo de malha aberta na origem.

4.3 Controle com PID modificado

Suponha que seja implementado um bloco integrador (i.e. com função de transferência $G(s) = \dfrac{1}{s}$) em malha aberta ao controlador PD modificado, de maneira a torná-lo um controlador PID modificado, cuja lei de controle seja dada por

$$U_c(s) = K_p E(s) + \frac{K_i}{s} E(s) - K_d s Y(s).$$

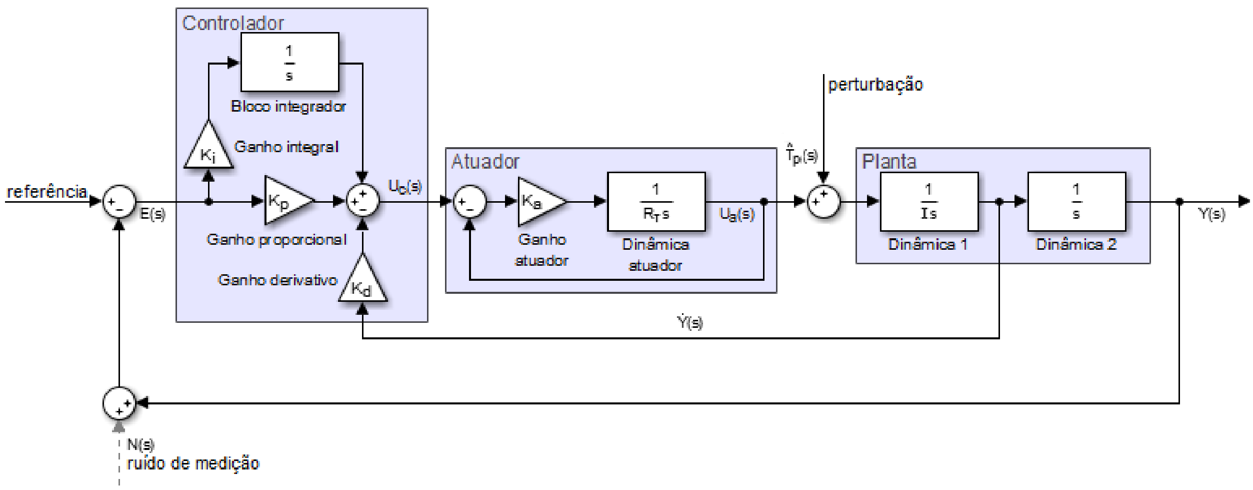

Figura 4.6: *Diagrama de blocos para o sistema de controle de atitude com controlador PID modificado e dinâmica de atuador de primeira ordem.*

O diagrama de blocos com a implementação dessa lei de controle é apresentado na Figura 4.6. Algumas funções de transferência relevantes desse sistema são

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{\hat{T}_p(s)=0} = \frac{K_p s + K_i}{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i};$$
$$\left.\frac{E(s)}{R(s)}\right|_{\hat{T}_p(s)=0} = \frac{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2}{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i}; \text{ e}$$
$$\left.\frac{Y(s)}{\hat{T}_p(s)}\right|_{R(s)=0} = \frac{\tau_a s^2 + s}{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i}.$$

Devido ao acréscimo de um polo de malha aberta à origem, o tipo do sistema aumentou. Sendo agora o sistema de tipo 2, espera-se que o erro estacionário à entrada rampa com perturbação nula seja zero e que haja total rejeição de perturbação degrau.

De fato, aplicando o TVF, tem-se que o erro estacionário à entrada rampa é

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{\tau_a I s^3 + I s^2 + K_d s}{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i} = 0,$$

e a saída do sistema em malha fechada para perturbação degrau com referência nula é

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{\tau_a s^2 + s}{\tau_a I s^4 + I s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i} = 0.$$

Apesar da rejeição de perturbação degrau ser assegurada, é razoável avaliar o quão rápida é tal rejeição. Estipulando um tempo de acomodação máximo de 2,5 s para a resposta a uma perturbação degrau, buscam-se novos valores de ganhos K_p, K_i, e K_d tais que a resposta tenha caráter similar ou mesmo melhor que a determinada pelos parâmetros (4.6). Através da ferramenta de calibragem de sistemas de controle do Simulink e de inspeções manuais com o MATLAB, obteve-se os valores

$$K_p = 26{,}764, \quad K_i = 7{,}352, \quad K_d = 1{,}336. \tag{4.7}$$

A Tabela 4.4 e a Figura 4.7 comparam a resposta ao degrau do sistema com controlador PD modificado (4.6) à resposta do sistema com controlador PID modificado (4.7). Apesar da diminuição no tempo de acomodação de 2% com o PID modificado, a resposta para este controlador apresenta substancial piora no tempo de acomodação para menores porcentagens; de fato, o controlador PD modificado obteria melhor resultado no teste de apontamento de um eixo citado na Seção 4.1.

	Especificação	Parâmetros PD modificado	Parâmetros PID modificado
t_r	Tempo de subida (10% a 90%)	0,0807 s	0,0705 s
t_s	Tempo de acomodação (2%)	0,2331 s	0,2288 s
M_p	Pico de sobressinal	4,9998%	4,9829%
MG	Margem de ganho	26,4 dB	25,3 dB
MF	Margem de fase	154°	152°

Tabela 4.4: *Características da resposta transitória; parâmetros manuais para PD modificado, e parâmetros para PID modificado.*

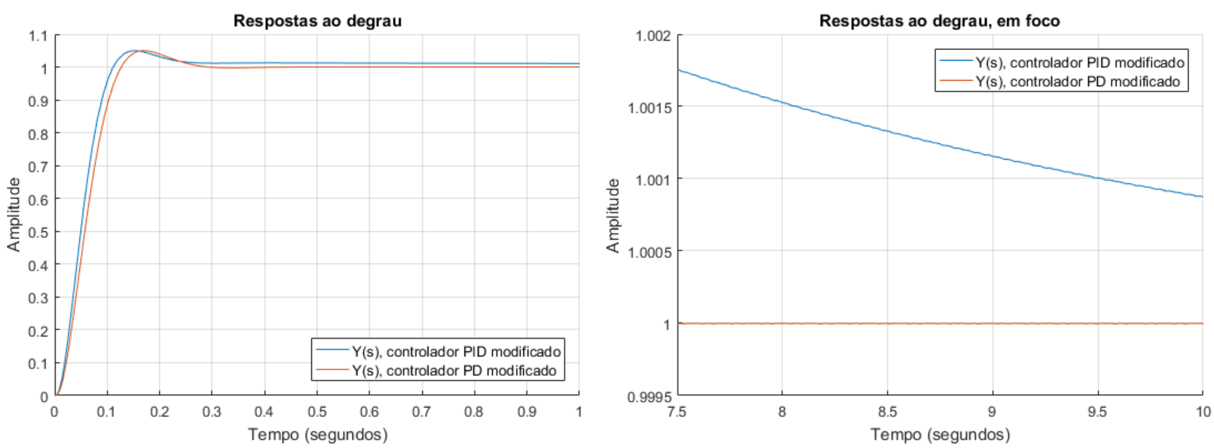

Figura 4.7: *Comparação das respostas ao degrau entre os sistemas com controladores PD modificado e PID modificado.*

Uma ressalva importante a ser feita é que, neste trabalho, presume-se que o atuador é capaz de empregar o torque definido pelo controlador. Na prática, é necessária maior cautela na estipulação dos parâmetros do controlador para garantir a viabilidade do torque demandado do atuador. O maior requerimento de torque sempre será no início da manobra, quando a diferença entre atitude atual e desejada é máxima; nesse período, justamente quando o valor da integral a ser efetuada é máximo em valor absoluto, o controlador PID modificado é mais agressivo que o PD modificado. Sendo assim, mesmo com as melhorias de rastreamento perfeito (i.e. erro estacionário nulo) para referências rampa e anulação de perturbação degrau, o controlador PID pode não se provar útil na prática pelo maior potencial de requerer mais torque do que o atuador pode executar.

4.4 Ajustes finais

Devido às suposições estabelecidas em (4.4), ainda não é possível afirmar categoricamente que os controladores (4.6) e (4.7) resolvem o problema de controle de atitude apresentado.

Para o controlador PD modificado (4.6), a Figura 4.8 sugere que uma diminuição independente em R_T torna a resposta levemente mais lenta, enquanto que o sistema apresenta sobressinal nulo e menor tempo de acomodação ao adotar $I = I_z$. Uma análise análoga para o controlador PID (4.7) modificado é apresentada na Figura 4.9, apontando que a resposta ao degrau do sistema se torna mais lenta e ultrapassa $M_p > 5\%$ ao estabelecer R_T mínimo, enquanto $I = I_z$ provoca uma redução no tempo de acomodação, apesar do maior tempo de subida.

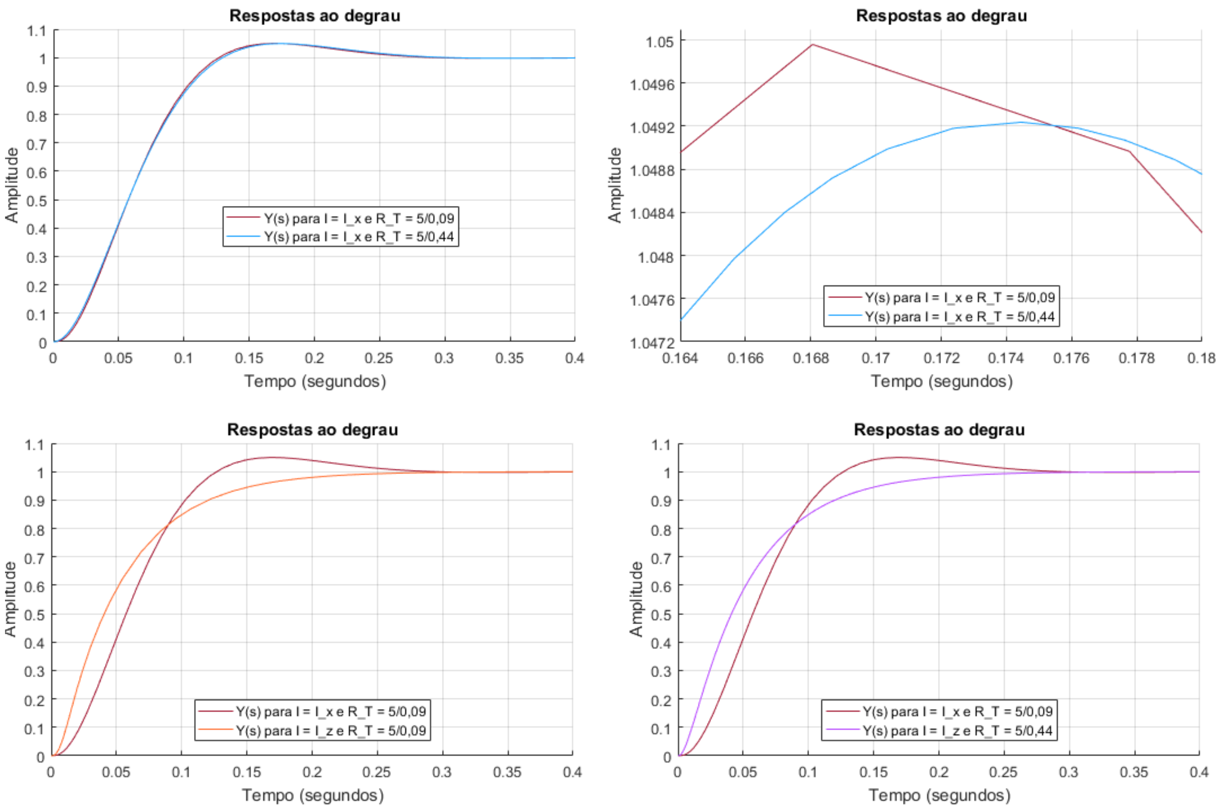

Figura 4.8: *Resposta ao degrau do sistema com controlador PD modificado para diferentes valores de resistência e momentos de inércia.*

Alterando $K_p = 26{,}693$ no controlador PID garante $M_p = 4{,}9989\%$ para $R_T = \dfrac{5}{0{,}44}\Omega$. Feita a substituição, em nenhum dos casos o sobressinal ultrapassa o limite máximo de 5% imposto e o tempo de acomodação mantém-se sempre abaixo dos 10 segundos como desejado; as margens de estabilidade estabelecidas são satisfeitas para todos os casos analisados; e todas as análises de erro estacionário e rejeição de perturbação foram independentes de R_T e I.

Sendo assim, todas as condições 4.1 requeridas para o *design* do controlador foram cumpridas, portanto os controladores com parâmetros

$$K_p = 19{,}505, \qquad K_d = 1{,}0881 \qquad \text{(PD modificado final)}$$
$$K_p = 26{,}693, \quad K_i = 7{,}352, \quad K_d = 1{,}336 \qquad \text{(PID modificado final)}$$

e ganho de atuador

$$K_a = 21735$$

são aceitos como soluções do problema de controle de atitude abordado.

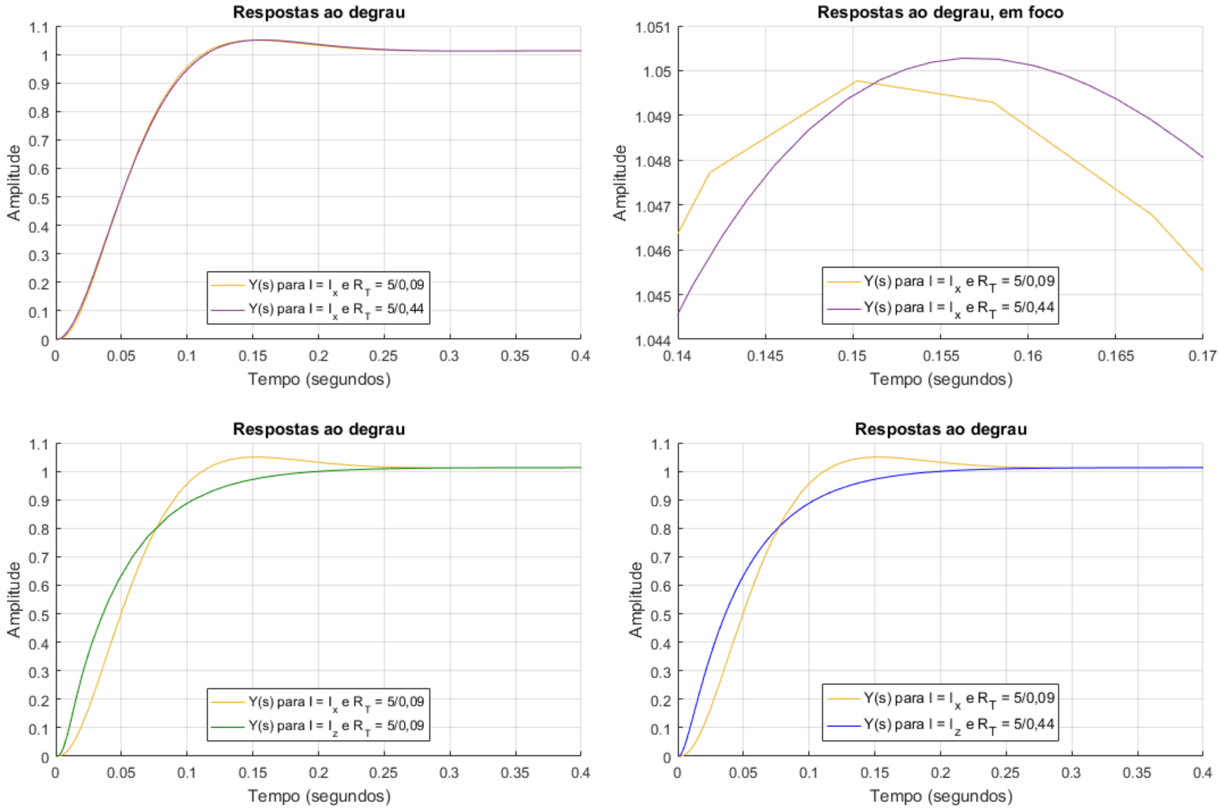

Figura 4.9: *Resposta ao degrau do sistema com controlador PID modificado para diferentes valores de resistência e momentos de inércia.*

Capítulo 5

Conclusões

5.1 Considerações finais

Em virtude do projeto em colaboração entre UFABC, IEE/USP e IAG/USP para uma missão CubeSat, o desenvolvimento de um modelo de controle de atitude se prova vital para completar os objetivos científicos desejados. Para isso, adotou-se a representação de rotações tridimensionais via ângulos de Euler, de modo que as aproximações trigonométricas de pequenos ângulos levassem a uma formulação linear para a dinâmica de atitude. Noções básicas de engenharia de controle foram apresentadas considerando um satélite genérico, e depois aplicadas ao caso particular de um CubeSat 3U.

Partindo de modificações da forma ideal de um controlador PID, foram projetados dois controladores de modo a satisfazerem especificações de desempenho de resposta e robustez desejadas para o sistema em malha fechada. O primeiro controlador, de ganho integral nulo, apresenta maior tempo de acomodação para 2% e maior robustez, mas não possui erro estacionário nulo à entrada rampa ou rejeição total de perturbação degrau. O segundo controlador, com ganho integral não nulo, rastreia perfeitamente entradas rampa e anula completamente a perturbação degrau, além de tempo de acomodação para 2% menor que o do primeiro; porém, para porcentagens inferiores a 2%, o tempo é significativamente maior. Por conta disso, o primeiro controlador apresenta melhor desempenho após 10 segundos. Ambos são soluções do problema, apesar de suas distinções; de fato, não existe uma solução perfeita para o problema de controle de atitude, com projetos diferentes exibindo qualidades distintas.

Deste modo, os objetivos estabelecidos no início do projeto foram atingidos. O estudo da literatura contribuiu na apresentação de uma base dos conhecimentos teóricos requeridos para a tarefa e na demonstração de uma aplicação prática a ser utilizada como modelo de testes nas fases iniciais da construção do CubeSat que se pretende realizar.

5.2 Limitações e sugestões para pesquisas futuras

A modelagem desenvolvida é limitada a pequenas mudanças nos ângulos de Euler, devido à aproximação trigonométrica de pequenos ângulos (2.6). Para tornar o problema mais amplo, é necessária uma abordagem de controle não linear, de modo a abandonar essa limitação do modelo; isso permitiria também, por exemplo, eliminar a hipótese inicial do satélite partir de uma situação inicial já estabilizada, e empregar uma representação diferente que não apresente singularidades, como a por quatérnios, uma vez que a notação por ângulos de Euler é escolhida justamente para linearizar o problema.

Também fator relevante na dinâmica estudada é a hipótese do satélite ser um corpo rígido. De Ruiter, Damaren e Forbes (2013) apontam que a flexibilidade de um satélite gera picos de ganho e fase próximos a frequência de vibração, podendo degradar o desempenho do sistema ou até mesmo torná-lo instável. Uma vez que os paineis solares de um CubeSat são em geral montados ao longo de sua superfície, os apêndices tipicamente esperados são somente as antenas, de modo que a suposição de rigidez para o nanossatélite talvez não esteja longe da realidade.

Outra limitação do modelo se dá pela suposição de um sensor de atitude de precisão perfeita (i.e. que não introduz ruído de medição). Evidentemente, sensor perfeito não existe na prática, e o projeto deve ser alterado de maneira a ser capaz de lidar com esse erro. A principal abordagem se dá pelo uso de um Filtro de Kalman, de modo a estimar a atitude correta atual com base na estimativa anterior e nos valores de aceleração angular. Uma solução alternativa menos complexa consiste em empregar um simples filtro passa-baixas: uma vez que o ruído introduzido tipicamente varia rapidamente com o tempo, é esperado que ele esteja concentrado nas altas frequências, enquanto que a atitude real, por estar mudando "suavemente", estaria concentrada nas frequências baixas. Vale ressaltar que como nenhum filtro é ideal e não existe uma frequência de margem específica que separe perfeitamente o ruído da atitude real, então atenuação perfeita jamais será alcançável.

O controle de atitude apresentado consiste somente no chamado "controle ativo", que requer atuador; no caso, usou-se rodas de reação. Entretanto, não somente é possível utilizar outro tipo de atuador, em conjunto com as rodas de reação ou não, como é possível implementar métodos de "controle passivo", que fazem uso das características próprias da planta. Um estudo comparativo do desempenho de sistemas de controle de atitude entre as diversas possibilidades de atuadores, com ou sem métodos de controle passivos, provaria-se de grande interesse tanto acadêmico como para futuras arquiteturas de missões.

Por fim, sistemas modernos de controle são, em geral, implementados através de processadores digitais. Isso torna necessário algum método de converter os sinais contínuos naturais, como a atitude $y(t)$, em sinais digitais, e vice-versa. Uma possível implementação digital é realizada através de um "segurador de ordem zero", ou *zero-order hold*. Um dos efeitos colaterais desse dispositivo é a introdução de um atraso de meio período de amostragem, tal que o sinal discretizado $\hat{f}(t)$ com período de amostragem T é mais próximo de $f(t - \frac{T}{2})$ do que $f(t)$ propriamente dito; esse atraso reduz a margem de fase do sistema, levando a um aumento no sobressinal.

Referências

BOUWMEESTER, J; GUO, J. Survey of worldwide pico-and nanosatellite missions, distributions and subsystem technology. *Acta Astronautica*, v. 67, n. 7-8, p. 854–862, 2010.

DE RUITER, A. H.; DAMAREN, C.; FORBES, J. R. *Spacecraft dynamics and control: an introduction*. John Wiley & Sons, 2012.

JAMES, D. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, v. 58, n.15–16, p.1–35, 2006.

MEHRPARVAR, A. et al. Cubesat design specification rev. 13. *The CubeSat Program, Cal Poly SLO*, 2014.

MOLINA, J. C.; AYERDI, V.; ZEA, L. *Attitude Control Model for CubeSats*, 2016.

OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. Tradução de Heloísa Coimbra de Souza. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SELVA, D.; KREJCI, D. A survey and assessment of the capabilities of Cubesats for Earth observation. *Acta Astronautica*, v. 74, p. 50-68, 2012.

WAYDO, S.; HENRY, D.; CAMPBELL, M. CubeSat design for LEO-based Earth science missions. In: *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*. IEEE, 2002. p. 435–445.

About – CubeSat. Disponível em: <http://www.cubesat.org/about/>. Acesso em: 10 nov. 2018

MAI-400 Single Axis Reaction Wheel Datasheet. Disponível em: <https://www.cubesatshop.com/wp-content/uploads/2016/06/MAI_Single_Axis_Reaction_Wheel_Assembly-Datasheet.pdf>. Acesso em: 28 out. 2018.

OSSI-1 | AMSAT-UK. Disponível em: <https://amsat-uk.org/satellites/non-operational/ossi-1/>. Acesso em: 10 nov. 2018