

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
BACHARELADO EM MATEMÁTICA APLICADA E
COMPUTACIONAL**

**SISTEMA DE PREVENÇÃO A CRISES EM CARTEIRAS FINANCEIRAS
USANDO ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS**

André Mitsuo Akamine

Orientador: Professor Dr. Nelson Ithiro Tanaka

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**São Paulo
2007**

Resumo

O presente trabalho trata do gerenciamento de risco de carteiras financeiras em regime de stress, que hoje em dia tornou-se um controle de muita importância para as instituições financeiras na prevenção a crises.

A metodologia aqui estudada tem por objetivo obter resultados consistentes e eficazes de forma simples e intuitiva, podendo ser utilizado em conjunto com outras ferramentas de gerenciamento de risco. Muitos modelos de risco adotados pelas instituições financeiras são complexos e de custo extremamente elevado, levando algumas delas a desistirem de adotar sistemas com essas funções específicas.

A etapa inicial do trabalho consiste em obter séries históricas dos juros pré-fixados. Com esses dados, a partir de uma análise quantitativa, utilizando-se da técnica estatística Análise de Componentes Principais explicita-se os principais movimentos (componentes) da curva de juros, que permitem, sem perda de muita informação, obter os limites de stress para os juros, ou seja, os limites mínimos que os juros tem que variar para caracterizar um momento de stress. Com esses limites e com o auxílio de cenários de stress da BM&F, montamos os cenários que são utilizados para prever a maior perda esperada possível em eventos de crise.

A detecção dos eventos de crise para os juros pré-fixados utilizando os limites estabelecidos foi eficaz, mostrando que a Análise de Componentes Principais é uma ferramenta útil e confiável em Finanças. Os resultados obtidos pelo teste de stress aqui desenvolvido foram diferentes dos resultados que seriam obtidos se fossem utilizados os cenários da BM&F. Por uma razão muito simples, as metodologias nos dois casos são diferentes. Dependendo do perfil do investidor, ele poderá escolher quais cenários ele prefere, os estabelecidos aqui ou os da BM&F.

Espera-se que o trabalho contribua para futuros estudos sobre curvas de juros, que são primordiais na gestão de carteiras ou no gerenciamento de risco.

Agradecimentos

À memória de meu pai, Jiniti Akamine, que ensinou-me a enfrentar os desafios da vida. À minha mãe Glória Akamine e meu irmão Douglas Akamine pelo apoio durante os difíceis últimos anos, incentivando nos estudos por suas palavras e companhia. À minha família por ter me dado a oportunidade de realizar os meus sonhos, às vezes abdicando dos seus próprios.

Aos colegas e ex-colegas de trabalho, do Bank Boston, Itaú e WestLB, obrigado pelo incentivo e colaboração neste trabalho.

À professora Sônia Regina Leite Garcia, idealizadora do curso de Matemática Aplicada e Computacional.

Um agradecimento especial ao professor orientador Nelson Ithiro Tanaka, sempre indicando a direção a ser tomada no trabalho, com muita paciência e dedicação, depositando em mim a confiança neste trabalho de conclusão de graduação.

Índice de Capítulos

1-Introdução	6
2- A Importância do Sistema de Stress no Gerenciamento de Risco	
2.1- Crises Financeiros e o Gerenciamento de Risco	9
2.2- Modelos Tradicionais de Risco	9
2.3- Inovações nos modelos tradicionais de risco	11
2.3.1- Cálculo de Volatilidade	11
2.3.2- Outros modelos de risco para stress	12
2.4- Crises e o Mercado Financeiro Brasileiro	13
2.5- Órgão Reguladores	13
2.6- Requisitos para Análise em Situações de Crise	14
2.7- Sistema de Risco da BM&F : Uma Metodologia para o Teste de Stress	15
2.8- Utilização da Análise de Componentes Principais para modelar o Limite de Stress para a Yield Curve (Curva de Juros).....	15
3- Teste de Stress	
3.1- Metodologia do Teste de Stress Convencional	17
3.2- Problemas no Teste de Stress Convencional	18
3.3- Metodologia de Stress proposta pela BM&F	20
3.4- Decomposição do financeiro de cada ativo da carteira em seus fatores primitivos de risco	20
3.4.1- Decomposição do Futuro de Dólar	21
3.4.2- Decomposição do Título Público com correção cambial (papel cambial)	23
3.4.3- Decomposição do Futuro de Ibovespa	24
3.4.4- Opções	25
3.4.5- Processo de Decomposição do Financeiro de Ativos em seus FPRs – Mapeamento os FPRs	27
3.5- Obtenção dos Cenários de Stress para os FPRs.....	31
3.5.1- Discretização dos Cenários Otimistas e Pessimistas para a Obtenção de Cenários Intermediários	31
3.6- Determinação dos piores cenários relacionados às maiores perdas potenciais	35
4- Análise de Componentes Principais (ACP) das Taxas de Juros (Yield Curve)	
4.1- Estrutura a Termo das Taxas de Juros	37
4.1.1- DI Futuro	37

4.2- Taxa Spot – Variável de Estudo	39
4.3- Aplicação da ACP dentro do contexto de Finanças	42
4.3.1- Variâncias e Covariâncias das Variáveis	42
4.3.2- Análise de Componentes Principais (ACP)	43
4.3.3- Aplicação da ACP na ETTJ	47
5- Implementação da ACP	
5.1- Dados utilizados na análise	51
5.2- Hipótese inicial para os dados	52
5.3- Cálculo das médias das taxas de juros dos vértices	54
5.4- Valores Centrados: Taxas de juros originais subtraídas das médias	54
5.5- Matriz de Variâncias-Covariâncias	55
5.6- Autovetores e Autovalores	56
5.7- Identificação das Componentes Principais	58
5.8- Cálculo dos fatores	59
5.9- Estimação dos Valores Centrados com as 3 componentes escolhidas	60
5.10- Taxas absolutas estimadas pela ACP	61
5.11- Análise do erro da modelagem	63
6- Utilização da ACP para determinar um limite de Stress	
6.1- Geração de curvas para o Teste de Stress	65
6.2- Atualização dos níveis das curvas simuladas com os últimos dados do mercado	66
6.3- Testando a metodologia de stress para as crises atuais	68
6.4- Outros Resultados	70
7- Implementação do Teste de Stress	
7.1- Inicializando o teste	73
7.2- Descrição do Cenário de Stress da BM&F	73
7.3- Obtenção das variações dos valores financeiros para os cenários	76
7.4- Exemplo de Resultado para uma Carteira Hipotética	79
8- Conclusões	84
9-Bibliografia	86

Capítulo 1:

Introdução

O presente trabalho é uma reescrita livre da dissertação de Kojó (2003). A estrutura do trabalho foi mantida. A ordem de apresentação dos conceitos e resultados foi preservada. Estes últimos foram rediscutidos à luz de dados mais recentes do cenário financeiro nacional e alguns conceitos utilizados em Kojó (2003) foram readaptados.

O gerenciamento de risco tornou-se imprescindível hoje em dia para as instituições financeiras após a ocorrência de várias crises que abalaram os mercados ao redor do mundo nos últimos anos. Tais eventos, que não são raros de acontecer, trouxeram muitos prejuízos não apenas para as instituições financeiras mas também para seus clientes e nada como grandes perdas para motivar a criação de medidas preventivas para tentar amenizá-las.

As formas tradicionais de controle de risco como VaR (“Value at Risk”, Jorion, 2003), Duration (“Cálculo Financeiro das Tesourarias”, Securato, 2003) e Índice de Alavancagem (“Análise de Demonstrativos Financeiros”, Walter, 1996) são bons indicadores de risco como demonstram as suas largas disseminações e usos, mas não são apropriados em situações de crise por se tratarem de modelos que tem como hipótese inicial a “situação normal de mercado”.

Assim, houve a necessidade de criar modelos para controlar o risco de carteiras com ativos financeiros em momentos de stress, complementando-os com os modelos tradicionais de gerenciamento de risco.

Um teste de stress (gerenciamento de risco em mercados agitados) muito utilizado no mercado financeiro é feito usando os cenários divulgados pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), o chamado Sistema de Risco (SRB) da BM&F, que em sua essência pode ser dividido em três etapas: seleções de cenários de stress, cálculos dos valores financeiros da carteira nos vários cenários e o cálculo da maior perda hipotética, no caso dos cenários de stress se concretizarem. Porém, ocorrem subjetividades para se definir os cenários a partir das análises

qualitativas efetuadas por economistas e analistas do comitê de risco das instituições financeiras.

Nesse trabalho, uma forma quantitativa de se obter os cenários de stress para as taxas de juros pré-fixada, aplicando a técnica de Análise de Componentes Principais (ACP), é abordada, na tentativa de minimizar a subjetividade mencionada anteriormente. Com as componentes principais montamos, de forma parcimoniosa, as trajetórias das taxas de juros pré-fixada, em momentos de stress e com eles criamos os cenários que vão auxiliar o agente do mercado no gerenciamento de riscos.

O capítulo 2 destaca a importância para as instituições financeiras de se ter um controle de risco em eventuais crises financeiras. Descreve os principais modelos de risco tradicionais como VaR, Duration e Índice de Alavancagem e ressaltando as suas vantagens e desvantagens. Descreve também os papéis desempenhados pelos principais órgãos reguladores.

No capítulo 3 encontra-se a descrição do teste de stress convencional adotado em larga escala no mercado hoje em dia, explicando suas três etapas (seleção de cenários, cálculo do valor financeiro da carteira para os cenários e determinação da maior perda hipotética da carteira). Ressalta os problemas que podem ocorrer ao se aplicar o teste, como quando se tem uma carteira muito diversificada e quanto à subjetividade na definição dos cenários, por exemplo. O capítulo descreve também o modo de precificar uma carteira através do mapeamento dos ativos financeiros em Fatores Primitivos de Risco (FPRs), variáveis básicas que explicam as mudanças das taxas ou preços dos ativos a partir de um conjunto, digamos básico, de parâmetros do mercado e conseqüentemente, a mudança no valor da carteira.

O capítulo 4 destaca a técnica da ACP, uma análise estatística que têm como objetivo neste trabalho explicitar de forma parcimoniosa os movimentos da curva de juros pré-fixada e, assim, fornecendo os limites de stress de forma diferente das convencionais.

O capítulo 5 mostra uma implementação da técnica da ACP e o capítulo 6 utiliza as saídas da ACP para montar um teste de detecção da situação de stress para as taxas de juros pré-fixada. Já no capítulo 7 têm-se uma implementação do teste de stress.

O capítulo 8 apresenta as conclusões, discute os resultados obtidos e ressalta as diferenças entre os cenários de stress obtidos através da ACP e os cenários do SRB da BM&F.

Capítulo 2:

A Importância do Sistema de Stress no Gerenciamento de Risco

2.1) Crises Financeiros e o Gerenciamento de Risco

Até a década passada, muitas instituições financeiras não dispunham de sistemas de controle de riscos para o gerenciamento de suas carteiras, mesmo tendo em mãos Teorias de Finanças e Modelagens Matemáticas Avançadas. Isso fez com que muitos operadores de mesa ou negociadores de mesa (*traders*) dessas instituições, desejando obter alta lucratividade, ficassem com posições de ativos em suas carteiras em um nível extremamente arriscado, com alavancagem, iliquidez ou posição financeira muito alta em um mesmo ativo.

Um exemplo muito famoso foi a quebra do Banco Barings, instituição mais antiga da Inglaterra, com mais de 200 anos de existência, por um único operador, Nicholas Leesson, ex-administrador de fundos de investimentos do banco.

Nos últimos anos, antes da exigência na legislação de órgãos reguladores, aconteceram muitos desastres financeiros como o citado acima. Por força até da legislação, hoje em dia, as instituições financeiras estão obrigadas a ter um mecanismo de detecção de stress dos ativos que lidam, de forma a se precaverem de situações de crises.

2.2) Modelos Tradicionais de Risco

O modelo tradicional de risco, VaR (“Value at Risk”, Jorion, 2003), é uma ferramenta muito utilizada no mercado financeiro. Resumindo em um único número, ele mostra a maior exposição financeira em risco que uma carteira poderá ter. Segundo Jorion (2003), “VaR sintetiza a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados períodos de tempo e intervalos de confiança”, ou seja, dado um horizonte de tempo (geralmente de 1 dia) e o nível de confiança

(geralmente entre 95% e 99%, dependendo do grau de aversão ao risco), calcula-se o VaR da carteira. Por exemplo, escolhendo-se 1 dia de horizonte de tempo e um nível de confiança de 99%, espera-se que de cada 100 observações apenas uma indique uma perda que supere o VaR calculado.

Para qualquer metodologia para o cálculo do VaR (Paramétrica, Histórica e Simulação de Monte Carlo), todas consideram as distribuições de probabilidades do retorno que não se concentram em eventos de crise, pois os retornos em tais eventos se concentram nos extremos da cauda negativa das distribuições. Portanto, a utilização da metodologia VaR é indicado apenas para condições normais de mercado, não estimando uma potencial perda da carteira em um evento de crise.

Um dos motivos para o VaR ser validável apenas em condições normais do mercado é o fato de haver uma quebra na estrutura da correlação entre os ativos em períodos de crise. Exemplificando, se uma carteira possui dois ativos e entre eles há uma correlação negativa, temos então um efeito de *hedge* (proteção), pois se em um ativo há um retorno positivo, no outro poderá ter um retorno negativo e vice-versa. Porém, em um momento de stress no mercado, essa correlação pode ser positiva e ocorrendo um retorno negativo em um ativo, no outro também haverá, podendo então alavancar um grande prejuízo financeiro se esse fenômeno se repetir para vários ativos na carteira.

Outros modelos tradicionais de risco como *Duration Hedge* e o Índice de Alavancagem também têm como hipótese as condições normais de mercado.

Para o *Duration Hedge* utiliza-se o conceito de *Duration* (Duração) que segundo Securato (2005) “é uma forma de cálculo do prazo médio de um fluxo de caixa que procura levar em conta o valor do dinheiro no tempo”. Assim, a *Duration Hedge* faz um hedge entre os ativos da carteira com a sensibilidade ao tempo medida pela *Duration*. Exemplo: Pode-se efetuar um hedge em uma carteira onde ambas as pontas ativa e passiva estão indexados ao juros pré, porém na ponta ativa (“dada” ou “vendida” pelo jargão de mercado) está indexado ao juros pré de 6 meses e na ponta passiva (“tomada” ou “comprada”) está indexado ao juros pré de 9 meses. O *Duration Hedge* então baseia-se na hipótese do movimento

paralelo na estrutura a termo de taxas de juros, ou seja, leva em conta que caso os juros pré de 6 meses aumente, o juros pré de 9 meses também fará o mesmo movimento. Porém, esse movimento é comum apenas em condições normais de mercado e em um momento de stress, esse hedge não é eficaz.

Para controlar o nível de risco de operações com os derivativos utiliza-se o Índice de Alavancagem que é o valor do somatório do valor presente absoluto das operações com derivativos dividido pelo valor total do patrimônio líquido da carteira.

2.3) Inovações nos modelos tradicionais de risco

2.3.1) Cálculo de Volatilidade

Muitos modelos de risco implantados em instituições financeiras utilizam o modelo de volatilidade GARCH (1,1) (Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity) ou EWMA (Exponential Weighted Moving Average) para modelar a variância condicional (Morgan, 1996; Pereira, 2007).

O modelo GARCH é definido como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad \omega > 0, \alpha_i, \beta_j \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1, \quad (1)$$

onde:

σ_t^2 é a volatilidade no tempo t,

r_{t-i}^2 é o log-retorno do ativo em t-i,

$\omega, \alpha_i, \beta_j$ são os coeficientes do modelo.

O EWMA é o modelo proposto pela RiskMetrics (metodologia desenvolvida pela instituição JP Morgan para o cálculo de risco de mercado, www.riskmetrics.com) e o mais largamente utilizado e equivalente ao IGARCH, sendo definido como:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2, \quad (2)$$

onde:

σ_t^2 é a volatilidade no tempo t,

r_{t-1}^2 é o retorno do ativo em t-1,

λ é o peso exponencial, parâmetro de decaimento, com $\lambda \in [0,1]$.

O modelo EWMA (2) é uma restrição do modelo GARCH (1), com $p = 1$, $q = 1$, $\omega = 0$, $\alpha = 1 - \lambda$, $\beta = \lambda$.

Observando (2), verifica-se que o modelo utiliza o peso λ (geralmente 0,94) maior para os últimos acontecimentos, absorvendo rapidamente a volatilidade do mercado, aumentando assim o VaR calculado. Porém, é importante ressaltar que a volatilidade σ_t^2 não aumenta antes de uma situação de crise. Isso faz com que a estimativa da volatilidade e conseqüentemente do VaR fique subestimado à uma real perda financeira da carteira, sendo esse um outro motivo pela qual utiliza-se o VaR apenas em uma situação normal de mercado.

A inovação na utilização desses modelos se dá pelo fato de absorverem rapidamente a volatilidade do mercado, o que não acontece com a utilização do desvio-padrão tradicional, que distribui os pesos igualmente para todas as observações.

2.3.2) Outros modelos de risco para stress

Outros modelos sofisticados foram desenvolvidos para mensurar o risco em eventos de stress.

O *Jump-Diffusion Process* (Zangari, 1997) tenta modelar a probabilidade de ocorrer um evento de stress em um determinado período e o tamanho do salto (jump) dos preços.

A EVT (*Extreme Value Theory* – Teoria dos Valores Extremos) (Mina e Xiao, 2001) é um modelo que estima probabilidades e quantis correspondente às “caudas” ou os extremos das distribuições, onde os retornos são poucos prováveis e grandes.

O *Liquidity VaR* (VaR ajustado à liquidez, para mais detalhes ver “Modeling Liquidity Risk in VaR Models, 2000) mensura o aumento de risco quando há uma diminuição de liquidez dos ativos financeiros, pois em momentos de crise o volume de negócios diminui drasticamente devido ao aumento na diferença entre o valor de compra e de venda do ativo-objeto (spread).

Tais modelagens citadas acima não são tão aceitas pelas instituições financeiras devido à necessidade de conhecimento de teorias matemáticas e estatísticas complexas, bem como a dificuldade de implementar códigos computacionais que muitas vezes são inviáveis devido ao tempo gasto de processamento ser muito alto.

2.4) Crises e o Mercado Financeiro Brasileiro

O Risco-País, índice denominado EMBI+ (Emerging Markets Bond IndexPlus) elaborado pelo Banco J.P.Morgan, mede o grau de risco que um país representa para um investidor estrangeiro. É um indicador que determina o grau de instabilidade econômica de cada país pertencente ao grupo de países emergentes tais como Rússia, África do Sul, Argentina e Brasil.

Historicamente, estes países emergentes apresentam maior instabilidade em suas economias devido às alterações constantes da condução de políticas monetárias e financeiras tendo, conseqüentemente, problemas como fuga de capitais de investidores estrangeiros e menor concessão de crédito internacional.

No entanto, o Brasil, especificamente, tem apresentado nos últimos tempos um dos mais baixos níveis históricos de Risco-País. Esta estabilidade será detectada na análise de stress que faremos neste trabalho.

2.5) Órgão Reguladores

Atualmente, os órgãos reguladores exigem que as instituições financeiras façam o controle de risco, incluindo aí, lidar com situações de stress, em ambientes tipos tesourarias de bancos e assets (responsáveis por gerenciar o portfólio de clientes).

O BACEN (Banco Central do Brasil), um dos órgãos reguladores, exige capital para cobrir o risco e o controle de operações pré-fixadas em tesourarias. O FED (Banco Central Americano) e o Comitê de Basileia (comitê formado pelos bancos centrais do grupo de países mais desenvolvidos) exigem o cálculo de VaR e capital mínimo. O SPC (Secretaria de Previdência Complementar) exigem além do controle pelo cálculo de VaR, o controle do risco de liquidez.

Assim, nota-se uma crescente preocupação desses órgãos em relação ao gerenciamento de risco das instituições financeiras.

2.6) Requisitos para Análise em Situações de Crise

Pelos itens anteriores, destacamos a importância de um gerenciamento eficaz do risco. A preocupação crescente nos últimos anos, dada ocorrência de eventos financeiros catastróficos, fez com que muitas instituições criassem e implementassem modelos de monitoração de risco, mesmo com os modelos tradicionais subestimando as perdas em períodos de crise devido à dificuldade de implantar modelos mais sofisticados e minimizando a sensibilidade grande dos mercados emergentes.

É importante as instituições conhecerem as suas potenciais perdas de portfólio em um eventual momento de stress, para que se adequem ao perfil de risco da instituição ou do cliente, ou seja, há a demanda por modelos realísticos. Ainda assim, deve se ter sempre em conta que modelagens com conceitos mais simples e intuitivos são mais facilmente aceitos e implementados. Essa constatação restringe a utilização de modelos matemáticos mais complexos. Segue-se assim que os requisitos da modelagem são: simplicidade de conceitos e cálculos, minimização da subjetividade, basear-se em princípios intuitivos de aceitação mais ampla entre os agentes de mercado, ter interface de fácil utilização e maior realismo possível na análise de risco.

2.7) Sistema de Risco da BM&F : Uma Metodologia para o Teste de Stress

A metodologia do Sistema de Risco da BM&F (SRB), adotado pela BM&F em maio de 2001 baseia-se em análise de cenários, que é dividida em três etapas: seleção de cenários, cálculo do valor do portfólio para cada um dos cenários selecionados e o cálculo da maior perda hipotética da carteira.

Pela eficiência e simplicidade da metodologia, muitas instituições financeiras adotam essa metodologia para o gerenciamento de risco em situações de stress.

Para estabelecer um conjunto de cenários, há um comitê de risco da BM&F, composto por executivos e economistas da instituição que reúnem-se periodicamente. Os cenários podem advir de várias formas como Análises Técnicas, Análises Estatísticas, Análises de Extreme Value Theory (EVT) e Análises da Conjuntura do Mercado Brasileiro.

O SRB será melhor detalhado no capítulo 3 (Teste de Stress).

2.8) Utilização da Análise de Componentes Principais para modelar o Limite de Stress para a *Yield Curve* (Curva de Juros)

Ao fazer uma análise de cenários, na primeira etapa (Seleção de Cenários) pode haver muita subjetividade na definição dos mesmos, onde geralmente um comitê da instituição financeira adotam dois cenários opostos: uma otimista (*bullish*) e outra pessimista (*bearish*).

No cenário otimista, têm-se, por exemplo, o Índice da Bolsa de Valores (IBOVESPA) subindo, a taxa de juros e a cotação do dólar caindo, enquanto no cenário pessimista ocorre o oposto, com o IBOVESPA caindo, a taxa de juros e a cotação de dólar subindo.

Utilizando a Análise de Componentes Principais (ACP) para a Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ), podemos estabelecer, com poucas primeiras componentes principais (dentro do princípio de simplicidade e implementabilidade), um limite para as taxas de juros onde, caso tais taxas ultrapassem um intervalo estimado, estaríamos em uma situação de stress. Com

essas poucas componentes escolhidas, tem-se o controle de uma porcentagem alta das variâncias da estrutura de juros, que são nossas variáveis de interesse. A metodologia ACP e os critérios para a escolha das primeiras componentes serão vistas no Cap. 4. Naturalmente, a utilização da metodologia ACP se insere dentro da idéia de simplicidade e intuitividade, além da facilidade de implementação computacional que se deseja da técnica buscada para a detecção de stress do mercado.

Capítulo 3:

Teste de Stress

3.1) Metodologia do Teste de Stress Convencional

O teste de stress convencional baseado em análises de cenários, conforme mencionado no Capítulo 2, pode ser dividida em 3 etapas: seleção de cenários, cálculo do valor da carteira para cada um dos cenários selecionados e o cálculo da maior perda hipotética da carteira. Basicamente, o interesse ao se aplicar o teste a uma carteira composta por ativos financeiros é mensurar um valor máximo de perda ao qual a carteira está exposta em um eventual momento de crise e assim, caso necessário, tomar as medidas necessárias para adequar a carteira de acordo com o perfil do cliente ou instituição, a fim de diminuir o seu risco.

Na etapa da seleção de cenários, como descrito na seção 2.8, um Comitê de Risco da instituição financeira delimita os cenários que acha mais prováveis de acontecer em um momento de crise. Geralmente, são escolhidos 2 cenários opostos, uma otimista (*bullish*) e outra pessimista (*bearish*). Estão definidos que em situações de stress otimista, o Índice da Bolsa de Valores (IBOVESPA) sobe e a taxa de juros e a cotação do dólar caem, enquanto que no cenário pessimista ocorre exatamente o oposto, com o Índice da Bolsa de Valores (IBOVESPA) caindo e a taxa de juros e a cotação do dólar subindo, ressaltando uma melhora e uma piora no cenário macroeconômico, respectivamente.

Na etapa cálculo da carteira, todos os preços dos ativos na carteira são recalculados à partir dos parâmetros definidos nos cenários (ex: dólar sobe 7%, bolsa cai 10%).

A partir de todos os apereçamentos efetuados na etapa anterior, o procedimento segue determinando a maior perda hipotética da carteira. Assim, pode-se comparar o valor real da carteira (valor atual, calculado a partir das taxas e preços do dia) com os valores da carteira nos diversos cenários de stress traçados. Fazendo-se a diferença entre o valor atual e os valores hipotetizados

obtêm-se as possíveis perdas nos diversos cenários. A maior perda dentre os cenários é definida como o risco de mercado da carteira para o stress.

Importante ressaltar que os cenários opostos *bullish* e *bearish* geralmente representam situações extremas no mercado financeiro, enquanto que o VaR é utilizado para situações normais no mercado, onde não haja volatilidade atípica dos ativos.

3.2) Problemas no Teste de Stress Convencional

Utilizando-se o Teste de Stress Convencional, para uma carteira simples composta por ativos sem muita diversificação de seus componentes e com posições predominantemente comprada ou vendida, não há grandes dificuldades em se fazer uma análise de cenários. Entretanto, partindo de uma carteira que possua muitos ativos financeiros diferentes, pode-se ter um problema para mensurar o grau de risco envolvido, podendo ocorrer subestimação dos resultados em situações de crises.

Exemplificando alguns problemas possíveis, pode-se citar a escolha dos cenários (1ª etapa) para o teste de stress. Como mencionado no capítulo anterior, pode haver subjetividade na escolha desses cenários, onde um comitê da instituição financeira geralmente escolhe dois cenários opostos: um otimista e outro pessimista. O problema está em supor que a magnitude da variação dos preços seja mais importante que as combinações entre eles. Por exemplo, suponha uma carteira hipotética comprada 50% na bolsa e 50% no dólar no mercado à vista. É de se esperar um efeito de *hedge* entre os dois componentes. Se apenas as variações dos preços marginais forem levadas em conta então pode ocorrer uma subestimação dos efeitos dessas variações.

Em um cenário hipotético de stress que utilizaremos para essa carteira, suponha que haja uma queda de 20% na bolsa e uma alta de 15% no dólar, tendo assim um prejuízo de 2,5% no valor da carteira. Porém, se o cenário concretizado

for de 25% de queda na bolsa e uma alta de 15% no dólar, o prejuízo real é de 5% do valor antes da crise, tendo assim o dobro de risco obtido pelo cenário hipotético. Poderia também ter ocorrido uma queda na bolsa e no dólar, não havendo assim o efeito de *hedge* esperado, explicado pela quebra da correlação negativa que pode ocorrer entre os ativos durante uma crise.

Além disso, quanto mais ativos e derivativos diferentes compoem a carteira, maiores serão os fatores de risco a serem analisados, aumentando a complexidade do problema, podendo acontecer, inclusive, uma combinação específica entre esses ativos durante uma crise na qual ocorreria uma perda maior que a esperada como mencionado anteriormente. Esse problema pode ser solucionado considerando-se uma análise com um maior número de cenários, que podem ser obtidos através de cenários intermediários, por exemplo. Porém, a dificuldade então se transfere em o número de cenários plausíveis, em geral, multiplicar-se rapidamente. Exemplificando, suponha 4 cenários para os ativos com 7 fatores de risco cada. Isso leva a um total de 16.384 (4^7) cenários que são todas as combinações possíveis entre esses cenários com os fatores de risco incluídos, aumentando muito a complexidade do teste.

Um outro problema nos modelos de teste de stress convencional refere-se à mensuração do risco de carteiras que possuam opções. Opção é um ativo do mercado financeiro onde o titular (proprietário), no caso de uma opção de compra, paga um valor e assim adquire o direito de comprar o ativo-objeto (podendo ser ação, índice, dólar) a um determinado preço na data de vencimento pré-estabelecida. O mesmo ocorre ao proprietário que possua uma opção de venda. Neste caso, ele possui a opção de vender o ativo-objeto por um determinado preço, na data de vencimento do contrato. A maioria das estratégias envolvendo opções trabalha com cenários onde há uma grande volatilidade no mercado, ou seja, cenários onde os preços dos ativos sofrem grandes oscilações. Desta forma, dificulta a medida da sensibilidade da carteira, geralmente, construída supondo diferenciabilidade de trajetórias em função da volatilidade do mercado financeiro.

3.3) Metodologia de Stress proposta pela BM&F

A BM&F desenvolveu e implementou um modelo de stress denominado SRB (Sistema de Risco da BM&F) para calcular o risco de posições de derivativos. A partir dos riscos calculados, cada agente do mercado deve depositar uma margem (geralmente ativos de renda fixa) para garantir a solvência da bolsa. A avaliação da solvência é um processo de caráter aleatório, dado que os compromissos financeiros (contratos negociados) estão situados no futuro.

A implantação dessa nova metodologia pela BM&F fez com que diminuisse consideravelmente a margem de garantia a ser depositada por participante, dado que a regra anterior para os depósitos era subjetiva e não muito clara. Essa redução das margens fez com que aumentasse a liquidez das carteiras, pois desbloquearam-se os títulos de renda fixa que antes eram pedidos como garantia.

A metodologia SRB é composta por 4 etapas, sendo elas:

- i) Decomposição do financeiro dos ativos da carteira alocando-os em seus fatores primitivos de risco;
- ii) Geração dos cenários para para os fatores primitivos de risco;
- iii) Determinação de regiões macroeconomicamente plausíveis;
- vi) Cálculo do maior potencial prejuízo financeiro dentre todos os cenários gerados.

O pior cenário, produtor do maior prejuízo referido no último item, denomina-se “cenário crítico”. O cálculo do resultado financeiro da carteira para cada cenário é obtido através de um novo apreamento de todos os ativos da carteira.

3.4) Decomposição do financeiro de cada ativo da carteira em seus fatores primitivos de risco

Os Fatores Primitivos de Risco (FPRs) são “todas as variáveis financeiras que influenciam , diretamente, a formação do preço do ativo-objeto”

(www.bmf.com.br). O conjunto de FPRs da BM&F compreende os preços dos mercados à vista, estruturas a termo das taxas de juros (curva da taxa pré e cupom cambial) e nível de volatilidade do mercado (que é um FPR para as opções).

O processo de decomposição do financeiro dos ativos da carteira em seus fatores primitivos de risco denomina-se “mapeamento”. Esse processo foi criado para facilitar o cálculo do VaR. Sem o mapeamento ocorrem dificuldades do ponto de vista prático e teórico, pois é muito custoso computacionalmente estimar uma matriz de variâncias-covariâncias de uma carteira com ativos financeiros diferentes em que cada ativo comporta um número de parâmetros diferentes a serem estimados. A dificuldade computacional cresce geometricamente com o número de ativos. Do ponto de vista teórico, tem-se a restrição de que a matriz de variâncias-covariâncias precisa ser positiva semi-definida, gerando o problema de não poder haver correlação perfeita entre séries históricas de dados. Assim, pode haver problemas em modelar ativos financeiros que possuam movimentos de preços muito semelhantes.

A estrutura de mapeamento que será utilizado neste trabalho é a referencial, adotado pela RiskMetrics (Morgan, 1996) e consiste em “eleger um conjunto de ativos referências para o qual as posições em todos os outros ativos é mapeada” (www.riscktech.com.br). Os ativos de referência (fatores primitivos de risco) considerados são as moedas mais negociadas, índices de bolsas do mundo, vértices fixos da curva de juros e commodities.

A seguir damos alguns exemplos de identificação dos FPR's de alguns ativos financeiros.

3.4.1) Decomposição do Futuro de Dólar

O prazo de vencimento não é um fator de risco pois é sempre conhecido. Assim, para efeito de simplificação, os prazos serão omitidos das fórmulas de precificação dos ativos.

A cotação do ativo Futuro de Dólar, na ausência de oportunidades de arbitragem entre os mercados de juros, cupom cambial, dólar à vista e dólar futuro, é dada por:

$$F = S \frac{1 + \text{pré}}{1 + c}, \quad (3.1)$$

onde:

F = dólar futuro;

S = dólar à vista;

pré = taxa pré com mesmo prazo que o vencimento do dólar futuro;

c = taxa de cupom cambial (diferença entre as taxas de juros interna e a desvalorização da taxa de câmbio do país) com prazo igual ao do vencimento do dólar futuro.

Supondo que F^{\wedge} , S^{\wedge} , pré^{\wedge} , c^{\wedge} sejam os novos preços após o surgimento de novas notícias, como indicadores de inflação, PIB, taxas de juros externos, etc.), a variação do preço do ativo é dada por:

$$r = \frac{F^{\wedge}}{F} - 1. \quad (3.2)$$

Utilizando a expansão de Taylor até a primeira ordem para $\ln(1+x)$, para x próximo de um, temos:

$$\ln(1+x) \cong x \Rightarrow r = \frac{F^{\wedge}}{F} - 1 \cong \ln\left(\frac{F^{\wedge}}{F}\right). \quad (3.4)$$

Por (3.1) e (3.4) segue que:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{F^{\wedge}}{F}\right) &= \ln\left(S^{\wedge} \frac{1 + \text{pré}^{\wedge}}{1 + c^{\wedge}} \frac{1}{S} \frac{1 + c}{1 + \text{pré}}\right) = \ln\left(\frac{S^{\wedge}}{S}\right) + \ln\left(\frac{1 + \text{pré}^{\wedge}}{1 + \text{pré}}\right) + \ln\left(\frac{1 + c}{1 + c^{\wedge}}\right) \\ &= \ln\left(\frac{S^{\wedge}}{S}\right) - \ln\left(\frac{PU^{\wedge}}{PU}\right) + \ln\left(\frac{PU^{\wedge}_{US\$}}{PU_{US\$}}\right) \cong r, \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde a relação entre o PU (Preço Unitário, preço de 1 contrato do ativo de uma determinada data, calculada de acordo com a remuneração do papel) e taxa de cupom cambial é dada por:

$$PU = \frac{1}{1+c} . \quad (3.6)$$

Observando (3.5) vemos que a variação do dólar futuro é influenciada pela variação do dólar à vista, da taxa pré e a do cupom cambial.

3.4.2) Decomposição do Título Público com correção cambial (papel cambial)

Para simplificar o exemplo, supomos um papel cambial sem cupom, ou seja, que não tenha fluxos de pagamentos intermediários.

O preço do papel cambial, na ausência de oportunidades de arbitragem, é dado por:

$$P = \frac{VF}{(1+c)} S , \quad (3.7)$$

onde:

P = valor presente do título cambial;

S = dólar à vista;

VF = valor de face ou de resgate;

c = taxa de cupom cambial com prazo igual ao do vencimento do título cambial.

Supondo que P^{\wedge} , S^{\wedge} e c^{\wedge} sejam os novos preços após o surgimento de novas notícias, a variação do preço do ativo é dado por:

$$\frac{P^{\wedge}}{P} - 1 \cong \ln\left(\frac{P^{\wedge}}{P}\right) \quad (3.8)$$

e de (3.7) e (3.8) segue que:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{P^{\wedge}}{P}\right) &= \ln\left(\frac{VF}{1+c^{\wedge}} S^{\wedge} \frac{1+c}{VF S}\right) = \ln\left(\frac{S^{\wedge}}{S}\right) + \ln\left(\frac{1+c}{1+c^{\wedge}}\right) \\ &= \ln\left(\frac{S^{\wedge}}{S}\right) + \ln\left(\frac{PU_{US\$}^{\wedge}}{PU_{US\$}}\right) . \end{aligned} \quad (3.9)$$

Observando (3.9) vemos que a variação do título cambial é influenciada pela variação do dólar à vista e a do cupom cambial.

3.4.3) Decomposição do Futuro de Ibovespa

Novamente, como nos exemplos anteriores, na ausência de oportunidades de arbitragem, o preço do ativo é dado por:

$$F = S(1 + Pr \acute{e}), \quad (3.10)$$

onde:

F = Valor do Futuro de Ibovespa;

S = Valor à vista (spot) do Ibovespa;

$pr \acute{e}$ = taxa pré com prazo igual ao do vencimento do Futuro de Ibovespa;

Supondo que F^{\wedge} , S^{\wedge} e $Pr \acute{e}^{\wedge}$ sejam os novos preços após o surgimento de novas notícias, a variação do preço do ativo é dado por:

$$\frac{F^{\wedge}}{F} - 1 \cong \ln\left(\frac{F^{\wedge}}{F}\right) \quad (3.11)$$

e de (3.10) e (3.11) segue que:

$$\ln\left(\frac{F^{\wedge}}{F}\right) = \ln\left(\frac{S^{\wedge} 1 + Pr \acute{e}^{\wedge}}{S 1 + Pr \acute{e}}\right) = \ln\left(\frac{S^{\wedge}}{S}\right) - \ln\left(\frac{PU^{\wedge}}{PU}\right), \quad (3.12)$$

onde $PU = \frac{1}{1 + Pr \acute{e}}$.

Observando (3.12) vemos que a variação Futuro de Ibovespa é influenciada pela variação do Índice à vista Bovespa (IBOVESPA) e pela taxa de juros para o prazo até o vencimento do contrato.

3.4.4) Opções

Para as opções, os principais FPRs que influenciam sua precificação são: preço do ativo-objeto e a volatilidade do ativo-objeto. As sensibilidades dos preços das opções às variações desses fatores são denominadas “gregas” (Hull, 2005). Assim, temos que o Delta é a variação do preço da opção em relação ao preço do ativo-objeto. O Gama de uma carteira de opções é a variação de seu delta, com relação ao ativo-objeto. O Vega é a variação do valor da opção com relação à volatilidade do ativo-objeto. Se o Vega for muito alto em termos absolutos, o valor da opção é muito sensível a pequenas mudanças na volatilidade. O Vega2, similar ao Gama, é a segunda derivada do preço em relação à volatilidade.

Para mensurar o risco de mercado das opções de compra utiliza-se a seguinte fórmula que é uma expansão de Taylor bivariada truncada (Shenk, 1984):

$$Call_t - Call_{t-1} = \text{delta}(S_t - S_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{gama}(S_t - S_{t-1})^2 + \text{vega}(\sigma_t - \sigma_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{vega}_2(\sigma_t - \sigma_{t-1})^2 \quad (3.13)$$

e para as opções de venda:

$$Put_t - Put_{t-1} = \text{delta}(S_t - S_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{gama}(S_t - S_{t-1})^2 + \text{vega}(\sigma_t - \sigma_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{vega}_2(\sigma_t - \sigma_{t-1})^2 \quad (3.14)$$

Os resultados obtidos valem para posições compradas em opções. Para posições vendidas, basta trocar o sinal do resultado. Analisamos as fórmulas acima, olhando separadamente os seus termos:

$$Call_t - Call_{t-1} = \text{Risco de Mercado para uma posição comprada em opção de compra;} \quad (3.15)$$

$$Put_t - Put_{t-1} = \text{Risco de Mercado para uma posição comprada em opção de venda;} \quad (3.16)$$

$$\text{delta}(S_t - S_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{gama}(S_t - S_{t-1})^2 = \text{Componente da fórmula referente ao risco de mercado do preço à vista (spot);} \quad (3.17)$$

$$\text{vega}(\sigma_t - \sigma_{t-1}) + \frac{1}{2} \text{vega}_2 (\sigma_t - \sigma_{t-1})^2 = \text{Componente da fórmula referente ao risco de mercado da volatilidade do ativo-objeto.} \quad (3.18)$$

Analisando as fórmulas (3.13) e (3.14), verifica-se que S (preço à vista) e σ (volatilidade) são FPR's para opções. Assim, dentro do conceito do teste de stress, devemos considerar cenários para os dois fatores, sendo que o número total de cenários de stress para as opções será igual ao produto dos números de cenários para os fatores S e σ .

Exemplificando, utilizando-se o modelo Garman-Kohlhagen (Hull, 1998) para precificação de compra de opção de compra de dólar do tipo européia (onde o exercício poderá ser efetuado apenas na data de vencimento do contrato), a função é definida como:

$$\text{Call} = f(S, X, T, \text{Pré}, c, \sigma) \quad , \quad (3.19)$$

onde:

Call = Preço da opção de compra;

S = Cotação do dólar a vista;

X = Preço do exercício (Strike);

T = Prazo para o vencimento da opção;

Pré = taxa de juros pré-fixada para o vencimento;

c = taxa de cupom cambial para o vencimento;

σ = volatilidade do preço do dólar a vista.

Supondo que Call^* , S^* , Pré^* , c^* e σ^* sejam os novos preços após o surgimento de novas notícias, a variação do preço do ativo é dado por:

$$\begin{aligned}
Call^{\wedge} - Call &\cong \text{delta}(S^{\wedge} - S) + \frac{1}{2} \text{gama}(S^{\wedge} - S)^2 + \text{rho}_1(\text{Pr } \hat{e} - \text{Pr } \acute{e}) + \text{rho}_2(c^{\wedge} - c) \\
&+ \text{vega}_1(\sigma^{\wedge} - \sigma) + \frac{1}{2} \text{vega}_2(\sigma^{\wedge} - \sigma)^2.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Observando (3.20), verifica-se que as variáveis S , $\text{Pr } \acute{e}$, c e σ são FPRs da opção de compra de dólar. O número total de cenários de stress para esta call será o produto de números de cenários de S , $\text{Pr } \acute{e}$, c e σ .

3.4.5) Processo de Decomposição do Financeiro de Ativos em seus FPRs - Mapeamento

Os FPR's Pré e Cupom Cambial são formados a partir da ETTJ (Estrutura a Termo das Taxas de Juros) simplesmente por serem curvas de juros. Devido à enorme complexidade e dificuldade de se criar cenários para cada dia dessa curva, padronizou-se, sem perda de generalidade e informações (pois em dois pontos consecutivos, os juros se alteram muito pouco, acrescentando poucas informações às variáveis), a adoção de vértices fixos de 21, 42, 63, ... representando informações de 1 mês subsequente à data base, 2 meses subsequente à data base, 3 meses subsequente à data base e assim por diante.

Na maioria das vezes, pode-se ter um ativo que contenha como FPR uma curva de juros, cujo vencimento não coincide com os vértices fixos. Exemplificando, supondo um ativo financeiro com 24 dias úteis até o vencimento, tendo como FPR a curva pré-fixada, pela ETTJ da curva pré-fixada, tem-se informações sobre dois vértices fixos mais próximos desses 24 dias: o de 21 e 42. Observando que 24 está mais próximo de 21 do que de 42, é de se esperar que a taxa de juros desse vencimento terá um comportamento mais similar ao do vértice 21 comparado com o vértice 42. Deve-se, portanto, distribuir o financeiro do ativo entre esses dois vértices fixos, sendo que uma proporção maior irá para o vértice mais próximo e uma proporção menor para o vértice mais afastado.

Para esse trabalho, para distribuir o financeiro, ou seja, mapear, utilizaremos o modelo linear onde os pesos da distribuição são inversamente

proporcionais às distâncias do prazo de vencimento com os vértices a serem mapeados, ou seja, quanto mais próximo o prazo de vencimento ao vértice, menor será sua distância e conseqüentemente maior será o financeiro mapeado para esse vértice. A adoção desse modelo se deve à sua simplicidade e fácil intuição em contraparte com outros modelos sofisticados onde apresentam resultados semelhantes, porém, a um custo computacionalmente mais alto.

A proporção calculada para essa distribuição, α (e $1-\alpha$) pode ser obtido através de:

$$\alpha = 1 - \frac{Dpz - Dv_1}{Dv_2 - Dv_1}, \quad (3.21)$$

onde:

α = proporção do valor financeiro que será alocado ao vértice imediatamente anterior ao prazo de vencimento (Dv_1);

$1-\alpha$ = proporção do valor financeiro que será alocado ao vértice imediatamente posterior ao prazo de vencimento (Dv_2);

Dpz = Prazo de vencimento do ativo;

Dv_1 = Número de dias que representa o vértice anterior ao prazo de vencimento;

Dv_2 = Número de dias que representa o vértice posterior ao prazo de vencimento;

Exemplificando, suponha um contrato DI Futuro, cujo valor presente seja de R\$100.000,00 e vencimento para 24 dias úteis. Os vértices mais próximos para esse prazo são de 21 e 42. Assim, o α calculado nesse exemplo é cerca de 85,71% e $1-\alpha$ é 14,29%, ou seja, R\$ 85.710,00 será mapeado para o vértice de 21 dias e R\$ 14.290,00 será mapeado para o vértice de 42 dias.

Decomposição de uma Carteira Hipotética em Fatores Primitivos de Risco

Para melhor compreender o processo de mapeamento, segue um exemplo de uma carteira hipotética a ser mapeada:

- Posição comprada em Título Cambial com o valor presente de R\$1.000.000,00 com prazo de vencimento para 150 dias úteis;
- Posição comprada em Futuro de Dólar com o valor presente de R\$500.000,00 com prazo de vencimento para 100 dias úteis;
- Posição comprada em Títulos Pré-Fixados com o valor presente de R\$3.000.000,00 com prazo de vencimento para 37 dias úteis;
- Posição vendida em Futuro Ibovespa com o valor presente de R\$800.000,00 com prazo de vencimento para 50 dias úteis;

Valor Presente	Du (Vcto)	Ativo Financeiro	Estrutura a Termo		Mercados à Vista	
			Pré	Cupom	Dólar	Bolsa
1.000.000,00	150	Títulos Dólar		+	+	
500.000,00	100	Futuro Dólar	-	+	+	
3.000.000,00	37	Títulos Pré	+			
-800.000,00	50	Futuro Ibovespa	+			-

Tabela 3.1 – Posições dos ativos da carteira seguido de seus FPR's

A tabela acima mostra as posições da carteira e os FPR's de cada ativo a serem mapeados. No caso do mapeamento dos FPR's de Estrutura a Termo como o Pré-Fixado e o Cupom Cambial, o mapeamento segue com o procedimento explicado anteriormente utilizando-se do parâmetro α (e $1 - \alpha$) para os vértices fixos vizinhos ao prazo de vencimento.

A próxima tabela indica o valor financeiro total já discretizados em seus devidos FPR's :

Pré			
Vértice	Valor		Total
1			
21	714.285,71		714.285,71
42	2.285.714,29	-495.238,10	1.790.476,19
63		-304.761,90	-304.761,90
84	-119.047,62		-119.047,62
105	-380.952,38		-380.952,38
126			
147			
168			
189			
210			
231			
252			

Cupom			
Vértice	Valor		Total
1			
21			
42			
63			
84	119.047,62		119.047,62
105	380952,381		380.952,38
126			
147	857.142,86		857.142,86
168	142.857,14		142.857,14
189			
210			
231			
252			

Dólar	Valor		Total
	1.000.000,00	500.000,00	1.500.000,00

Bolsa	Valor		Total
	-800.000,00		-800.000,00

Tabela 3.2 – Posições dos ativos da carteira decompostos em seus FPR's

3.5) Obtenção dos Cenários de Stress para os FPRs

Existem vários procedimentos para se estabelecer os cenários de stress. Os mais utilizados pelas instituições financeiras são os definidos pelo comitê interno (formado por analistas estratégicos e economistas) e os cenários disponibilizados pela BM&F (avaliados pela BM&F e outros participantes do mercado). Outra forma de obter cenários extremos é observando os retornos dos ativos historicamente, sendo esses extremos um indicativo do que poderia ocorrer em um próximo evento de crise. Nos próximos capítulos será abordado um procedimento para se obter esses cenários de forma quantitativa, através do método de Análise de Componentes Principais (ACP).

3.5.1) Discretização dos Cenários Otimistas e Pessimistas para a Obtenção de Cenários Intermediários

Como mencionado na Seção 2.8, o comitê da instituição financeira geralmente adota dois cenários opostos: um otimista e outro pessimista. Como há uma grande sensibilidade na mudança dos resultados utilizando-se da metodologia de análise de cenários, há a necessidade de discretizar os cenários otimista e pessimista em faixas graduais, obtendo assim cenários intermediários. Uma melhor análise dos resultados pode então ser obtida verificando as combinações entre esses cenários a fim de se observar as mudanças nas taxas de preços dos FPRs.

Para o trabalho, os cenários extremos serão transformados em 11 cenários, nomeados em $\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; +4; +5\}$ onde o cenário -5 é o mais pessimista, os negativos são os cenários pessimistas intermediários, o cenário +5 é o mais otimista, os positivos são os cenários otimistas intermediários e o cenário 0 é o atual com as taxas e preços do último mercado.

Para a obtenção destes cenários intermediários será calculado o valor para passar de um cenário para outro, que chamaremos de “passos” do valor extremo para chegar ao valor atual. O passo, considerado separadamente para os cenários

intermediários otimistas e pessimistas (pois os valores absolutos extremos não são necessariamente iguais) é calculado através de:

$$Passo = \left(\frac{Ved - Vee}{5} \right), \quad (3.22)$$

onde:

Ved = Valor extremo à direita;

Vee = Valor extremo à esquerda.

Exemplificando, para um cenário otimista onde a bolsa tem uma alta de 15% e uma queda no dólar de 10% temos:

$$Passo_{bolsa}^+ = \left(\frac{15\% - 0\%}{5} \right) = 3\% \quad (3.23)$$

$$Passo_{dólar}^+ = \left(\frac{-10\% - 0\%}{5} \right) = -2\% \quad (3.24)$$

e para um cenários pessimista, com uma queda na bolsa de 10% e uma alta no dólar de 15% temos:

$$Passo_{bolsa}^- = \left(\frac{0\% - (-10\%)}{5} \right) = 2\% \quad (3.25)$$

$$Passo_{dólar}^- = \left(\frac{0\% - 15\%}{5} \right) = -3\% \quad (3.26)$$

Com os passos, constroem-se os cenários intermediários para a bolsa e dólar, resultando na tabela abaixo:

Bolsa										
C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
-10%	-8%	-6%	-4%	-2%	0%	3%	6%	9%	12%	15%

Dólar										
C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
15%	12%	9%	6%	3%	0%	-2%	-4%	-6%	-8%	-10%

Tabela 3.3 – Variações da bolsa e dólar para os cenários

Como os FPRs Pré-Fixado e Cupom Cambial são ETTJ (Estrutura a Termo das Taxas de Juros), o procedimento é semelhante para se fazer a construção dos cenários intermediários. Como as taxas de juros são as variáveis aleatórias a serem analisadas, não é recomendável discretizar os PUs (Preços Unitários) equivalentes para cada taxa.

Tomando um exemplo de discretização para o FPR Pré-Fixado, a Tabela 3.3 mostra os vértices com suas respectivas taxas para os cenários pessimista, atual e otimista:

Pré			
Vértices	Cen. -5	Cen. 0	Cen. +5
21	12,75%	11,39%	10,06%
42	12,77%	11,30%	9,89%
63	12,79%	11,22%	9,72%
84	12,81%	11,12%	9,54%
105	12,85%	11,05%	9,39%
126	12,90%	10,99%	9,24%
189	13,13%	10,89%	8,89%
252	13,44%	10,85%	8,61%

Tabela 3.4 – Taxas pré-fixadas para os cenários C-5, C0 e C+5

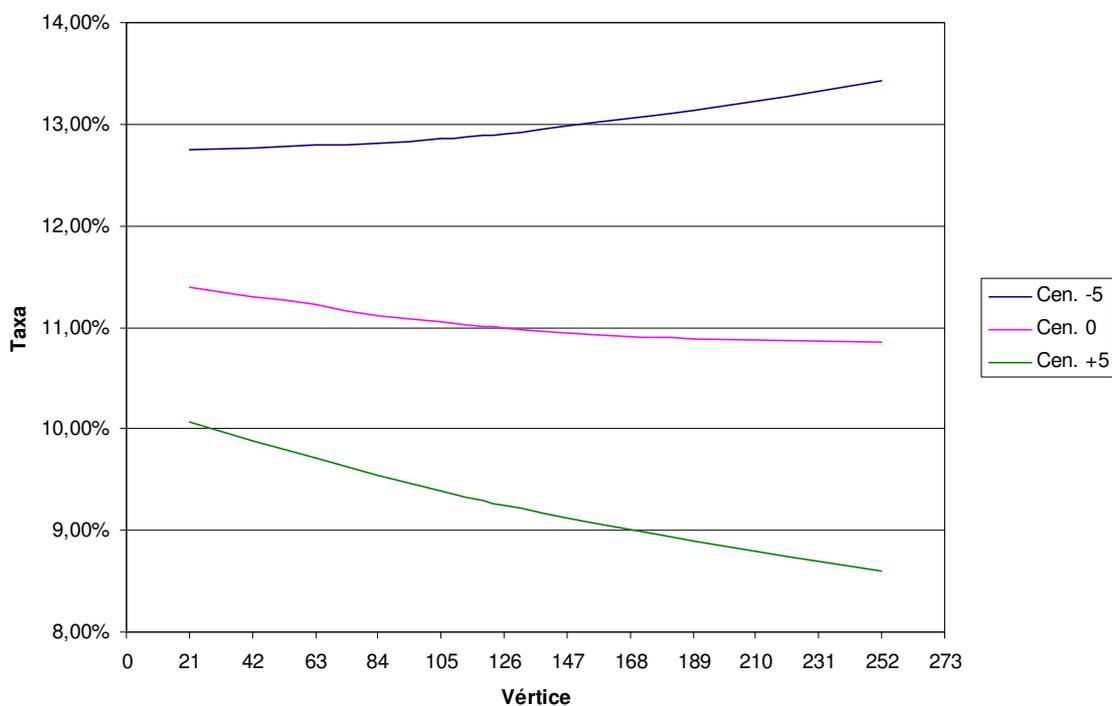


Gráfico 3.5 – Taxas pré-fixadas para os cenários C-5, C0 e C+5

Com os cenários extremos e o atual, obtêm-se os cenários intermediários da mesma forma como foi calculado no exemplo anterior, obtendo a seguinte tabela:

Vértice	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	12,75%	12,47%	12,20%	11,93%	11,66%	11,39%	11,12%	10,86%	10,59%	10,33%	10,06%
42	12,77%	12,47%	12,18%	11,89%	11,59%	11,30%	11,02%	10,73%	10,45%	10,17%	9,89%
63	12,79%	12,48%	12,16%	11,85%	11,53%	11,22%	10,92%	10,62%	10,32%	10,02%	9,72%
84	12,81%	12,47%	12,14%	11,80%	11,46%	11,12%	10,81%	10,49%	10,17%	9,86%	9,54%
105	12,85%	12,49%	12,13%	11,77%	11,41%	11,05%	10,72%	10,38%	10,05%	9,72%	9,39%
126	12,90%	12,52%	12,14%	11,75%	11,37%	10,99%	10,64%	10,29%	9,94%	9,59%	9,24%
189	13,13%	12,69%	12,24%	11,79%	11,34%	10,89%	10,49%	10,09%	9,69%	9,29%	8,89%
252	13,44%	12,92%	12,40%	11,89%	11,37%	10,85%	10,41%	9,96%	9,51%	9,06%	8,61%

Tabela 3.6 – Taxas pré-fixadas para os cenários intermediários

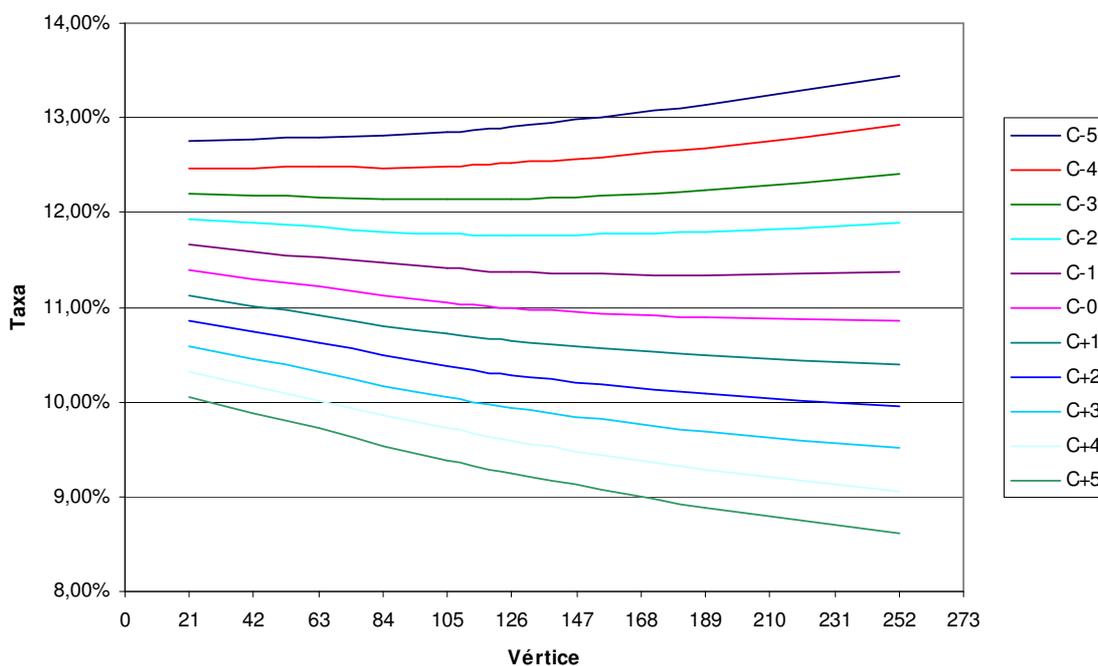


Gráfico 3.7 – Taxas pré-fixadas para os cenários intermediários

Assim, obtêm-se as variações de preços em relação aos valores atuais (o cálculo será explicada na seção 4.1.1) a partir das taxas da Tabela 3.6. Essas variações serão utilizadas para o cálculo das variações das posições da carteira que conterem ativos com FPR's Pré-Fixado.

Vértice	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	-0,10%	-0,08%	-0,06%	-0,04%	-0,02%	0,00%	0,02%	0,04%	0,06%	0,08%	0,10%
42	-0,22%	-0,17%	-0,13%	-0,09%	-0,04%	0,00%	0,04%	0,08%	0,13%	0,17%	0,21%
63	-0,35%	-0,28%	-0,21%	-0,14%	-0,07%	0,00%	0,07%	0,14%	0,20%	0,27%	0,34%
84	-0,50%	-0,40%	-0,30%	-0,20%	-0,10%	0,00%	0,09%	0,19%	0,29%	0,38%	0,48%
105	-0,67%	-0,54%	-0,40%	-0,27%	-0,13%	0,00%	0,13%	0,25%	0,38%	0,50%	0,63%
126	-0,85%	-0,68%	-0,51%	-0,34%	-0,17%	0,00%	0,16%	0,32%	0,48%	0,64%	0,80%
189	-1,49%	-1,20%	-0,90%	-0,60%	-0,30%	0,00%	0,27%	0,54%	0,82%	1,09%	1,37%
252	-2,28%	-1,83%	-1,38%	-0,92%	-0,46%	0,00%	0,41%	0,82%	1,23%	1,65%	2,07%

Tabela 3.8 – Variações dos preços em relação ao cenário atual

3.6) Determinação dos piores cenários relacionados às maiores perdas potenciais

A partir dos cenários obtidos como no exemplo da seção anterior, calcula-se o novo valor da carteira utilizando-se as variações dos preços e taxas em relação ao cenário atual, a fim de saber o valor da carteira para cada cenário simulado.

Recapitulando, primeiro alocou-se os valores financeiros dos ativos em FPRs que são os fatores que afetam o valor da carteira. Após o mapeamento, foram estabelecidos cenários do mais pessimista (C-5) ao mais otimista (C+5). Para cada cenário, foram calculados as novas taxas e preços dos FPRs e com eles obtêm-se as variações dos valores dos cenários em relação aos valores atuais (C0). Com essas informações, é fácil ter os novos valores financeiros dos FPRs para cada cenário simplesmente multiplicando o valor atual com a variação. Com eles, temos a seguinte tabela:

FPR	Resultados										
	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
Dólar	225.000	180.000	135.000	90.000	45.000	0	-30.000	-60.000	-90.000	-120.000	-150.000
Bolsa	80.000	64.000	48.000	32.000	16.000	0	-24.000	-48.000	-72.000	-96.000	-120.000
Pré	-409	-325	-243	-161	-80	0	106	212	317	421	525
Cupom	35.254	28.062	20.941	13.891	6.911	0	-10.839	-21.513	-32.024	-42.377	-52.575
Total	339.845	271.736	203.698	135.730	67.831	0	-64.733	-129.301	-193.707	-257.956	-322.050

Tabela 3.9 – Resultados dos valores mapeados em FPRs para os cenários

Com os valores da Tabela 3.9 pode-se, agora, fazer análises sobre os resultados obtidos. Caso o cenário C-5 se concretize, teremos um ganho na carteira com um valor aproximadamente de R\$ 339.845 (+225.000 +80.000 -409 +35.254). Caso seja o cenário otimista C+5, a carteira perderá um valor próximo de -R\$322.050 (-150.000 -120.000 +525 -52.575). Observa-se que para todos os cenários otimistas, o valor total dos resultados é negativo. Isso se deve ao fato de a carteira estar exposta em posição comprada (ativa) em dólar e vendida (passiva) em bolsa.

Tomando todos os resultados mais pessimistas para os FPR's como o C+5 para o Dólar, C+5 para a Bolsa, C-5 para o Pré-Fixado e C+5 para o Cupom, temos o pior resultado de todos, que será o risco de stress, com uma perda potencial de -R\$ 322.984 (-150.000 -120.000 -409 -52.575). Parece improvável ocorrer de as taxas pré-fixadas subirem e o dólar também, por exemplo, porém, como dito no Capítulo 2, em eventos de crises podem ocorrer quebras de correlações entre os ativos financeiros. Assim, nesse sentido, o cálculo do risco de stress é mais conservador ao estimar as perdas para essas combinações de cenários. A BM&F faz suas análises levando em conta os cálculos de risco para os mais diversos cenários. Assim, ela aumenta as margens de variações dos preços, aumentando assim a segurança de previsão de pior cenário.

Capítulo 4:

Análise de Componentes Principais (ACP) das Taxas de Juros (Yield Curve)

4.1) Estrutura a Termo das Taxas de Juros

A taxa de juros é uma das variáveis de maior interesse em Economia. O estudo de tal variável têm se constituído em uma das ferramentas mais importantes para subsidiar a condução da política monetária e desta forma, influenciar o desempenho da economia. Seu comportamento afeta a inflação, valor da taxa de câmbio, fluxo de recursos externos, dentre outros componentes econômicos.

A Estrutura a Termo das Taxas de Juros (ETTJ) representa taxas de juros para diversos vencimentos, com o objetivo de precificar ativos financeiros pré-fixados. A metodologia da estrutura consiste em criar uma curva de juros, tomando-se como base os negócios realizados na BM&F dos Contratos Futuros de Depósitos Interfinanceiros (DI Futuro).

4.1.1) DI Futuro

O ativo financeiro DI Futuro tem como objeto de negociação a taxa média acumulada do CDI (Certificado de Depósito Interbancário, títulos emitidos por instituições financeiras nas operações realizadas exclusivamente entre elas, geralmente negociados por um dia, estabelecendo assim o padrão da taxa média diária, que é utilizada como um referencial para os juros). A taxa tem o período compreendido entre a data de negociação (inclusive) e um dia útil anterior ao seu prazo de vencimento (sempre no 1º dia útil do mês). O derivativo DI Futuro possui a característica ainda de ter os 4 primeiros meses de vencimentos e a partir daí, os meses que dão início ao trimestre. Sua liquidação ocorre com o valor final de R\$100.000,00 e seu PU (Preço Unitário, preço de 1 contrato do ativo de uma

determinada data, calculada de acordo com a remuneração do papel) é obtido através da seguinte fórmula:

Como o valor final para liquidação é sempre R\$100.000,00 e o papel segue uma remuneração a juros compostos temos:

$$PU \times \left(1 + \frac{i}{100}\right)^{du/252} = 100.000 , \quad (4.1)$$

e assim segue que:

$$PU = \left(\frac{100.000}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{du/252}} \right) , \quad (4.2)$$

onde :

PU = Preço Unitário negociado no mercado;

i = taxa de juros expressa ao ano (base 252 du);

du = dias úteis a partir da data base de negociação do contrato até o vencimento.

Exemplo: Na data de 12/04/2007, um DI Futuro com vencimento em 02/07/2007 (55 dias úteis) é negociado no mercado a uma taxa pré-fixada de 12,31% ao ano. Seu preço unitário no dia 12/04/07 é dado por

$$PU = \left(\frac{100.000}{\left(1 + \frac{12,31}{100}\right)^{55/252}} \right) = 97.498,06 , \quad (4.3)$$

ou seja, caso comprássemos 1 contrato à taxa anual de mercado de 12,31%, pagaríamos R\$97.498,06 em 12/04/07 e receberíamos no vencimento R\$100.000,00.

Com os PU's dos DI's Futuro encontram-se as taxas pré-fixadas referentes a cada vencimento do papel. As variáveis de estudo não são necessariamente as

taxas nos vencimentos de cada papel e sim as taxas em dias fixados (geralmente, 1º dia útil do mês). Como estes, via de regra, ocorrem entre datas de dois vencimentos consecutivos, utiliza-se interpolação para encontrar as taxas nesses dias, denominadas vértices, que são as taxas em vencimentos específicos (geralmente, uma vez por mês). Os vértices são explorados na seção 4.3.

O site da BM&F (www.bmf.com.br), disponibiliza diariamente os PU's de todos os contratos negociados do ativo DI Futuro.

4.2) Taxa Spot – Variável de Estudo

A variável escolhida para este trabalho é a **taxa spot** (taxa de juros à vista) da curva de juros de títulos pré-fixadas *zero-cupom*, isto é, títulos com taxa pré-definida no mercado que não possuam pagamento de fluxos intermediários (cupons).

Para criar uma curva de juros pela ETTJ, é necessário calcular a taxa de juros de um contrato a partir do PU, obtida isolando a variável i da equação (4.2):

$$i = \left(\left(\frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{252}{d_u}} - 1 \right) \times 100 \quad (4.4)$$

Porém, verifica-se a necessidade de se obter taxas para os prazos onde não existam negócios para a obtenção da curva de juros, ou seja, não existem contratos de DI Futuro para esses prazos e para isso utiliza-se o método de interpolação exponencial, devido ao regime de capitalização composto aplicado ao juros do ativo e à larga utilização nas instituições financeiras.

O fator, definido como

$$fator(i, d_u) = \left(1 + \frac{i}{100} \right)^{\frac{d_u}{252}}, \quad (4.5)$$

leva um valor financeiro presente à um valor financeiro futuro a uma taxa de juros anualizada i , em d_u dias úteis.

Assim, com 2 contratos de DI Futuro com vencimentos adjacentes, o primeiro com uma taxa negociada no mercado por i_1 e prazo de vencimento de d_1 dias úteis e o segundo com uma taxa negociada por i_2 e prazo de vencimento de d_2 dias úteis, obtêm-se um fator interpolado para d_i dias úteis com $d_1 < d_i < d_2$ através de:

$$fator_{\text{int interpolado}} = \left(\left(1 + \frac{i_1}{100} \right)^{\frac{d_1}{252}} \times \frac{\left(\left(1 + \frac{i_2}{100} \right)^{\frac{d_2}{252}} \right)^{\frac{d_i - d_1}{d_2 - d_1}}}{\left(\left(1 + \frac{i_1}{100} \right)^{\frac{d_1}{252}} \right)} \right), \quad (4.6)$$

onde:

$fator_{\text{int interpolado}}$ = fator interpolado ao período de d_i dias úteis;

i_1 = taxa correspondente ao vértice imediatamente inferior a d_i ;

d_1 = prazo de i_1 , em dias úteis;

i_2 = taxa correspondente ao vértice imediatamente superior a d_i ;

d_2 = prazo de i_2 , em dias úteis;

d_i = prazo de i , em dias úteis.

Observando a fórmula temos que

$\left(1 + \frac{i_1}{100} \right)^{\frac{d_1}{252}}$ é o fator acumulado de d_1 dias úteis à taxa de i_1 , isto é, leva-se

um valor presente por d_1 dias úteis a uma taxa de i_1 ; com $\frac{\left(1 + \frac{i_2}{100} \right)^{\frac{d_2}{252}}}{\left(1 + \frac{i_1}{100} \right)^{\frac{d_1}{252}}}$ temos o

fator compreendido entre os períodos de d_1 e d_2 dias úteis. Porém, como o

interesse é encontrar o fator para o período em questão de d_i dias úteis, pondera-se o fator compreendido entre d_1 e d_2 dias úteis elevado a $\frac{d_i-d_1}{d_2-d_1}$, lembrando que o regime é de juros compostos. Isso pode ser visualizado através da figura abaixo:

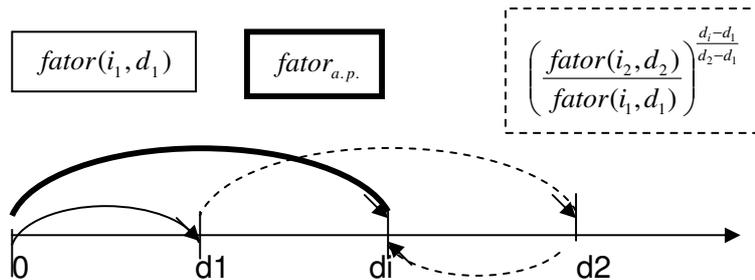


Figura 4,1: Esquema para a interpolação

O $fator_{\text{interpulado}}$ obtido é o fator que levará o valor financeiro presente ao valor financeiro futuro em d_i dias úteis a uma taxa $i_{a.p.}$ (ao período de d_i dias úteis). Para obter a taxa a.a.(ao ano) do $fator_{\text{interpulado}}$ na base 252 dias úteis, imitando a padronização adotada pela BM&F, em analogia com (4.4) utiliza-se:

$$i_{a.a.} = \left(\left(fator_{\text{interpulado}} \right)^{\left(\frac{252}{d_i} \right)} - 1 \right) \times 100 , \quad (4.7)$$

em que,

$i_{a.a.}$ = taxa de juros anualizado na base de 252 dias úteis;

$fator_{\text{interpulado}}$ = fator interpolado ao período de d_i dias úteis;

d_i = prazo de i , em dias úteis.

4.3) Aplicação da ACP dentro do contexto de Finanças

4.3.1) Variâncias e Covariâncias das Variáveis

Por não haver a necessidade de se estudar os 252 pontos da curva (já que em dois pontos consecutivos os juros se alteram muito pouco, acrescentando poucas informações às variáveis) trabalharemos com “vértices” da curva, representando os meses subsequentes à data base (pois com diferenças de 1 mês a cada vértice, há alteração significativa entre as taxas de juros). Os vértices mais comuns padronizados no mercado financeiro são

(21,42,63,84,105,126,147,168,189,210,231,252),

e as taxas de juros spot nesses vértices serão as nossas variáveis de estudo.

O vértice de 21 dias úteis representa 1 mês subsequente à data base, o vértice de 42 dias úteis representa 2 meses e assim por diante.

É fácil aceitar que as taxas de juros têm componentes estocásticos. Desse modo iremos modelar cada uma delas como sendo composto por um termo determinístico (podendo ser uma tendência ou um *drift*) e um termo aleatório, ou seja,

$$g_i \equiv df_i = \mu_i dt + \sigma_i dz_i \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (4.8)$$

onde μ_i é o parâmetro de tendência ou drift, σ_i é o desvio-padrão de g_i e dz_i é a componente aleatória com distribuição normal de média 0 e variância 1.

Como mencionado anteriormente adotamos 12 vértices para diferentes períodos no decorrer de 1 ano, portanto $n=12$.

Para a mesma variável g_i , realizações de dz_i em diferentes momentos de tempo são assumidas independentes entre si, ou seja, os incrementos $dz_i(t_1)$ e $dz_i(t_2)$ são independentes em momentos diferentes. Isto implica

$$E(dz_i(t_1), dz_i(t_2)) = 0. \quad (4.9)$$

Porém, para dois vértices diferentes, g_i e g_j para $i \neq j$, os incrementos dz_i e dz_j são correlacionadas em um mesmo instante de tempo t , ou seja

$$E(dz_i(t), dz_j(t)) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}(t), \quad (4.10)$$

onde ρ_{ij} é a correlação entre as taxas dos vértices i e j , $i \neq j$

Analisando as covariâncias e omitindo o termo de dependência em t (para simplificar a notação),

$$\text{cov}(df_i df_j) = E(df_i df_j) - E(df_i)E(df_j), \quad (4.11)$$

mas

$$E(df_i) = E(\mu_i dt + \sigma_i dz_i) = E(\mu_i dt) + E(\sigma_i dz_i) = \mu_i dt, \quad (4.12)$$

pois o 1º termo é não estocástico e dz_i possui média igual a 0. No cálculo das variâncias, quanto aos termos em dt^2 ou de ordem maior que dt , pelas regras de cálculos são muito pequenos e podem ser desprezados.

Vamos assumir $\mu_i = 0$, pois sendo um termo determinístico pode-se anular o seu efeito através de um *hedge*. Portanto, voltando a (4.11) temos

$$\text{cov}(df_i df_j) = E(df_i df_j), \quad (4.13)$$

e de (4.10) e (4.13) segue que

$$E(df_i df_j) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} dt, \text{ se } i \neq j \quad (4.14)$$

e
$$E(df_i df_i) = \text{var}(df_i) = \sigma_i^2 dt, \text{ pois } \rho_{ii} = 1. \quad (4.15)$$

4.3.2) Análise de Componentes Principais (ACP)

O objetivo principal da Análise de Componentes Principais (para maiores detalhes veja Johnson & Wichern) é obter um número de combinações lineares de um conjunto de variáveis que seja suficientemente explicativa, ou seja, que basta umas poucas combinações lineares para que juntas tenham uma soma das variâncias bem próximas da soma das variâncias originais.

Seja um vetor aleatório $\mathbf{X} \in R^n$, com média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de variância-covariância $\boldsymbol{\Sigma}$ e seja $\mathbf{A} \in R^{n \times m}$ uma matriz de transformações lineares. Quer-se escolher $\mathbf{A}=[\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \dots \mathbf{A}_n]$ tal que considerando apenas alguns elementos do vetor combinações lineares $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \mathbf{X}$, as variâncias desses elementos sejam capazes de dar explicação bem alta das somas das variâncias de $\boldsymbol{\Sigma}$, ou seja, se aproxime ao traço de $\boldsymbol{\Sigma}$.

É sabido que:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(\mathbf{Y}) &= E(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^t) - E(\mathbf{Y})E(\mathbf{Y}^t) \\
 &= E(\mathbf{A}^t \mathbf{X} (\mathbf{A}^t \mathbf{X})^t) - E(\mathbf{A}^t \mathbf{X}) E((\mathbf{A}^t \mathbf{X})^t) \\
 &= E(\mathbf{A}^t \mathbf{X} \mathbf{X}^t \mathbf{A}) - E(\mathbf{A}^t \mathbf{X}) E(\mathbf{X}^t \mathbf{A}) \\
 &= \mathbf{A}^t E(\mathbf{X} \mathbf{X}^t) \mathbf{A} - \mathbf{A}^t E(\mathbf{X}) E(\mathbf{X}^t) \mathbf{A} \\
 &= \mathbf{A}^t (E(\mathbf{X} \mathbf{X}^t) - E(\mathbf{X}) E(\mathbf{X}^t)) \mathbf{A} \\
 &= \mathbf{A}^t \text{Var}(\mathbf{X}) \mathbf{A} \\
 &= \mathbf{A}^t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A} .
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

O Teorema da Decomposição Espectral (para maiores detalhes veja Hoffman & Kunze) permite decompor uma matriz simétrica $\boldsymbol{\Sigma}$ em uma matriz diagonal $\boldsymbol{\Lambda}$ composta dos autovalores λ_i de $\boldsymbol{\Sigma}$ e uma matriz \mathbf{P} composta pelos autovetores ortonormais \mathbf{P}_i , representado por

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{P} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{P}^t , \tag{4.17}$$

com $\mathbf{P}^t = \mathbf{P}^{-1}$ e onde:

$\boldsymbol{\Sigma}$ é a matriz de variâncias – covariâncias ,

\mathbf{P} é a matriz ortonormal cujas colunas são formadas pelos autovetores de $\boldsymbol{\Sigma}$ associados a λ_i , $i = 1, 2, \dots, n$,

$\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz diagonal formada pelos autovalores de $\boldsymbol{\Sigma}$, isto é,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Então,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Entre os autovalores de Σ é habitual no processo de Análise de Componentes Principais permutar-se as colunas de \mathbf{P} de modo a ter-se

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n, \quad (4.19)$$

onde $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \dots \mathbf{P}_n]$ com

\mathbf{P}_1 é o autovetor associado a λ_1 ,

\mathbf{P}_2 é o autovetor associado a λ_2

e assim sucessivamente para os n autovetores e autovalores.

Escolhendo-se \mathbf{A} de tal forma que $\mathbf{Y} = \mathbf{A}'\mathbf{X}$ preserve ao máximo as variâncias de Σ , com as restrições $\mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j = 0$ para $i \neq j$ (para garantir que cada coordenada \mathbf{Y}_i explore componentes diferentes da soma das variâncias de Σ) obtêm-se assim uma matriz cujos vetores são ortogonais entre si. Pela arbitrariedade da escolha do comprimento do vetor \mathbf{Y}_i escolhemos $\|\mathbf{A}_i\| = 1$, onde $\|\cdot\|$ denota a norma euclidiana, resultando em \mathbf{A} ser uma matriz com componentes ortonormais. Reçamos então no Teorema da Decomposição Espectral que permite concluir $\mathbf{A} = \mathbf{P}$. Desta forma,

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbf{Y}) &= \text{Var}(\mathbf{A}'\mathbf{X}) \\ &= \mathbf{A}'\Sigma\mathbf{A} = \mathbf{A}'\mathbf{P}\Lambda\mathbf{P}'\mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{P}'\mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}'\mathbf{P} \\
&= \mathbf{\Lambda} \\
&= \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}. \quad (4.20)
\end{aligned}$$

Isto significa que

$$Var(\mathbf{Y}_1) = Var(\mathbf{P}_1' \mathbf{X}) = \lambda_1,$$

$$Var(\mathbf{Y}_2) = Var(\mathbf{P}_2' \mathbf{X}) = \lambda_2,$$

...

$$Var(\mathbf{Y}_n) = Var(\mathbf{P}_n' \mathbf{X}) = \lambda_n,$$

e $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_n$ são independentes.

Note que a soma das variâncias da diagonal de $\mathbf{\Sigma}$ é igual à soma das variâncias da matriz $\mathbf{\Lambda}$, pois:

$$tr(\mathbf{\Sigma}) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad \text{onde } \sigma_i^2 = Var(X_i), i=1, \dots, n,$$

e da propriedade do traço de matrizes quadradas $tr(\mathbf{AB}) = tr(\mathbf{BA})$ temos, por (4.17),

$$\begin{aligned}
tr(\mathbf{\Sigma}) &= tr(\mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}') = tr(\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}'\mathbf{P}) = tr(\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}) \\
&= tr(\mathbf{\Lambda}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad i=1, \dots, n, \quad (4.21)
\end{aligned}$$

e assim, vemos que $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i$.

Podemos então concluir que $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{P}_1' \mathbf{X}$ dá uma proporção de explicação das variâncias em $\mathbf{\Sigma}$ de $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}$,

$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{P}_1^t \mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}_2 = \mathbf{P}_2^t \mathbf{X}$ juntas dão uma proporção de explicação das variâncias em Σ de $\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}$, e assim sucessivamente. Com isso, pode-se escolher o número de componentes principais, que juntas dêem uma explicação aceitável das variâncias de Σ , ou seja, consideramos um número de primeiras componentes principais de modo que a porcentagem de explicação das variâncias de Σ seja suficientemente alta e aceitável.

4.3.3) Aplicação da ACP na ETTJ

Vamos transformar \mathbf{G} , o vetor composto pelas variáveis g_i de (4.8), em um vetor \mathbf{Y} ,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \mathbf{G} \quad , \quad (4.22)$$

e como explicado na seção anterior, escolhe-se $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \dots \mathbf{A}_n]$ de modo que a soma das variâncias de $Var(\mathbf{Y})$ seja igual à soma das variâncias de $Var(\mathbf{G})$, com

$$\sum_{k=1}^n a_{ks} a_{kr} = 0 \quad \text{para } s \neq r \quad , \quad (4.23)$$

onde $\mathbf{A} = (a_{ij})$, impondo a restrição de ortogonalidade dos vetores-colunas de \mathbf{A} .

Então, de (4.22),

$$\mathbf{y}_s = \sum_{k=1}^n a_{ks} g_k \quad , \quad (4.24)$$

em palavras, \mathbf{y}_s é uma combinação linear dos juro dos vértices, $s = 1, 2, \dots, n$.

Juntando com a restrição

$$\sum_{k=1}^n a_{ks} a_{kr} = 1 \quad \text{para } s = r \quad , \quad (4.25)$$

impõe-se assim a ortonormalidade dos vetores colunas de \mathbf{A} e consequentemente

$$\mathbf{A}^t \mathbf{A} = \mathbf{I} \Leftrightarrow \mathbf{A}^t = \mathbf{A}^{-1} . \quad (4.26)$$

Como

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \mathbf{G}$$

por (4.26) temos

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{G} \Leftrightarrow \mathbf{A} \mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{G} \Leftrightarrow \mathbf{A} \mathbf{Y} = \mathbf{I} \mathbf{G} \Leftrightarrow \mathbf{G} = \mathbf{A} \mathbf{Y} . \quad (4.27)$$

ou

$$\mathbf{g}_j = \sum_s a_{js} y_s . \quad (4.28)$$

De (4.14), (4.15) e (4.28) temos

$$\text{cov}(df_i, df_j) = E(df_i df_j) = E\left(\left(\sum_s a_{is} y_s\right)\left(\sum_r a_{jr} y_r\right)\right) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} dt \quad (4.29)$$

e

$$\text{var}(df_i) = E(df_i)^2 = E\left(\left(\sum_s a_{is} y_s\right)^2\right) = E\left(\sum_s \sum_r a_{is} a_{ir} y_s y_r\right). \quad (4.30)$$

Apresentando uma interpretação geométrica, vamos considerar um vetor Vg de dimensão n de componentes Vg_i

$$Vg = \begin{pmatrix} Vg_1 \\ Vg_2 \\ \vdots \\ Vg_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 dz_1 \\ \sigma_2 dz_2 \\ \vdots \\ \sigma_n dz_n \end{pmatrix}, \quad (4.31)$$

o comprimento de Vg é dado por

$$\begin{aligned} L(Vg) &:= \sum_j \sigma_j^2 = \sum_j (E(g_j^2) - E(g_j)^2) \\ &= \sum_j E(df_j^2) = E \sum_j (df_j^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E\left(\sum_j \sum_s \sum_r a_{js} a_{jr} y_s y_r\right) \\
&= E\left(\sum_s \sum_r \left(\sum_j (a_{js} a_{jr} y_s y_r)\right)\right) \\
&= E\left(\sum_s \sum_r y_s y_r \left(\sum_j a_{js} a_{jr}\right)\right). \tag{4.32}
\end{aligned}$$

Agora, com as restrições da ortonormalidade da matriz \mathbf{A} dadas em (4.23) e (4.25), por (4.32) $L(Vg)$ é simplificada para

$$L(Vg) = E\left(\sum_j y_j y_j\right) = \sum_j E(y_j^2) = \sum_j \sigma_j^2. \tag{4.33}$$

Vamos escrever as variáveis y_s como

$$y_s = \mu_s dt + \sigma_{y_s} dz_s, \quad s = 1, 2, \dots, n. \tag{4.34}$$

Como estamos assumindo as partes determinísticas de g nulas vamos ter que $\mu_s = 0$. Só há então as componentes aleatórias. Tais y_s compõem o vetor $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \mathbf{G}$ com \mathbf{A} uma matriz ortonormal como discutido anteriormente. Então a matriz de variâncias-covariâncias de \mathbf{Y} é diagonal, que denotamos por $\mathbf{\Lambda}$, ou seja,

$$Var(\mathbf{Y}) = \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}, \tag{4.35}$$

onde λ_i é a variância de y_i para $i = 1, 2, \dots, n$. e o comprimento de Vy é dado por:

$$L(Vy) = \sum_{j=1}^n Var(y_j) = \sum_{j=1}^n \lambda_j$$

Voltando para (4.33), segue que

$$L(Vg) = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 = \sum_{j=1}^n \lambda_j \tag{4.36}$$

Podemos dar uma interpretação geométrica a transformação **A**. Ela rotaciona o vetor coluna original V_g em um novo vetor coluna V_y cujos componentes são os desvios padrões $\sqrt{\lambda_{i's}}$ das variáveis $y_{i's}$ multiplicadas pelos incrementos independentes brownianos $dw_{i's}$:

$$V_y = \begin{pmatrix} \sigma_{y_1} dz_1 \\ \sigma_{y_2} dz_2 \\ \vdots \\ \sigma_{y_n} dz_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} dw_1 \\ \sqrt{\lambda_2} dw_2 \\ \vdots \\ \sqrt{\lambda_n} dw_n \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

De (4.36) segue-se $L(V_g) = L(V_y)$, que significa os comprimentos dos dois vetores são preservados.

Passamos então de uma estrutura de juros g para outra y , com a nova estrutura apresentando uma matriz de variâncias-covariâncias diagonal. Isso traduz em podermos dizer que com a componente y_s temos uma proporção de

$\frac{\lambda_s}{\sum_{j=1}^n \lambda_j}$ de explicação das variâncias originais e que para duas componentes

distintas de \mathbf{y} consideradas conjuntamente a contribuição obtida na explicação da variância é aditiva.

No próximo capítulo, através da simulação mostra-se que com poucas primeiras componentes principais pode-se chegar a porcentagem bem alta de explicação das variâncias da estrutura de juros originais. Tipicamente com 3 componentes principais alcança-se porcentagem acima dos 95%.

Capítulo 5:

Implementação da ACP

5.1) Dados utilizados na análise

As variáveis de interesse do trabalho são os juros spot padrão exponencial na base 252 dias úteis para os seguintes vértices: 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, 210, 231 e 252, representando os dias úteis após a data base em questão. A janela de dados utilizados para a análise são 252 dias úteis de mercado compreendidos entre 26-jul-2006 a 25-jul-2007.

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
26/jul/06	14,63%	14,53%	14,45%	14,40%	14,37%	14,37%	14,37%	14,37%	14,39%	14,40%	14,42%	14,45%
27/jul/06	14,64%	14,54%	14,47%	14,44%	14,42%	14,42%	14,42%	14,42%	14,44%	14,46%	14,47%	14,50%
28/jul/06	14,64%	14,53%	14,48%	14,43%	14,40%	14,41%	14,41%	14,41%	14,42%	14,43%	14,44%	14,47%
31/jul/06	14,63%	14,53%	14,48%	14,43%	14,40%	14,41%	14,41%	14,41%	14,43%	14,45%	14,46%	14,49%
01/ago/06	14,63%	14,52%	14,46%	14,43%	14,41%	14,42%	14,42%	14,43%	14,45%	14,47%	14,49%	14,52%
02/ago/06	14,63%	14,52%	14,47%	14,44%	14,41%	14,41%	14,42%	14,43%	14,44%	14,45%	14,46%	14,49%
03/ago/06	14,63%	14,51%	14,47%	14,43%	14,39%	14,40%	14,41%	14,41%	14,42%	14,42%	14,44%	14,47%
04/ago/06	14,63%	14,50%	14,45%	14,41%	14,38%	14,38%	14,38%	14,39%	14,39%	14,39%	14,40%	14,43%
07/ago/06	14,61%	14,49%	14,43%	14,40%	14,37%	14,36%	14,35%	14,35%	14,35%	14,36%	14,37%	14,40%
08/ago/06	14,57%	14,47%	14,41%	14,38%	14,36%	14,34%	14,33%	14,33%	14,33%	14,32%	14,33%	14,35%
09/ago/06	14,58%	14,46%	14,42%	14,38%	14,36%	14,35%	14,34%	14,34%	14,34%	14,34%	14,35%	14,36%
10/ago/06	14,56%	14,44%	14,39%	14,36%	14,35%	14,34%	14,34%	14,34%	14,34%	14,34%	14,34%	14,36%
11/ago/06	14,55%	14,45%	14,41%	14,37%	14,34%	14,33%	14,32%	14,32%	14,33%	14,33%	14,34%	14,36%
14/ago/06	14,54%	14,45%	14,41%	14,36%	14,34%	14,33%	14,33%	14,33%	14,33%	14,34%	14,35%	14,37%
15/ago/06	14,54%	14,44%	14,39%	14,35%	14,33%	14,31%	14,30%	14,30%	14,30%	14,30%	14,31%	14,33%
...
04/jul/07	11,69%	11,57%	11,45%	11,37%	11,26%	11,18%	11,10%	11,03%	10,98%	10,94%	10,91%	10,89%
05/jul/07	11,66%	11,58%	11,44%	11,36%	11,25%	11,16%	11,08%	11,02%	10,97%	10,93%	10,90%	10,87%
06/jul/07	11,63%	11,53%	11,41%	11,32%	11,20%	11,11%	11,03%	10,97%	10,91%	10,86%	10,81%	10,77%
10/jul/07	11,60%	11,50%	11,40%	11,30%	11,19%	11,11%	11,03%	10,97%	10,92%	10,87%	10,83%	10,80%
11/jul/07	11,56%	11,47%	11,36%	11,27%	11,17%	11,09%	11,00%	10,94%	10,89%	10,84%	10,80%	10,77%
12/jul/07	11,53%	11,44%	11,33%	11,23%	11,13%	11,04%	10,95%	10,89%	10,83%	10,78%	10,74%	10,71%
13/jul/07	11,50%	11,42%	11,32%	11,22%	11,12%	11,03%	10,95%	10,88%	10,82%	10,77%	10,73%	10,70%
16/jul/07	11,48%	11,40%	11,31%	11,21%	11,12%	11,03%	10,95%	10,89%	10,84%	10,79%	10,76%	10,73%
17/jul/07	11,45%	11,38%	11,28%	11,18%	11,09%	11,00%	10,93%	10,87%	10,82%	10,77%	10,74%	10,70%
18/jul/07	11,42%	11,35%	11,25%	11,14%	11,05%	10,97%	10,90%	10,84%	10,79%	10,75%	10,72%	10,69%
19/jul/07	11,38%	11,32%	11,23%	11,14%	11,07%	11,00%	10,93%	10,89%	10,85%	10,81%	10,79%	10,76%
20/jul/07	11,39%	11,31%	11,23%	11,14%	11,07%	11,00%	10,94%	10,90%	10,86%	10,83%	10,81%	10,79%
23/jul/07	11,38%	11,31%	11,22%	11,13%	11,05%	10,99%	10,94%	10,90%	10,87%	10,84%	10,82%	10,81%
24/jul/07	11,39%	11,30%	11,22%	11,13%	11,06%	10,99%	10,95%	10,91%	10,89%	10,87%	10,86%	10,85%
25/jul/07	11,39%	11,30%	11,22%	11,12%	11,05%	10,99%	10,94%	10,91%	10,89%	10,87%	10,86%	10,86%

Tabela 5.1 – Dados dos 252 dias

5.2) Hipótese inicial para os dados

A hipótese inicial para o trabalho é utilizar séries de dados estacionárias. Graficamente, observa-se que as séries das taxas de juros não são estacionárias (para maiores detalhes sobre séries temporais veja Morettin e Toloí – Análise de Séries Temporais):

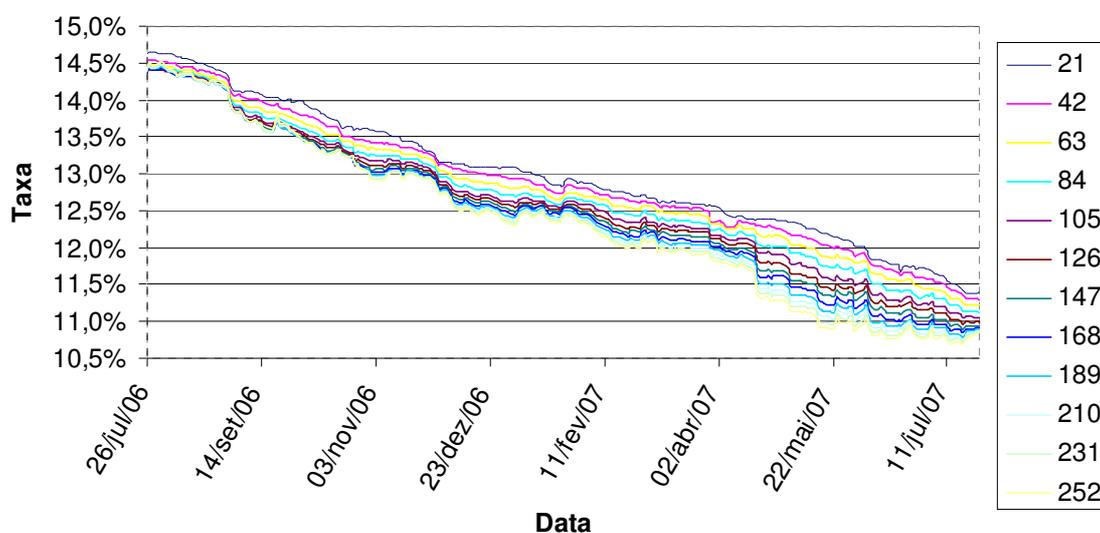


Gráfico 5.2 –Taxas de Juros

Assim, fez-se o teste da raiz unitária utilizando-se de conceitos econométricos (Wooldridge, 2006). Os resultados obtidos indicaram que as taxas de juros não são estacionárias.

Com isso, foram retiradas de todas as séries as suas tendências simplesmente fazendo as primeiras diferenças. Obtivemos, deste modo, séries de dados estacionárias, às quais aplicamos a metodologia da ACP discutida nos capítulos anteriores.

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
27/jul/06	0,01%	0,01%	0,02%	0,03%	0,05%	0,05%	0,05%	0,05%	0,05%	0,05%	0,05%	0,05%
28/jul/06	0,00%	-0,01%	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%
31/jul/06	-0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%
01/ago/06	0,00%	0,00%	-0,02%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%
02/ago/06	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,03%	-0,03%
03/ago/06	0,00%	-0,01%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%
04/ago/06	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%
07/ago/06	-0,02%	-0,01%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,03%	-0,04%
08/ago/06	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,05%
09/ago/06	0,01%	-0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
10/ago/06	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%
11/ago/06	0,00%	0,01%	0,02%	0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%
14/ago/06	-0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
15/ago/06	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,04%
16/ago/06	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%
...
04/jul/07	-0,02%	0,00%	0,01%	0,03%	0,03%	0,03%	0,05%	0,06%	0,07%	0,09%	0,10%	0,11%
05/jul/07	-0,03%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
06/jul/07	-0,03%	-0,05%	-0,03%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,06%	-0,08%	-0,09%	-0,10%
10/jul/07	-0,03%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,03%
11/jul/07	-0,04%	-0,03%	-0,04%	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%
12/jul/07	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,05%	-0,06%	-0,06%	-0,06%
13/jul/07	-0,03%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
16/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%
17/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%
18/jul/07	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,03%	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%
19/jul/07	-0,04%	-0,03%	-0,02%	0,00%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%	0,07%	0,08%
20/jul/07	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%
23/jul/07	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%
24/jul/07	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,03%	0,04%	0,04%
25/jul/07	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.3 – Séries de dados estacionárias dos vértices

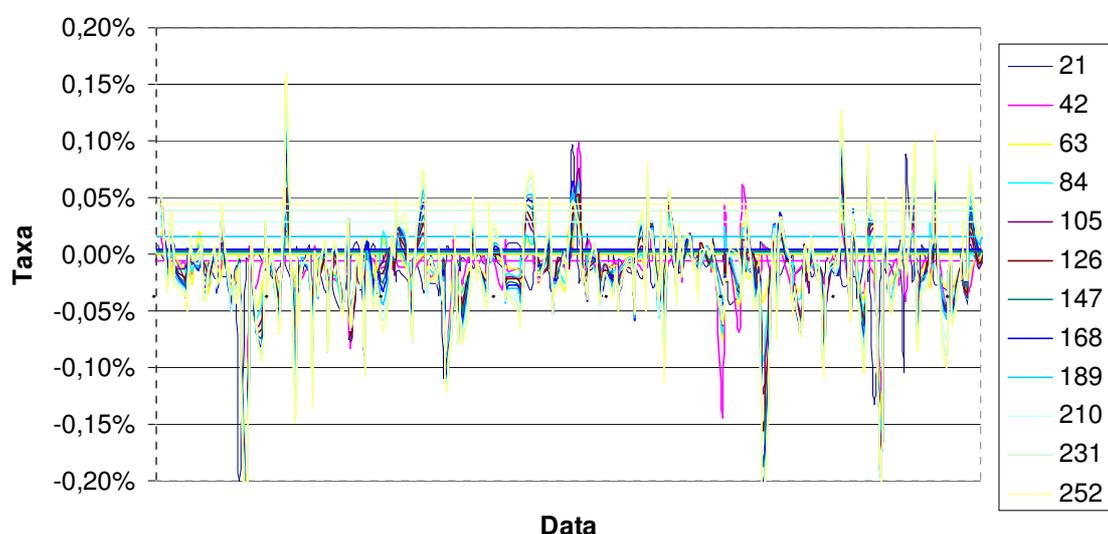


Gráfico 5.4 –Taxas de Juros com defasagem

Repetindo o teste para essas séries, os resultados mostraram que são estacionárias.

5.3) Cálculo das médias das taxas de juros dos vértices

Para cada vértice foi calculada uma média dos dados apresentados na Tabela 5.5. Essas médias serão utilizadas para centralizar as taxas originais da Tabela 5.3.

Vért.	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
Médias	-0,013%	-0,013%	-0,013%	-0,014%	-0,014%	-0,014%	-0,014%	-0,014%	-0,014%	-0,015%	-0,015%	-0,015%

Tabela 5.5– Médias das taxas de juros para cada vértice

5.4) Valores Centrados: Taxas de juros originais subtraídas das médias

Subtraindo as taxas originais pelas médias, obtêm-se uma tabela composta pelos valores centrados.

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
27/jul/06	0,02%	0,03%	0,03%	0,05%	0,06%	0,06%	0,06%	0,06%	0,07%	0,07%	0,07%	0,07%
28/jul/06	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,02%
31/jul/06	0,00%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%
01/ago/06	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,04%	0,05%
02/ago/06	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
03/ago/06	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
04/ago/06	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%
07/ago/06	-0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%
08/ago/06	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,03%
09/ago/06	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
10/ago/06	-0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
11/ago/06	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%
14/ago/06	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%
15/ago/06	0,01%	0,00%	-0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%
...
05/jul/07	-0,01%	0,02%	0,00%	0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%
06/jul/07	-0,01%	-0,03%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,06%	-0,08%	-0,08%
10/jul/07	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%
11/jul/07	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%
12/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,05%
13/jul/07	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%
16/jul/07	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,04%	0,05%
17/jul/07	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	-0,01%
18/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%
19/jul/07	-0,03%	-0,02%	0,00%	0,01%	0,03%	0,04%	0,05%	0,05%	0,06%	0,08%	0,08%	0,09%
20/jul/07	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,04%
23/jul/07	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%
24/jul/07	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%
25/jul/07	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%

Tabela 5.6 – Valores centralizados: taxas de juros subtraídas das médias da Tabela 5.5 para cada vértice

5.5) Matriz de Variâncias-Covariâncias

Com os dados obtidos na Tabela 5.6, calcula-se a matriz de variâncias-covariâncias:

Vértices	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
21	5,5E-08	4,4E-08	3,8E-08	4,1E-08	4,4E-08	4,4E-08	4,4E-08	4,4E-08	4,5E-08	4,5E-08	4,8E-08	4,9E-08
42	4,4E-08	6,1E-08	5,0E-08	5,1E-08	5,5E-08	5,6E-08	5,6E-08	5,7E-08	5,8E-08	6,1E-08	6,5E-08	6,8E-08
63	3,8E-08	5,0E-08	5,5E-08	5,7E-08	6,1E-08	6,5E-08	6,8E-08	7,1E-08	7,4E-08	7,7E-08	8,1E-08	8,5E-08
84	4,1E-08	5,1E-08	5,7E-08	7,1E-08	7,7E-08	8,2E-08	8,6E-08	9,1E-08	9,4E-08	9,9E-08	1,0E-07	1,1E-07
105	4,4E-08	5,5E-08	6,1E-08	7,7E-08	9,0E-08	9,7E-08	1,0E-07	1,1E-07	1,1E-07	1,2E-07	1,3E-07	1,3E-07
126	4,4E-08	5,6E-08	6,5E-08	8,2E-08	9,7E-08	1,1E-07	1,2E-07	1,2E-07	1,3E-07	1,4E-07	1,4E-07	1,5E-07
147	4,4E-08	5,6E-08	6,8E-08	8,6E-08	1,0E-07	1,2E-07	1,3E-07	1,4E-07	1,4E-07	1,5E-07	1,6E-07	1,7E-07
168	4,4E-08	5,7E-08	7,1E-08	9,1E-08	1,1E-07	1,2E-07	1,4E-07	1,5E-07	1,6E-07	1,7E-07	1,8E-07	1,9E-07
189	4,5E-08	5,8E-08	7,4E-08	9,4E-08	1,1E-07	1,3E-07	1,4E-07	1,6E-07	1,7E-07	1,8E-07	1,9E-07	2,0E-07
210	4,5E-08	6,1E-08	7,7E-08	9,9E-08	1,2E-07	1,4E-07	1,5E-07	1,7E-07	1,8E-07	1,9E-07	2,1E-07	2,2E-07
231	4,8E-08	6,5E-08	8,1E-08	1,0E-07	1,3E-07	1,4E-07	1,6E-07	1,8E-07	1,9E-07	2,1E-07	2,2E-07	2,4E-07
252	4,9E-08	6,8E-08	8,5E-08	1,1E-07	1,3E-07	1,5E-07	1,7E-07	1,9E-07	2,0E-07	2,2E-07	2,4E-07	2,6E-07

Tabela 5.7 – Matriz de Variâncias-Covariâncias

Vértices	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
21	1,00	0,75	0,69	0,66	0,62	0,57	0,52	0,49	0,46	0,44	0,43	0,41
42	0,75	1,00	0,86	0,78	0,74	0,69	0,64	0,60	0,57	0,56	0,56	0,55
63	0,69	0,86	1,00	0,91	0,87	0,84	0,81	0,78	0,76	0,74	0,73	0,72
84	0,66	0,78	0,91	1,00	0,96	0,93	0,90	0,88	0,86	0,84	0,83	0,81
105	0,62	0,74	0,87	0,96	1,00	0,99	0,96	0,93	0,92	0,90	0,89	0,87
126	0,57	0,69	0,84	0,93	0,99	1,00	0,99	0,97	0,95	0,94	0,92	0,91
147	0,52	0,64	0,81	0,90	0,96	0,99	1,00	0,99	0,98	0,97	0,95	0,94
168	0,49	0,60	0,78	0,88	0,93	0,97	0,99	1,00	0,99	0,98	0,97	0,96
189	0,46	0,57	0,76	0,86	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	0,99	0,98	0,97
210	0,44	0,56	0,74	0,84	0,90	0,94	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	0,99
231	0,43	0,56	0,73	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	1,00	1,00	1,00
252	0,41	0,55	0,72	0,81	0,87	0,91	0,94	0,96	0,97	0,99	1,00	1,00

Tabela 5.8 – Matriz de Correlação

Essa é a estimativa da matriz Σ descrita no item 4.3.2 do capítulo 4. A soma da diagonal principal, isto é, o traço da matriz (formada pelas variâncias dos vértices) é igual à 1.56E-06.

5.6) Autovetores e Autovalores

Com o auxílio das funções do MatLab, obtêm-se à partir da matriz de variâncias-covariâncias uma matriz formada por autovetores ortonormais \mathbf{P}_i e uma matriz diagonal Λ formada pelos autovalores λ_i , com $i = 1, 2, \dots, 12$ onde

\mathbf{P}_1 é o autovetor associado a λ_1 ,

\mathbf{P}_2 é o autovetor associado a λ_2 ,

...

\mathbf{P}_{12} é o autovetor associado a λ_{12} ,

e $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$.

autovetores												
p1	0,1048	0,1357	0,1620	0,2031	0,2407	0,2700	0,2982	0,3231	0,3439	0,3673	0,3921	0,4147
p2	0,5231	0,5123	0,3547	0,2886	0,2181	0,1309	0,0352	-0,0527	-0,1251	-0,1906	-0,2354	-0,2807
p3	-0,4637	-0,2928	0,0427	0,2330	0,3134	0,3469	0,3177	0,2251	0,0684	-0,1103	-0,2886	-0,4157
p4	0,7004	-0,5133	-0,3499	-0,1365	0,0182	0,1123	0,1473	0,1574	0,1242	0,0126	-0,0881	-0,1488
p5	0,0829	-0,5428	0,2825	0,5778	0,1616	-0,1060	-0,2583	-0,2822	-0,1914	-0,0401	0,1329	0,2127
p6	0,0447	-0,2162	0,6957	-0,1378	-0,4507	-0,2336	0,0454	0,2533	0,2687	0,0972	-0,0877	-0,1870
p7	0,0223	-0,1628	0,3740	-0,5639	0,1761	0,3846	0,1645	-0,1482	-0,3199	-0,2782	0,0067	0,3277
p8	-0,0060	-0,0391	0,1347	-0,3127	0,4106	0,0739	-0,3323	-0,3453	0,2025	0,4459	0,2215	-0,4358
p9	-0,0110	-0,0042	0,0272	-0,1583	0,5174	-0,3715	-0,3347	0,3163	0,3178	-0,2364	-0,3472	0,2809
p10	0,0130	-0,0188	0,0287	-0,0912	0,3110	-0,6052	0,4516	0,1465	-0,3834	0,0027	0,3413	-0,1962
p11	0,0030	-0,0016	0,0046	-0,0159	-0,0388	0,2289	-0,5144	0,6340	-0,4043	-0,0306	0,2970	-0,1632
p12	-0,0095	0,0111	-0,0166	0,0157	-0,0349	0,0350	-0,0196	-0,0942	0,4270	-0,6873	0,5479	-0,1809

Tabela 5.9 – Matriz composta pelos autovetores

λ	valor	% contribuição
λ_1	1,4067E-06	90,06%
λ_2	9,9832E-08	6,39%
λ_3	2,2047E-08	1,41%
λ_4	1,6123E-08	1,03%
λ_5	6,8473E-09	0,44%
λ_6	5,8956E-09	0,38%
λ_7	2,7892E-09	0,18%
λ_8	1,1761E-09	0,08%
λ_9	3,3740E-10	0,02%
λ_{10}	1,3380E-10	0,01%
λ_{11}	6,5677E-11	0,00%
λ_{12}	4,9525E-11	0,00%
Soma:	1.5620E-06	100.0000%

Tabela 5.10 – Autovalores e suas contribuições de explicação da matriz de variâncias-covariâncias

Note que a soma das variâncias $\sum_{i=1}^{12} \lambda_i$ é igual a 1.56E-06 que é o mesmo valor obtido somando as variâncias de Σ no item anterior, assim como visto na seção 4.3.2 do capítulo 4.

5.7) Identificação das Componentes Principais

O critério da escolha do número das componentes principais é que juntas dêem uma explicação aceitável das variâncias de Σ . Portanto, observando a Tabela 5.7, com as 3 primeiras componentes temos uma explicação suficiente, que chega a ser mais de 99,9% das variâncias de Σ . Com isso, utilizaremos as componentes P_1 , P_2 e P_3 dando seqüência à aplicação.

Visualizando graficamente as componentes escolhidas temos:

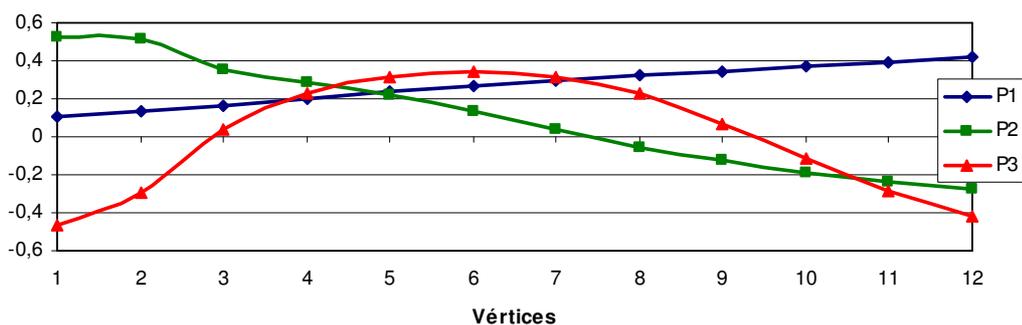


Gráfico 5.11 – Comportamento das Primeiras Componentes Principais escolhidas

Assim, observa-se que a primeira componente é responsável pelo movimento de paralelismo da curva de juros; a segunda componente é responsável pela inclinação da curva de juros e a terceira componente identifica-se pela curvatura da curva.

5.8) Cálculo dos fatores

Calcula-se os fatores com as 3 componentes escolhidas para cada dia do mercado (252 dados coletados), através de:

$$\text{Fatores}_{252 \times 3} = \text{Valores_Centrados}_{252 \times 12} \times \text{Loading}_{12 \times 3}^t$$

Data	Fator 1	Fator 2	Fator 3
27/jul/06	0,19%	0,02%	0,02%
28/jul/06	-0,01%	0,03%	0,01%
31/jul/06	0,07%	-0,01%	-0,01%
01/ago/06	0,09%	-0,01%	-0,01%
02/ago/06	0,01%	0,04%	0,02%
03/ago/06	-0,01%	0,02%	0,00%
04/ago/06	-0,03%	0,02%	0,00%
07/ago/06	-0,05%	0,01%	0,01%
08/ago/06	-0,04%	0,00%	0,03%
09/ago/06	0,07%	0,00%	-0,01%
10/ago/06	0,02%	-0,02%	0,01%
11/ago/06	0,03%	0,03%	-0,01%
14/ago/06	0,06%	0,00%	-0,01%
15/ago/06	-0,04%	0,03%	0,01%
16/ago/06	-0,03%	0,01%	0,02%
...
04/jul/07	0,24%	-0,05%	-0,01%
05/jul/07	0,01%	0,00%	0,00%
06/jul/07	-0,16%	0,01%	0,03%
10/jul/07	0,06%	-0,04%	0,00%
11/jul/07	-0,05%	-0,03%	0,01%
12/jul/07	-0,12%	-0,01%	0,00%
13/jul/07	0,02%	-0,01%	0,01%
16/jul/07	0,08%	-0,03%	0,00%
17/jul/07	-0,03%	-0,02%	-0,01%
18/jul/07	-0,04%	-0,04%	-0,01%
19/jul/07	0,17%	-0,08%	0,01%
20/jul/07	0,09%	0,00%	-0,02%
23/jul/07	0,06%	-0,01%	-0,02%
24/jul/07	0,10%	-0,01%	-0,03%
25/jul/07	0,04%	0,01%	-0,01%

Tabela 5.12 – Fatores calculados com as 3 primeiras componentes principais

onde as **Valores_Centralizados** são os dados da Tabela 5.6 e **Loading** é a matriz formada pelas componentes principais (autovetores) escolhidas, ou seja,

Loading é a matriz composta pelas 3 primeiras linhas da matriz mostrada na Tabela 5.9.

5.9) Estimação dos Valores Centrados com as 3 componentes escolhidas

Para mostrar que a consideração de apenas 3 componentes principais é razoável, reconstitui-se os valores centrados obtidas na Tabela 5.5 com as 3 componentes escolhidas, multiplicando a matriz de fatores pela matriz das componentes principais:

$$\text{Taxas_Aproximadas}_{252 \times 12} - \text{Medias}_{252 \times 12} = \text{Fatores}_{252 \times 3} \times \text{Loading}_{3 \times 12}$$

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
27/jul/06	0,02%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%	0,06%	0,06%	0,07%	0,07%	0,07%	0,07%	0,07%
28/jul/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%
31/jul/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%
01/ago/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,04%	0,05%
02/ago/06	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%
03/ago/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%
04/ago/06	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%
07/ago/06	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,03%
08/ago/06	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	-0,01%	-0,02%	-0,03%	-0,03%
09/ago/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
10/ago/06	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
11/ago/06	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
14/ago/06	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%
...
06/jul/07	-0,03%	-0,03%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,05%	-0,05%	-0,06%	-0,07%	-0,08%
10/jul/07	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,04%
11/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,02%
12/jul/07	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	-0,03%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,04%	-0,05%
13/jul/07	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%
16/jul/07	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,04%	0,04%
17/jul/07	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%
18/jul/07	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%
19/jul/07	-0,03%	-0,02%	0,00%	0,01%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%	0,07%	0,08%	0,08%	0,09%
20/jul/07	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,04%
23/jul/07	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%
24/jul/07	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%
25/jul/07	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%

Tabela 5.13 – Reconstituição dos valores centrados

Essa reconstituição utilizando algumas componentes derivadas do ACP é uma aproximação aos dados originais, dado que:

$\text{Taxas_Aproximadas}_{252 \times 12} - \text{Medias}_{252 \times 12} = \text{Valores_Centrados}_{252 \times 12} \times \text{Loading}_{12 \times 3}^t \times \text{Loading}_{3 \times 12}$, porém $\text{Loading}_{12 \times 3}^t \times \text{Loading}_{3 \times 12}$ apenas aproxima-se de uma matriz identidade.

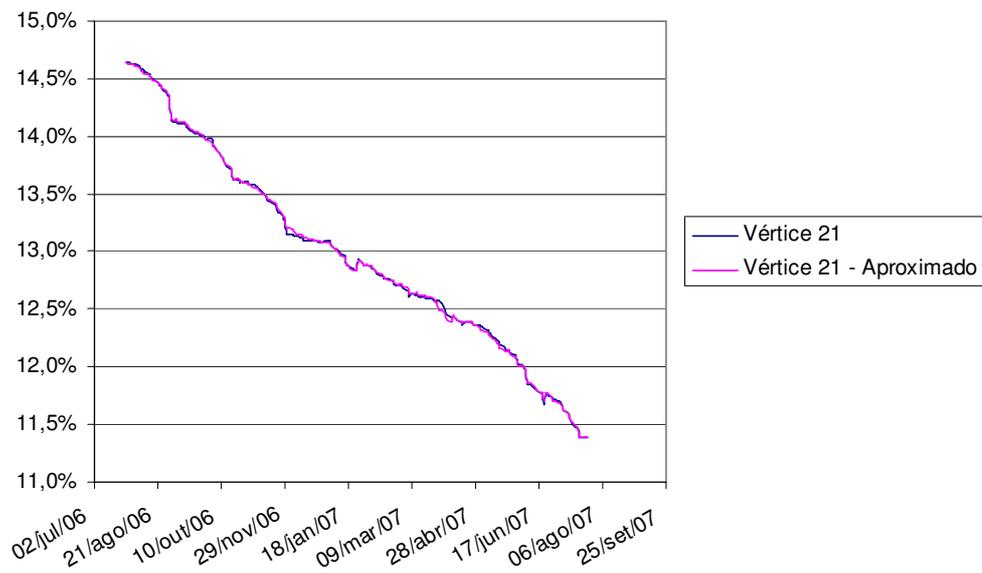
Para obter exatamente todos os valores originais reconstituídos, teríamos que utilizar todas as 12 primeiras componentes, e assim $\text{Loading}_{12 \times 3}^t \times \text{Loading}_{3 \times 12}$ seria a matriz identidade.

5.10) Taxas absolutas estimadas pela ACP

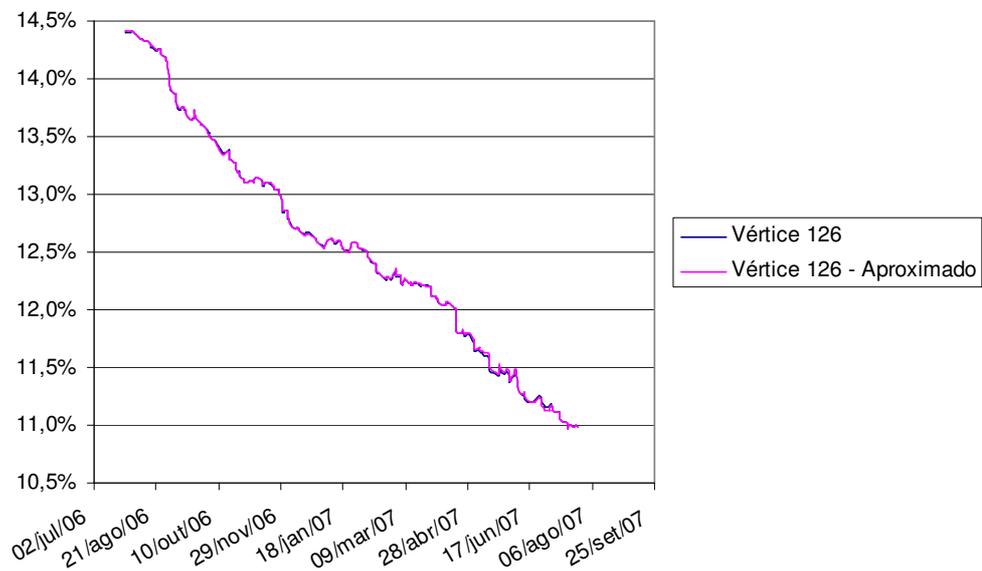
Neste próximo processo está se desestacionarizando as séries aproximadas obtidas na Tabela 5.13. Esse processo nada mais é do que fazer os cálculos que resultaram nos valores centrados da Tabela 5.6, porém no sentido inverso. Somando as médias (Tabela 5.5) correspondente para cada série estacionária dos vértices (Tabela 5.13), temos as séries estacionárias aproximadas. Somando os valores da 1ª linha da Tabela 5.1 com os valores da 1ª data na Tabela 5.13, obtém-se a 1ª linha da tabela abaixo e para as datas seguintes somamos os valores da data imediatamente anterior na tabela abaixo com os valores no dia, encontrados na Tabela 5.13. Obtemos assim a tabela de juros aproximados:

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
27/jul/06	14,64%	14,54%	14,48%	14,44%	14,41%	14,42%	14,42%	14,43%	14,44%	14,46%	14,47%	14,50%
28/jul/06	14,63%	14,54%	14,47%	14,43%	14,41%	14,41%	14,41%	14,41%	14,42%	14,43%	14,44%	14,47%
31/jul/06	14,63%	14,54%	14,47%	14,43%	14,41%	14,41%	14,41%	14,42%	14,43%	14,44%	14,46%	14,49%
01/ago/06	14,62%	14,53%	14,46%	14,43%	14,41%	14,41%	14,42%	14,43%	14,45%	14,47%	14,49%	14,53%
02/ago/06	14,62%	14,53%	14,47%	14,43%	14,41%	14,42%	14,42%	14,42%	14,44%	14,45%	14,46%	14,50%
03/ago/06	14,61%	14,53%	14,46%	14,42%	14,40%	14,40%	14,41%	14,40%	14,42%	14,43%	14,44%	14,47%
04/ago/06	14,61%	14,52%	14,45%	14,41%	14,39%	14,38%	14,38%	14,38%	14,39%	14,40%	14,40%	14,44%
...
16/jul/07	11,49%	11,40%	11,31%	11,20%	11,11%	11,03%	10,96%	10,90%	10,84%	10,80%	10,75%	10,72%
17/jul/07	11,46%	11,37%	11,28%	11,18%	11,09%	11,00%	10,93%	10,87%	10,82%	10,77%	10,73%	10,70%
18/jul/07	11,43%	11,34%	11,25%	11,14%	11,05%	10,97%	10,90%	10,84%	10,80%	10,75%	10,71%	10,69%
19/jul/07	11,39%	11,30%	11,23%	11,14%	11,06%	11,00%	10,94%	10,89%	10,85%	10,81%	10,78%	10,76%
20/jul/07	11,39%	11,31%	11,23%	11,14%	11,06%	11,00%	10,94%	10,90%	10,86%	10,83%	10,81%	10,79%
23/jul/07	11,39%	11,30%	11,22%	11,13%	11,06%	10,99%	10,94%	10,90%	10,87%	10,84%	10,82%	10,81%
24/jul/07	11,39%	11,30%	11,22%	11,13%	11,05%	10,99%	10,95%	10,91%	10,89%	10,87%	10,86%	10,85%
25/jul/07	11,39%	11,30%	11,22%	11,12%	11,05%	10,99%	10,94%	10,91%	10,89%	10,87%	10,86%	10,86%

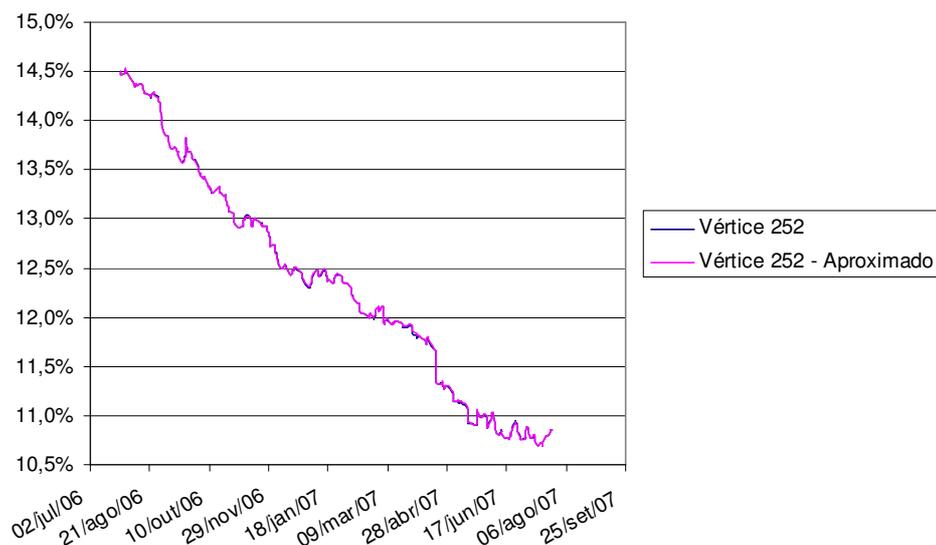
Tabela 5.12 – Taxas aproximadas



Gráficos 5.13 – Comparação das taxas de juros para o Vértice 21 com as taxas aproximadas para o Vértice 21



Gráficos 5.14 – Comparação das taxas de juros para o Vértice 126 com as taxas aproximadas para o Vértice 126



Gráficos 5.15 – Comparação das taxas de juros para o Vértice 252 com as taxas aproximadas para o Vértice 252

5.11) Análise do erro da modelagem

Compara-se os dados aproximados com os dados originais, a fim de verificar-se o tamanho dos erros. A tabela seguinte dá a diferença entre a taxa absoluta original e a taxa aproximada para cada data base e vértice:

Data	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
27/jul/06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
28/jul/06	0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
31/jul/06	0,00%	-0,01%	0,02%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	-0,01%
01/ago/06	0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
02/ago/06	0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
03/ago/06	0,02%	-0,02%	0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
04/ago/06	0,02%	-0,02%	0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
...
16/jul/07	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%
17/jul/07	-0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%
18/jul/07	-0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
19/jul/07	-0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
20/jul/07	0,00%	0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
23/jul/07	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
24/jul/07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
25/jul/07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.16 – Erros: Diferença entre os dados originais com os dados aproximados

O gráfico a seguir mostra os erros da aproximação. Vemos que os erros concentram-se na maior parte entre $-0,04\%$ e $0,04\%$. A magnitude dos maiores erros em módulo é, no máximo, $0,08\%$, sendo poucos freqüentes.

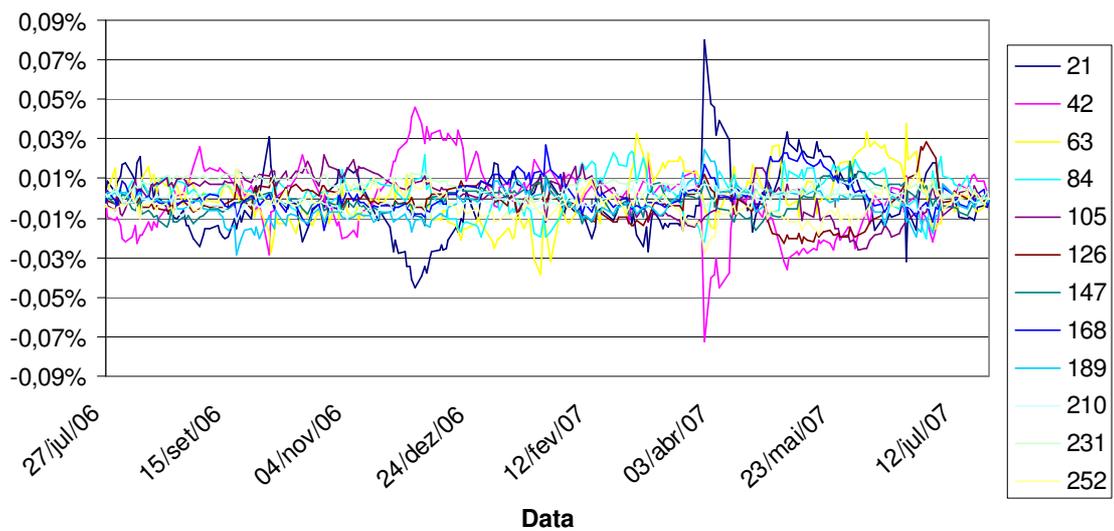


Gráfico 5.17 – Erros: diferença entre as taxas originais com as taxas aproximadas

Vemos então que com as 3 primeiras componentes principais obtemos aproximações razoáveis das séries originais.

Capítulo 6:

Utilização da ACP para determinar um limite de Stress

6.1) Geração de curvas para o Teste de Stress

O interesse do trabalho está em analisar os movimentos extremos das curvas de juros, e como mostrado no capítulo anterior, pode-se reconstituí-las utilizando as 3 primeiras componentes principais.

Tomamos o máximo e o mínimo valores observados em cada coluna da Tabela 5.10 representando os 3 fatores escolhidos:

	Fator 1	Fator 2	Fator 3
Máx	0,3465%	0,1571%	0,0501%
Min	-0,7689%	-0,1854%	-0,0519%

Tabela 6.1 –Maiores e menores variações dos fatores

Fazemos todas as combinações possíveis com os valores na tabela anterior. Como estamos utilizando 3 primeiras componentes principais, teremos 8 combinações possíveis:

Combinações	Fator 1	Fator 2	Fator 3
Comb_1	0,3465%	0,1571%	0,0501%
Comb_2	0,3465%	0,1571%	-0,0519%
Comb_3	0,3465%	-0,1854%	0,0501%
Comb_4	0,3465%	-0,1854%	-0,0519%
Comb_5	-0,7689%	0,1571%	0,0501%
Comb_6	-0,7689%	0,1571%	-0,0519%
Comb_7	-0,7689%	-0,1854%	0,0501%
Comb_8	-0,7689%	-0,1854%	-0,0519%

Tabela 6.2 –Combinações dos fatores (Comb _ Fatores_{8x3})

Assim, com as 8 combinações obtemos os novos valores centrados (as taxas subtraídas das médias) através de:

$$\text{Valores_Centralizados_Simulados}_{8 \times 12} = \text{Comb_Fatores}_{8 \times 3} \times \text{Loading}_{3 \times 12}$$

	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
Comb_1	0,10%	0,11%	0,11%	0,13%	0,13%	0,13%	0,12%	0,11%	0,10%	0,09%	0,08%	0,08%
Comb_2	0,14%	0,14%	0,11%	0,10%	0,10%	0,10%	0,09%	0,09%	0,10%	0,10%	0,11%	0,12%
Comb_3	-0,08%	-0,06%	-0,01%	0,03%	0,06%	0,09%	0,11%	0,13%	0,15%	0,16%	0,17%	0,17%
Comb_4	-0,04%	-0,03%	-0,01%	0,00%	0,03%	0,05%	0,08%	0,11%	0,14%	0,17%	0,19%	0,22%
Comb_5	-0,02%	-0,04%	-0,07%	-0,10%	-0,14%	-0,17%	-0,21%	-0,25%	-0,28%	-0,32%	-0,35%	-0,38%
Comb_6	0,03%	-0,01%	-0,07%	-0,12%	-0,17%	-0,21%	-0,24%	-0,27%	-0,29%	-0,31%	-0,32%	-0,34%
Comb_7	-0,20%	-0,21%	-0,19%	-0,20%	-0,21%	-0,21%	-0,22%	-0,23%	-0,24%	-0,25%	-0,27%	-0,29%
Comb_8	-0,15%	-0,18%	-0,19%	-0,22%	-0,24%	-0,25%	-0,25%	-0,25%	-0,24%	-0,24%	-0,24%	-0,25%

Tabela 6.3 – Valores centralizados simuladas com as maiores variações das curvas de juros

6.2) Atualização dos níveis das curvas simuladas com os últimos dados do mercado

Os valores da Tabela 6.3 são somados com as respectivas médias vistas na Tabela 5.4, tendo assim os valores centrados dos máximos e mínimos. A esses valores centrados somamos os valores atuais das taxas de juros para cada vértice. Na próxima tabela constam as combinações atualizadas das taxas de juros.

	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
Comb_1	11,47%	11,40%	11,32%	11,24%	11,17%	11,11%	11,05%	11,01%	10,98%	10,95%	10,93%	10,92%
Comb_2	11,52%	11,43%	11,31%	11,21%	11,14%	11,07%	11,02%	10,99%	10,97%	10,96%	10,96%	10,96%
Comb_3	11,29%	11,22%	11,20%	11,14%	11,10%	11,06%	11,04%	11,03%	11,02%	11,02%	11,01%	11,02%
Comb_4	11,34%	11,25%	11,19%	11,11%	11,06%	11,03%	11,01%	11,00%	11,01%	11,03%	11,04%	11,06%
Comb_5	11,35%	11,25%	11,14%	11,01%	10,90%	10,81%	10,72%	10,65%	10,59%	10,54%	10,49%	10,46%
Comb_6	11,40%	11,28%	11,13%	10,99%	10,87%	10,77%	10,69%	10,63%	10,59%	10,55%	10,52%	10,50%
Comb_7	11,18%	11,07%	11,01%	10,91%	10,83%	10,76%	10,71%	10,67%	10,64%	10,61%	10,57%	10,55%
Comb_8	11,22%	11,10%	11,01%	10,89%	10,79%	10,73%	10,68%	10,64%	10,63%	10,62%	10,60%	10,60%
Atual - 25-jul-2007	11,39%	11,30%	11,22%	11,12%	11,05%	10,99%	10,94%	10,91%	10,89%	10,87%	10,86%	10,86%

Tabela 6.4 – Taxas de juros dos vértices para cada combinação dos fatores

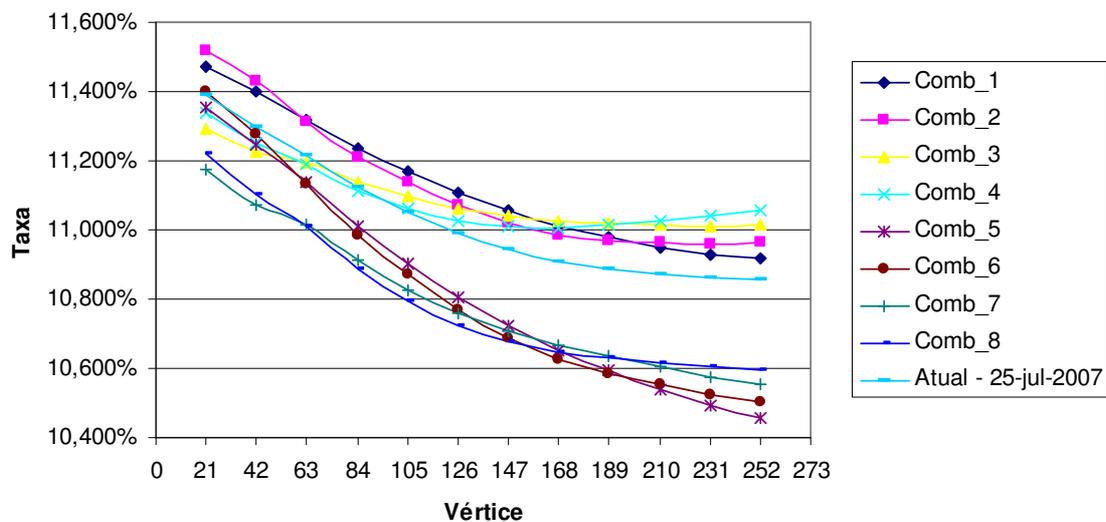


Gráfico 6.x – Taxas de juros dos vértices para cada combinação dos fatores

Com isso, utilizando-se dos valores máximos e mínimos de cada vértice para cada combinação, obtemos as bordas dos níveis de stress:

	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252
Máx	11,52%	11,43%	11,32%	11,24%	11,17%	11,11%	11,05%	11,03%	11,02%	11,03%	11,04%	11,06%
Min	11,18%	11,07%	11,01%	10,89%	10,79%	10,73%	10,68%	10,63%	10,59%	10,54%	10,49%	10,46%

Tabela 6.5 – Maiores taxas de juros e as menores taxas de juros em uma situação de stress

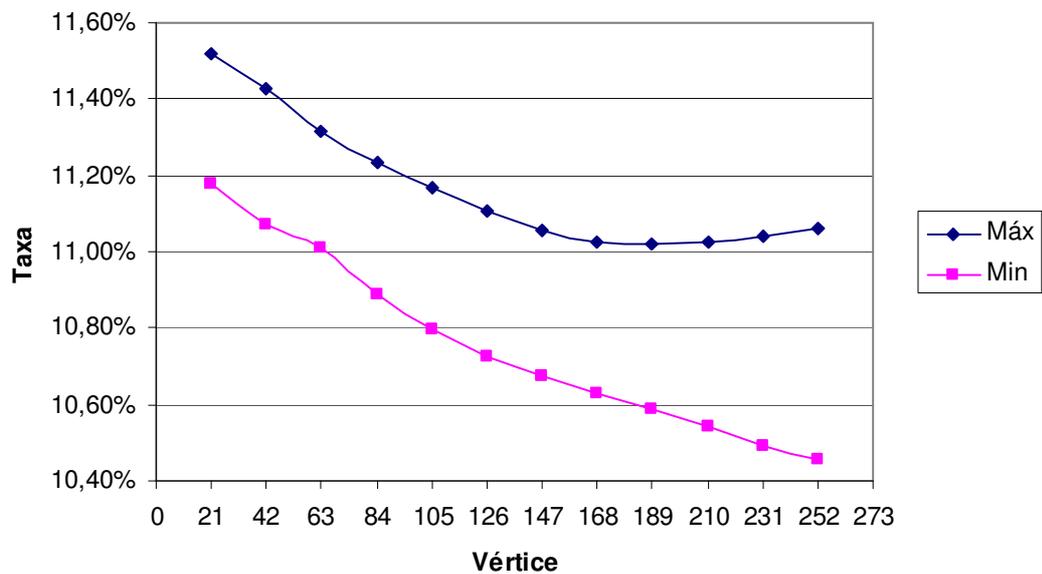


Gráfico 6.6 – Limites de Stress estabelecido pela Tabela 6.5

6.3) Testando a metodologia de stress para as crises atuais

Podemos testar as bordas obtidas através de crises financeiras pontuais recentes. Usando dados nesses dias verificamos se as bordas conseguem detectar uma situação de stress. Utilizamos dados históricos até 25-Jul-2007 pois em 26-Jul-2007 iniciou-se uma crise no setor de crédito imobiliário dos EUA ocasionando uma grande volatilidade no mercado financeiro, incluindo o de pré-fixado.

Utilizando-se os dados das taxas de juros da data inicial da crise e comparando com o limite de stress determinado, temos:

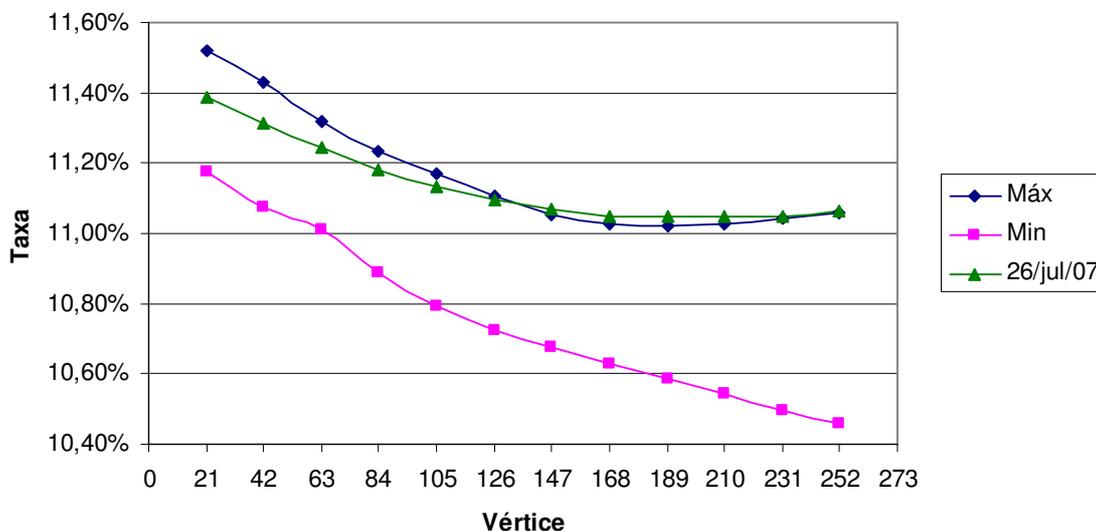


Gráfico 6.7 – Limite de Stress e taxas para o dia 26-Jul-2007

Vemos que a partir do vértice 147 em diante as taxas de juros para esse dia extrapolaram a faixa estabelecida.

Testando novamente o modelo, agora para as taxas de juros do dia 16-ago-2007, dia em que houve a maior oscilação no período da crise, temos :

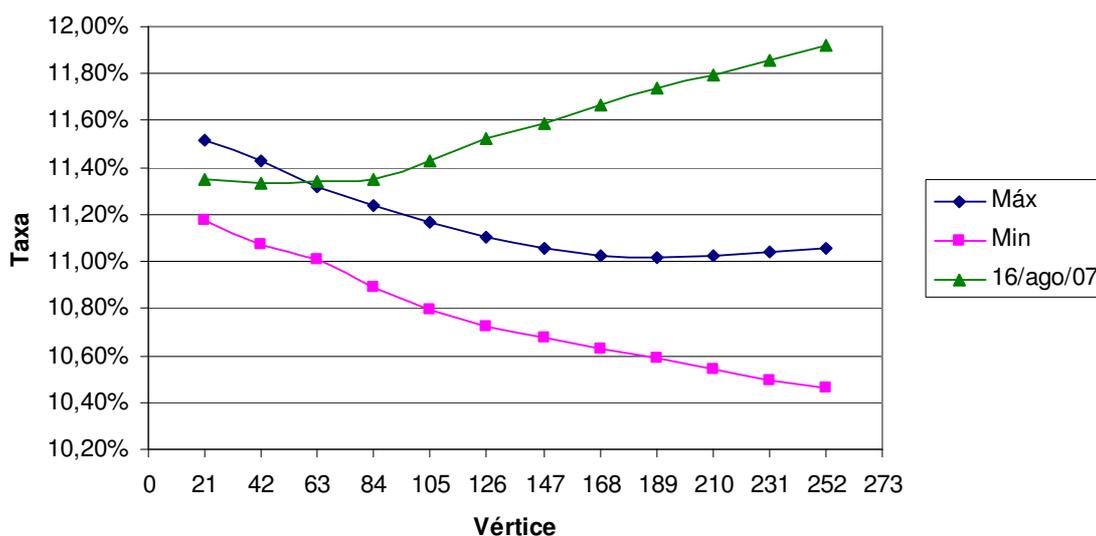


Gráfico 6.8 – Limite de Stress e taxas para o dia 16-Ago-2007

Verifica-se novamente que as taxas de juros para esse dia tiveram uma grande alta rompendo o limite superior, permitindo então ver que nesse período houve uma situação de stress.

Para outros períodos retroativos como Maio-2006 (mês em que houve uma maior aversão ao risco devido aos rumores de o FED, Banco Central dos EUA, aumentar a taxa de juros), a metodologia também se mostrou eficaz na detecção de stress. Porém, para a turbulência ocorrida em final de Março-2007 (crise ocasionada pela bolsa de valores de Xangai) a metodologia não se mostrou eficiente como mostra o próximo gráfico, onde as variações das taxas de juros em relação ao dia anterior estão dentro da faixa estabelecida pelas variações dos limites de stress . Este é o custo por ter um modelo simplificado.

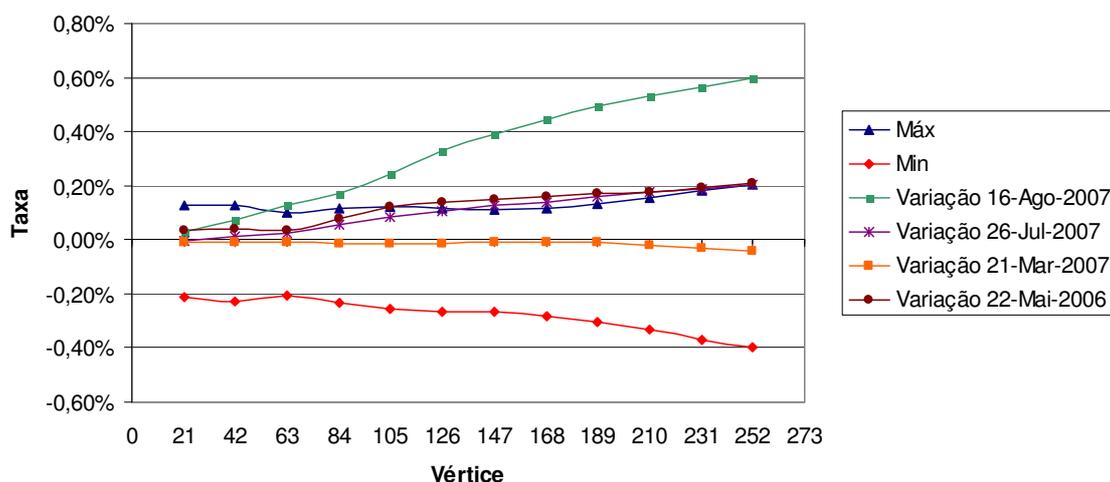


Gráfico 6.9 – Limite de Stress para as variações das Taxas de Juros

6.4) Outros Resultados

Uma outra idéia testada foi utilizar um histórico de dados de um período de 2 anos. Com a mesma metodologia, obtemos os seguintes resultados:

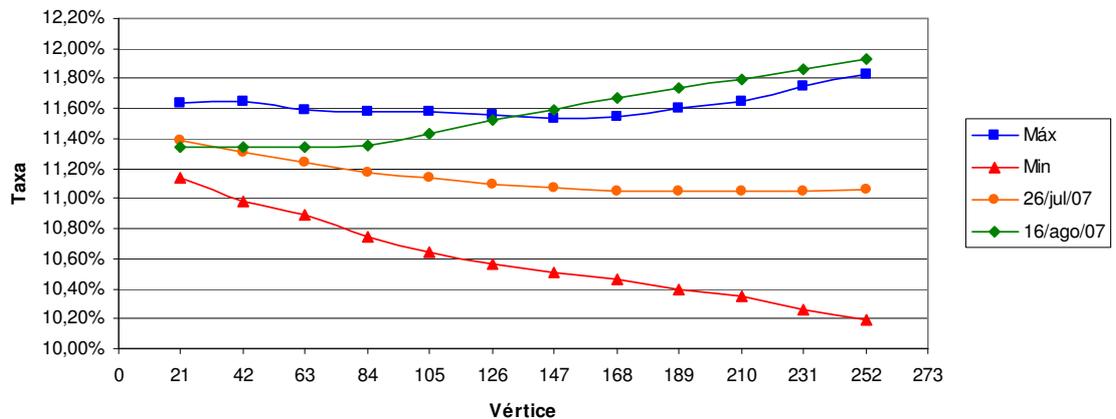


Gráfico 6.10 – Limites de Stress para um histórico de 2 anos

Observando o gráfico acima, verifica-se que a situação de stress não é detectada para os dados da data de 26-Jul-2007. Verifica-se também que a faixa de stress é maior comparada ao Gráfico 6.6 que utilizou-se de um histórico de 1 ano. Quando um período de tempo maior é considerado, maior ficam as variâncias estimadas, de modo que o tamanho da faixa aumenta.

O mesmo resultado foi obtido utilizando-se de um histórico de 1 ano de dados, porém sem retirar as tendências verificadas em 5.2 do capítulo anterior:

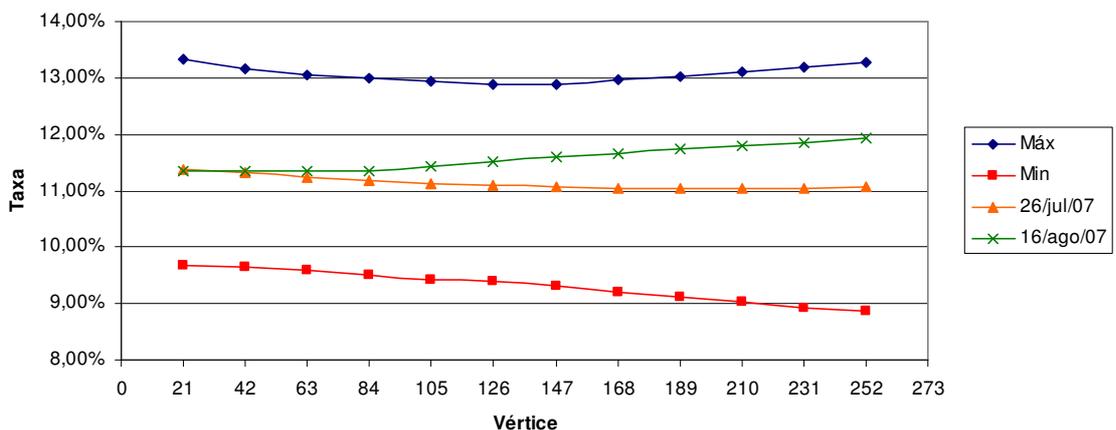


Gráfico 6.11 – Limites de Stress sem as 1ª diferenças

O limite máximo verificado acima é maior e o limite mínimo é menor que o observado no exemplo anterior, não detetando nenhuma situação de stress para

as duas datas estabelecidas. Isto ocorre porque a tendência é tomada como flutuação dos valores aumentando as variâncias estimadas. Com isto temos as faixas alargadas que dificulta a detecção de situação de stress.

Assim, para a metodologia, utilizaremos um histórico de 1 ano das séries estacionárias (retirando suas tendências), porque essa escolha mostrou-se mais eficaz para a detecção de stress.

Capítulo 7:

Implementação do Teste de Stress

7.1) Inicializando o teste

O sistema, efetuado com o auxílio do aplicativo Excel e com o código de programação VBA, necessita de parâmetros de entrada para a inicialização do teste tais como a data base a ser utilizada para os cenários de stress, a carteira à qual será aplicada o teste, o tipo de cenário a ser utilizado (BM&F ou ACP) para a curva das taxas de juros pré-fixadas.

O programa também faz o “download” dos arquivos de “stresses”, que são disponibilizados diariamente no site www.bmf.com.br. Pode-se também efetuar o “download” de arquivos retroativos que estão armazenados em um banco de dados do site da BM&F.

7.2) Descrição do Cenário de Stress da BM&F

O arquivo de “stress” disponibilizado diariamente pela BM&F contem 9 cenários, referenciados pelo conjunto de números {-4 ; -3; -2; -1; 0; 1 ;2 ;3; 4 }. Estes números referem-se aos cenários apregoados pela BM&F. O cenário 0 é o atual contendo as taxas e preços do último mercado (ou seja, do dia corrente) e os demais são os cenários estimados, otimistas (com sinais positivos) e pessimistas (com sinais negativos) para as taxas e preços dos fatores primitivos de risco em um evento de stress.

A tabela seguinte mostra os preços ou taxas para os principais fatores primitivos de risco distribuídos em seus respectivos cenários fornecido pela BM&F para o dia 25-Jul-2007:

	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
Dólar		1,73	1,77	1,82	1,87	1,91	1,96	2,00	
IBVSP			50.400,90	54.096,97	56.001,00	57.905,03	61.601,10		
CBND				117,63	130,70	139,85			

Pré	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
1		12,63%	10,13%	12,63%	11,38%	10,13%	12,63%	10,13%	11,38%
21		12,30%	10,06%	12,60%	11,39%	10,19%	12,75%	10,51%	11,42%
42		11,87%	9,89%	12,47%	11,30%	10,14%	12,77%	10,78%	11,45%
63		11,47%	9,72%	12,34%	11,22%	10,11%	12,79%	11,05%	11,49%
84		11,07%	9,54%	12,21%	11,12%	10,06%	12,81%	11,30%	11,53%
105		10,70%	9,39%	12,09%	11,05%	10,03%	12,85%	11,55%	11,56%
126		10,36%	9,24%	11,99%	10,99%	10,02%	12,90%	11,79%	11,59%
147		10,05%	9,11%	11,90%	10,94%	10,02%	12,96%	12,03%	11,63%
168		9,77%	8,99%	11,82%	10,91%	10,03%	13,04%	12,27%	11,66%
189		9,52%	8,89%	11,76%	10,89%	10,06%	13,13%	12,51%	11,69%
210		9,29%	8,79%	11,71%	10,87%	10,09%	13,23%	12,74%	11,73%
231		9,08%	8,69%	11,65%	10,86%	10,13%	13,33%	12,96%	11,76%
252		8,89%	8,61%	11,60%	10,85%	10,17%	13,44%	13,16%	11,79%

Tabela 7.1 – Preços e taxas dos FPR para os cenários da BM&F, em 25-Jul-2007

Utilizando-se os cenários pessimista e otimista gerados pela metodologia ACP apresentada no Capítulo 6 deste trabalho para as taxas pré-fixadas e construindo os cenários intermediários (explicado no capítulo 3; em realidade, aqui, adaptamos os critérios do comitê de banco para traçar os cenários intermediários a partir dos dois cenários extremos) obtemos a seguinte tabela:

Pré	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	11,52%	11,49%	11,47%	11,44%	11,42%	11,39%	11,35%	11,30%	11,26%	11,22%	11,18%
42	11,43%	11,40%	11,38%	11,35%	11,32%	11,30%	11,25%	11,21%	11,16%	11,12%	11,07%
63	11,32%	11,30%	11,28%	11,26%	11,24%	11,22%	11,17%	11,13%	11,09%	11,05%	11,01%
84	11,24%	11,21%	11,19%	11,17%	11,14%	11,12%	11,08%	11,03%	10,98%	10,93%	10,89%
105	11,17%	11,15%	11,12%	11,10%	11,07%	11,05%	11,00%	10,95%	10,90%	10,85%	10,79%
126	11,11%	11,08%	11,06%	11,04%	11,01%	10,99%	10,94%	10,88%	10,83%	10,78%	10,73%
147	11,05%	11,03%	11,01%	10,99%	10,96%	10,94%	10,89%	10,83%	10,78%	10,73%	10,68%
168	11,03%	11,00%	10,98%	10,96%	10,93%	10,91%	10,85%	10,79%	10,74%	10,68%	10,63%
189	11,02%	10,99%	10,97%	10,94%	10,91%	10,89%	10,83%	10,77%	10,71%	10,65%	10,59%
210	11,03%	11,00%	10,97%	10,93%	10,90%	10,87%	10,81%	10,74%	10,67%	10,61%	10,54%
231	11,04%	11,00%	10,97%	10,93%	10,90%	10,86%	10,79%	10,71%	10,64%	10,57%	10,49%
252	11,06%	11,02%	10,98%	10,94%	10,90%	10,85%	10,78%	10,70%	10,62%	10,54%	10,46%

Tabela 7.2 – Taxas pré para os cenários da ACP, referentes a 25-Jul-2007

Nesta tabela, C-5 refere-se ao cenário pessimista (alta nas taxas), C+5 refere-se ao cenário otimista (queda nas taxas), C-0 o cenário atual e as demais os cenários intermediários calculados conforme a adaptação explicada anteriormente.

Para os cenários fornecido pela BM&F existem apenas um “totalmente” otimista e um “totalmente” pessimista. Esclarecendo, as taxas de juros pré-fixados num cenário otimista caem vértice a vértice, enquanto que no pessimista as taxas sobem. No Gráfico 7.3, relativo a 27-Jul-2007, vemos estes cenários representados por C+2 e C-2:

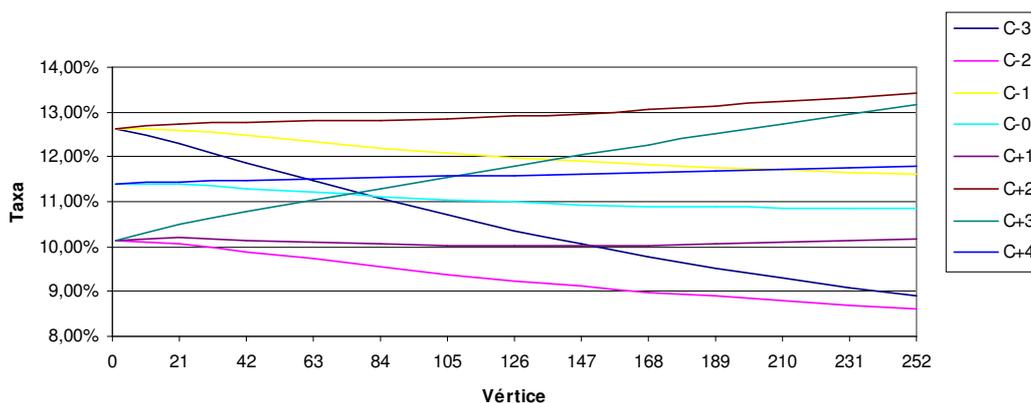


Gráfico 7.3 – Taxas pré para os cenários da BM&F

Nos demais cenários, as taxas não seguem esse comportamento monotônico. Isso pode ser explicado pela “quebra” no padrão das relações entre as variáveis em momentos de crises, como mencionada no Capítulo 2.

Diferentemente do Gráfico 7.3, o gráfico seguinte composto pelos dados da Tabela 7.2 mostra os cenários das taxas pré obtidos através da ACP, onde tais cenários seguem linhas paralelas:

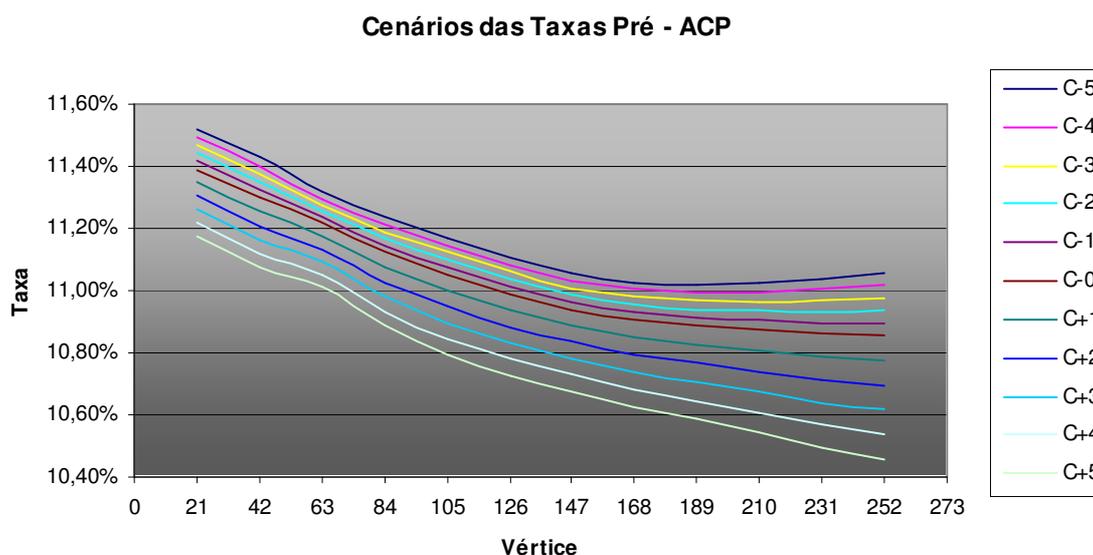


Gráfico 7.4 – Taxas pré para os cenários obtidos pela ACP

7.3) Obtenção das variações dos valores financeiros para os cenários

Obtidos os cenários para a simulação, deve-se efetuar um tratamento para a utilização desses dados. Tal necessidade é justificada pelo fato de estarmos avaliando a maior perda potencial financeira a que uma carteira está exposta em um evento de crise. Portanto, como as variáveis estudadas até então são as taxas de juros pré-fixadas, a fim de saber a variação financeira entre os vários cenários deve-se transformar essas taxas em PU's (vide seção 4.1.1) e calcular as variações entre os PU's dos diversos cenários e os PU's do cenário atual, para cada vértice da curva.

Vértice	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
1		99952,81	99961,72	99952,81	99957,24	99961,72	99952,81	99961,72	99957,24
21		99037,73	99204,35	99016,07	99105,13	99194,86	99005,25	99170,98	99103,20
42		98147,40	98441,08	98061,08	98231,65	98402,78	98017,43	98307,70	98209,00
63		97322,47	97707,79	97132,69	97377,40	97621,75	97034,82	97413,01	97317,61
84		96562,12	97007,76	96234,00	96545,72	96855,41	96061,10	96495,17	96429,26
105		95852,43	96330,79	95355,11	95726,78	96093,94	95086,99	95549,05	95544,15
126		95189,22	95676,47	94495,61	94920,35	95337,33	94112,70	94579,11	94662,50
147		94565,86	95041,83	93652,61	94123,68	94582,95	93135,96	93587,13	93784,47
168		93972,84	94420,87	92820,39	93331,14	93825,28	92151,75	92571,94	92910,27
189		93405,68	93812,67	91998,10	92542,03	93063,78	91159,86	91537,15	92040,04
210		92862,74	93219,07	91187,55	91758,34	92300,64	90162,68	90488,81	91173,96
231		92342,61	92642,09	90390,66	90982,19	91538,19	89162,72	89432,88	90312,17
252		91836,14	92075,85	89601,89	90208,11	90771,05	88155,16	88367,85	89454,81

Tabela 7.5 – PU's calculados a partir das taxas pré da BM&F da Tabela 7.1

Vértice	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	99095,57	99097,48	99099,39	99101,30	99103,22	99105,13	99108,31	99111,49	99114,67	99117,85	99121,04
42	98212,59	98216,40	98220,21	98224,03	98227,84	98231,65	98238,33	98245,02	98251,70	98258,39	98265,09
63	97355,33	97359,74	97364,15	97368,57	97372,98	97377,40	97386,40	97395,41	97404,42	97413,44	97422,46
84	96512,87	96519,44	96526,00	96532,58	96539,15	96545,72	96559,37	96573,04	96586,70	96600,38	96614,07
105	95683,91	95692,48	95701,05	95709,62	95718,20	95726,78	95745,16	95763,54	95781,95	95800,36	95818,78
126	94870,11	94880,15	94890,19	94900,24	94910,29	94920,35	94942,92	94965,51	94988,11	95010,73	95033,37
147	94067,18	94078,47	94089,77	94101,07	94112,37	94123,68	94149,71	94175,76	94201,82	94227,91	94254,01
168	93263,60	93277,10	93290,60	93304,11	93317,62	93331,14	93362,68	93394,25	93425,84	93457,46	93489,11
189	92458,87	92475,49	92492,11	92508,74	92525,38	92542,03	92579,66	92617,32	92655,02	92692,76	92730,53
210	91652,17	91673,38	91694,60	91715,84	91737,08	91758,34	91804,17	91850,05	91895,98	91941,96	91988,00
231	90846,72	90873,78	90900,86	90927,95	90955,06	90982,19	91037,45	91092,79	91148,19	91203,67	91259,21
252	90042,32	90075,43	90108,56	90141,72	90174,90	90208,11	90272,77	90337,52	90402,37	90467,31	90532,34

Tabela 7.6 – PU's calculados a partir das taxas pré obtidas pela ACP da

Tabela 7.2

A partir das Tabelas 7.5 e 7.6, obtemos as variações de PU's ou as variações das cotações (dólar, IBOVESPA, C-bond) em relação aos valores atuais (cenário C-0):

Spot	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
Dólar		-7,00%	-5,00%	-2,50%	0,00%	2,50%	5,00%	7,00%	
IBVSP			-10,00%	-3,40%	0,00%	3,40%	10,00%		
CBND				10,00%	0,00%	7,00%			

Pré	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
1		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
21		-0,07%	0,10%	-0,09%	0,00%	0,09%	-0,10%	0,07%	0,00%
42		-0,09%	0,21%	-0,17%	0,00%	0,17%	-0,22%	0,08%	-0,02%
63		-0,06%	0,34%	-0,25%	0,00%	0,25%	-0,35%	0,04%	-0,06%
84		0,02%	0,48%	-0,32%	0,00%	0,32%	-0,50%	-0,05%	-0,12%
105		0,13%	0,63%	-0,39%	0,00%	0,38%	-0,67%	-0,19%	-0,19%
126		0,28%	0,80%	-0,45%	0,00%	0,44%	-0,85%	-0,36%	-0,27%
147		0,47%	0,98%	-0,50%	0,00%	0,49%	-1,05%	-0,57%	-0,36%
168		0,69%	1,17%	-0,55%	0,00%	0,53%	-1,26%	-0,81%	-0,45%
189		0,93%	1,37%	-0,59%	0,00%	0,56%	-1,49%	-1,09%	-0,54%
210		1,20%	1,59%	-0,62%	0,00%	0,59%	-1,74%	-1,38%	-0,64%
231		1,50%	1,82%	-0,65%	0,00%	0,61%	-2,00%	-1,70%	-0,74%
252		1,80%	2,07%	-0,67%	0,00%	0,62%	-2,28%	-2,04%	-0,84%

Tabela 7.7 – Variações calculadas para os cenários BM&F

Vértice	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	-0,01%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%
42	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,03%	0,03%
63	-0,02%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,02%	0,03%	0,04%	0,05%
84	-0,03%	-0,03%	-0,02%	-0,01%	-0,01%	0,00%	0,01%	0,03%	0,04%	0,06%	0,07%
105	-0,04%	-0,04%	-0,03%	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,02%	0,04%	0,06%	0,08%	0,10%
126	-0,05%	-0,04%	-0,03%	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,02%	0,05%	0,07%	0,10%	0,12%
147	-0,06%	-0,05%	-0,04%	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,03%	0,06%	0,08%	0,11%	0,14%
168	-0,07%	-0,06%	-0,04%	-0,03%	-0,01%	0,00%	0,03%	0,07%	0,10%	0,14%	0,17%
189	-0,09%	-0,07%	-0,05%	-0,04%	-0,02%	0,00%	0,04%	0,08%	0,12%	0,16%	0,20%
210	-0,12%	-0,09%	-0,07%	-0,05%	-0,02%	0,00%	0,05%	0,10%	0,15%	0,20%	0,25%
231	-0,15%	-0,12%	-0,09%	-0,06%	-0,03%	0,00%	0,06%	0,12%	0,18%	0,24%	0,30%
252	-0,18%	-0,15%	-0,11%	-0,07%	-0,04%	0,00%	0,07%	0,14%	0,22%	0,29%	0,36%

Tabela 7.8 – Variações calculadas para os cenários ACP

7.4) Exemplo de Resultado para uma Carteira Hipotética

Neste exemplo, calcula-se o resultado para uma carteira pelos cenários obtidos anteriormente. A carteira a ser analisada contém ativos usuais do mercado como Dólar, Bolsa de Valores, Juros Pré-Fixados e Cupom de Dólar.

Valor Presente	Du (Vcto)	Ativo Financeiro	Estrutura a Termo		Mercados à Vista	
			Pré	Cupom	Dólar	Bolsa
2.000.000,00	150	Títulos Dólar		+	+	
500.000,00	68	Futuro Dólar	-	+	+	
1.000.000,00	27	Títulos Pré	+			
800.000,00	130	Futuro Ibovespa	-			+

Tabela 7.9 – Valores presente dos ativos da carteira hipotética e seus respectivos FPR

Com os valores na Tabela 7.9, monta-se uma nova tabela com o financeiro de cada ativo mapeado em seus fatores primitivos de risco (FPR), como explicado no Capítulo 3:

Dólar		Total
2.000.000,00	500.000,00	2.500.000,00
Bolsa		Total
800.000,00		800.000,00

Vértice	Pré	Cupom
1		
21	714.285,71	
42	285.714,29	
63	-380.952,38	380.952,38
84	-119.047,62	119.047,62
105		
126	647.619,05	
147	152.380,95	1.714.285,71
168		285.714,29
189		
210		
231		
252		

Tabela 7.10 – Valores financeiros mapeados em FPR

Em seguida, aplicam-se as variações dos PU's mostradas nas Tabelas 7.7 (BM&F) e 7.8 (ACP) para a carteira mapeada na Tabela 7.10. É fácil verificar, pelas tabelas seguintes, as perdas (ou ganhos) para cada cenário intermediário:

Spot	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
Dolar		175.000,00	125.000,00	62.500,00	0,00	62.500,00	125.000,00	175.000,00	
Bolsa			-80.000,00	27.200,00	0,00	27.200,00	80.000,00		
Pré		2.014,09	6.107,24	-3.456,91	0,00	3.395,08	-6.514,67	-2.578,05	-2.010,70
Cupom	42.934,20	-44.769,44	48.680,17	48.666,83	0,00	73.767,86	-73.791,93	17.270,00	68.809,55

Pré	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
1		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21		-485,82	715,12	-641,93	0,00	646,71	-719,92	474,58	-13,90
42		-245,07	609,12	-496,13	0,00	497,72	-623,09	221,19	-65,90
63		214,86	-1.292,55	957,33	0,00	-955,96	1.340,21	-139,34	233,90
84		-20,22	-569,72	384,37	0,00	-381,86	597,57	62,34	143,61
105		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
126		1.834,47	5.158,85	-2.897,91	0,00	2.844,95	-5.510,39	-2.328,16	-1.759,26
147		715,87	1.486,43	-762,64	0,00	743,53	-1.599,06	-868,65	-549,16
168		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
189		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
210		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
231		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
252		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Cupom	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
63	-819,43	-4.815,10	3.675,15	3.673,99	0,00	-5.780,13	-5.782,35	2.664,95	-1.869,90
84	260,38	-1.823,80	1.511,77	1.511,31	0,00	-2.353,30	-2.354,17	951,31	-1.284,24
105	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
126	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
147	36.614,61	-32.713,29	36.614,61	36.604,68	0,00	55.336,17	-55.354,01	12.091,46	55.354,01
168	6.878,64	-5.417,25	6.878,64	6.876,86	0,00	10.298,25	-10.301,41	1.562,28	10.301,41
189	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
210	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
231	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
252	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 7.11 – Perdas ou ganhos de cada FPR para cada cenário da BM&F

Cenário	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
Pré	-431,83	-345,52	-259,18	-172,82	-86,42	0,00	186,41	372,96	559,65	746,47	933,42

Vértice	C-5	C-4	C-3	C-2	C-1	C-0	C+1	C+2	C+3	C+4	C+5
21	-68,96	-55,18	-41,39	-27,59	-13,80	0,00	22,91	45,82	68,74	91,68	114,62
42	-55,45	-44,36	-33,28	-22,19	-11,10	0,00	19,43	38,87	58,31	77,77	97,24
63	86,34	69,08	51,81	34,55	17,27	0,00	-35,23	-70,47	-105,73	-141,00	-176,29
84	40,51	32,41	24,31	16,21	8,11	0,00	-16,84	-33,68	-50,54	-67,40	-84,27
105	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
126	-342,79	-274,28	-205,74	-137,18	-68,60	0,00	154,00	308,12	462,34	616,68	771,12
147	-91,48	-73,19	-54,90	-36,61	-18,31	0,00	42,14	84,31	126,51	168,74	211,00
168	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
189	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
210	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
231	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
252	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 7.12 – Perdas ou ganhos dos vértices pré para cada cenário obtido pela ACP

Apurando os resultados obtidos, pode-se verificar o cenário crítico de stress, ou seja, verificamos, para cada FPR, em qual cenário há o maior potencial de prejuízo financeiro.

FPR	Pior Resultado	Cenário do Pior Resultado
Dolar	-175.000,00	C-3
Bolsa	-80.000,00	C-2
Pré	-6.514,67	C+2
Cupom	-68.809,55	C+4
Total	-330.324,23	
% do PL	-7,68%	

Tabela 7.13 – Piores resultados com os cenários da BM&F

FPR	Pior Resultado	Cenário do Pior Resultado
Dolar	-175.000,00	C-3
Bolsa	-80.000,00	C-2
Pré	-431,83	C-5
Cupom	-68.809,55	C+4
Total	-324.241,38	
% do PL	-7,54%	

Tabela 7.14 – Piores resultados utilizando-se do pior cenário para o FPR Pré pelo ACP

Para essa carteira hipotética há uma perda potencial em torno de R\$330.000,00 no caso dos cenários C-3 para o Dólar, C-2 para a Bolsa C+2 para o Pré e C+4 para o Cupom da BM&F se concretizarem, equivalente a um prejuízo de 7,68% do Patrimônio Líquido da carteira.

Com o gráfico abaixo, pode-se visualizar a porcentagem da distribuição entre os Fatores Primitivos de Risco.

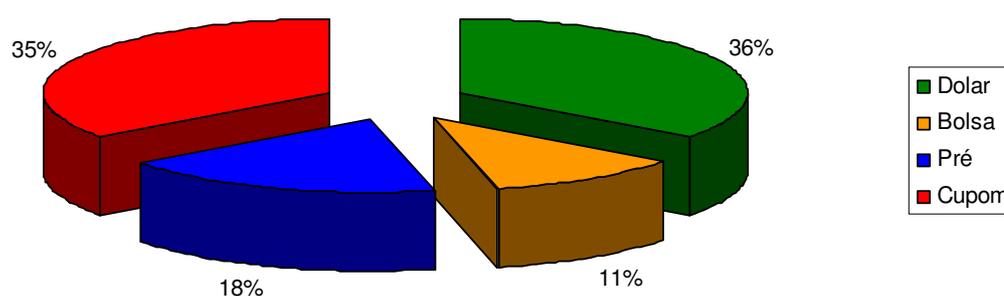


Gráfico 7.15 – Distribuição entre os FPR

Uma vantagem do sistema que estamos apresentando é a possibilidade de visualização dos valores distribuídos entre os FPR para os cenários intermediários. Tomando como exemplo os valores para o mercado pré-fixado, temos o seguinte gráfico:

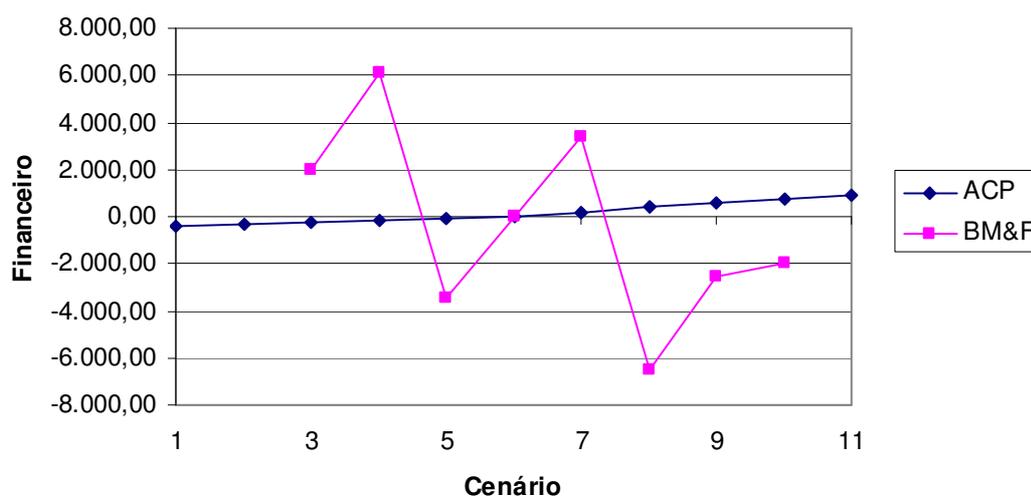


Gráfico 7.16 – Resultados intermediários para o FPR Pré (em reais)

O gráfico acima mostra o valor financeiro referente ao FPR Pré da carteira hipotética para cada cenário de stress estabelecido.

Nota-se que o gráfico referente ao ACP é uma reta. Isso é explicado pelo modo como foram obtidos os cenários intermediários (curvas paralelas no Gráfico 7.4), diferentemente no caso da BM&F em que não há paralelismos nas curvas pré para estes cenários (veja Gráfico 7.3).

Capítulo 8:

Conclusões

Sistema de Stress

A utilização da técnica de análise de cenários para montar um sistema de prevenção ao stress de mercado mostrou-se ser de fácil entendimento, devido à sua simplicidade. Em conjunto com a análise que agrega os FPR's (Fatores Primitivos de Risco), possibilitou visualizar claramente os cenários "críticos", cenários estes em que há a possibilidade de haver uma perda financeira muito grande caso se concretizem. Além disso, é importante a determinação do fator de maior risco da carteira, pois isto permite conhecer o perfil de risco da carteira o que torna possível readequá-lo, realocando, aumentando ou diminuindo posições de ativos financeiros.

Pode-se também mensurar o risco-retorno da carteira, atribuindo probabilidades para cada cenário intermediário obtido e avaliando o retorno esperado comparando-se com os retornos para os demais cenários.

No que se diz respeito ao custo computacional, os cálculos foram fáceis de serem implementados, podendo ser feitos em qualquer computador de pequeno porte.

Análise de Componentes Principais

A utilização da ACP para a Estrutura a Termo das Taxas de Juros Pré-Fixadas foi um modo alternativo de se obter os limites de stress para a curva de juros. Tradicionalmente, as instituições financeiras fazem análises qualitativas. Ao fazer uma análise quantitativa baseada em séries históricas de dados, a técnica que faz uso do ACP deixa de lado a subjetividade a que estão expostas as determinações dos cenários.

A técnica ACP mostrou-se parcimoniosa em termos computacionais por permitir trabalhar apenas com as três primeiras componentes principais e como um sub-produto dessa decomposição permitiu ver que as componentes que mais

explicam o movimento da curva de juros pré-fixada são: paralelismos, inclinação e curvatura. Isto significa que com apenas essas três componentes mencionadas podemos reconstituir uma curva muito próxima da curva original. Podem também ser utilizadas para simulações de operações de ativos financeiros na carteira quando usadas em conjunto com simulações da curva de juros.

Uma contribuição nova deste trabalho foi que, para checar a sua compatibilidade com os dados reais, verificamos se os limites de stress estabelecidos conseguiam detectar crises financeiras anteriores. Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios.

Houve grandes diferenças entre os cenários da BM&F e os gerados por ACP para o FPR Pré-Fixado. Isto se deve ao fato da técnica ACP ser implementada sem os “ad-hocs” da técnica da BM&F, fazendo com que os limites estabelecidos sejam “estritos” comparados ao cenário da BM&F. Esta última tende a ser mais conservadora pois leva em conta outros fatores que simplesmente aquilo que se desprende dos dados. Nesse quesito, dependendo do nível de aversão ao risco da instituição financeira, pode-se optar em utilizar os cenários de stress para os juros pré-fixados da BM&F ou os cenários obtidos pela ACP, ou seja, caso a instituição tende a ter uma maior aversão ao risco, utilizaria os cenários da BM&F e, caso contrário, os cenários obtidos pela ACP.

Como estudo futuro, a ACP pode ser aplicada também a outras ETTJs como o cupom cambial. Todos os procedimentos descritos no trabalho podem ser reformulados para essa variável. Considerar conjuntamente juros pré-fixados e cupom cambial certamente levaria a resultados melhores na análise de riscos em situação de stress do mercado. Essa melhoria não foi levada adiante neste trabalho por que nossa proposta é dar uma idéia de como um FPR atua nos riscos numa situação de stress e esse papel foi bem desempenhado pelos juros pré-fixados.

9. Bibliografia

BM&F. *Subsistema de margem para ativos líquidos. Manual sobre o Sistema de Risco da BM&F (SRB)* – website - www.bmf.com.br.

Hoffman, K. & Kunze, R., *Álgebra Linear*, 1ª Ed., São Paulo, Polígonos, 1971.

Hull, J., *Fundamentos dos Mercados Futuros e de Opções*, 4ª Ed., São Paulo, Cultura Editores Associados, 2005.

Hull, J., *Introdução aos Mercados Futuros e de Opções*, 2ª Ed., São Paulo, Cultura Editores Associados, 1998.

Johnson & Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 5ª Ed., Nova Jersey, Prentice Hall, 2002.

Jorion, P., *Value at Risk*, 2ª Ed., São Paulo, BM&F, 2003.

Kojó, E.; *Sistema de Stress para Análise de Carteiras com Aplicação de Análise de Componentes Principais*, Dissertação de Mestrado, FEA/IME-USP, Modelagem Matemática em Finanças, 2003.

Mina, J. & Xiao J. Y., *Return to Riskmetrics: The Evolution of a Standard*, Nova York, RiskMetrics Group, 2001.

Morettin P. A. e Toloí C. M. C., *Análise de Séries Temporais*, 2ª Ed., São Paulo, Edgard Blucher, 2004.

Morgan Guaranty Trust Company, *RiskMetrics Technical Document*, 4ª Ed., Nova York, 1996.

Pereira, P. L. V., Mapeamento de Instrumentos Financeiros em Fatores de Risco, website - www.risktech.com.br, 1999.

Securato, R. J., *Cálculo Financeiro das Tesourarias*, 2ª Ed., São Paulo, Saint Paul Institute of Finance, 2003.

Shamroukh, A. Duffie, *Modeling Liquidity Risk in VaR Models*, working paper, Algoritmics, Inglaterra, 2000.

Walter, Milton Augusto, *Análise de Demonstrativos Financeiro*, Atlas, 1996.

Wooldridge, J. M., *Introdução à Econometria*, São Paulo, Thomson, 2006.

Zangari, P.. What a risk managers should know about mean reversion and jump in prices, *RiskMetrics Monitor*, J. P. Morgan/Reuters, v.4, 1997, p. 23-29.