

MAT0147 - Cálculo Diferencial e Integral II (FEA-noturno)

GAB Prova P2 (6.0 pt) - 29/11/2023

Prova foi baseada nos Guias Resumidos 2, 3 de Cálculo II e Lista 1 de Cálculo II.

- Compare Questão 1 com: Exemplo 16 e Seção 9 do Guia 3.
- Compare Questão 2 com: Exemplo 7 e Problema 15 do Guia 3.
- Compare Questões 1 e 2 com: Problemas 2.5, 2.6, 3.11, 3.12 e 3.14 da Lista 1.

Questão 1 (3,0 pt). Seja $u : ((0, +\infty) \times (0, +\infty)) \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ função utilidade definida como $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2}$.

- (a) Determine a equação da reta tangente a curva de nível de u (curva de indiferença) no ponto $p = (4, 9)$
- (b) Considere $C = \{x \in \mathbb{R}^2 | 2x_1 + 3x_2 = 10; x_1 > 0, x_2 > 0\}$ a curva que descreve um vínculo orçamentário.
- (b.1) Encontre $q \in C$ tal que $u(q) = \max_{x \in C} u(x)$, ou seja o ponto no vínculo orçamentário que assume a maior utilidade.
- (b.2) Esboce o vínculo orçamentário C e a curva indiferença passando pelo ponto q determinado no item (b.1) acima, destacando os eixos coordenados.

Respostas:

(a) $\frac{3}{4}(x_1 - 4) + \frac{1}{3}(x_2 - 9) = 0$

(b.1) $q = (\frac{5}{2}, \frac{5}{3})$

(b.2) Vide Figura 1

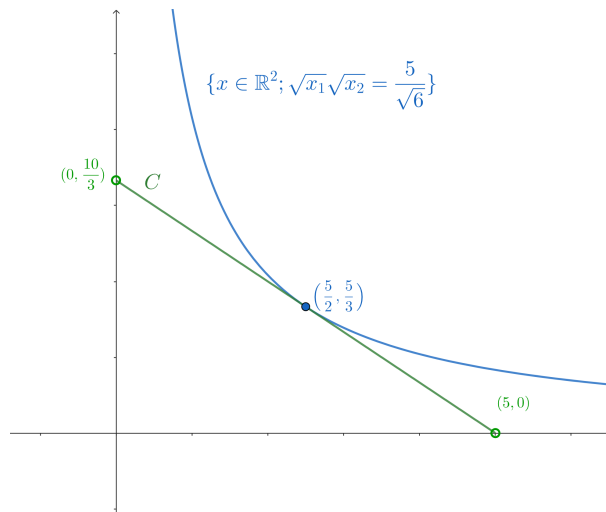


Figura 1: Questão 1 item (b.2)

Questão 2 (3,0 pt). Seja $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ a aplicação definida como:

$$F(r, \theta) = (3r \cos(\theta), 2r \operatorname{sen}(\theta))$$

- (a) Determine a (matriz) derivada $DF(r, \theta)$
- (b) Seja C a imagem da curva parametrizada $\theta \rightarrow F(1, \theta)$ com $\theta \in [0, 2\pi]$.
- (b.1) Determine as 2 retas paralelas a $x_1 + x_2 = 0$ tangentes a elipse C , ou seja determine as 2 retas $x_1 + x_2 = w$ tangentes a C .
- (b.2) Esboce a elipse C e as duas retas tangentes a C paralelas a $x_1 + x_2 = 0$ ou seja as retas determinadas no item (b.1), destacando os eixos coordenados.

Respostas:

(a)
$$DF(r, \theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f_2}{\partial r} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cos(\theta) & -3r \operatorname{sen}(\theta) \\ 2 \operatorname{sen}(\theta) & 2r \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

(b.1) $x_1 + x_2 = \sqrt{13}$ e $x_1 + x_2 = -\sqrt{13}$

(b.2) Vide Figura 2

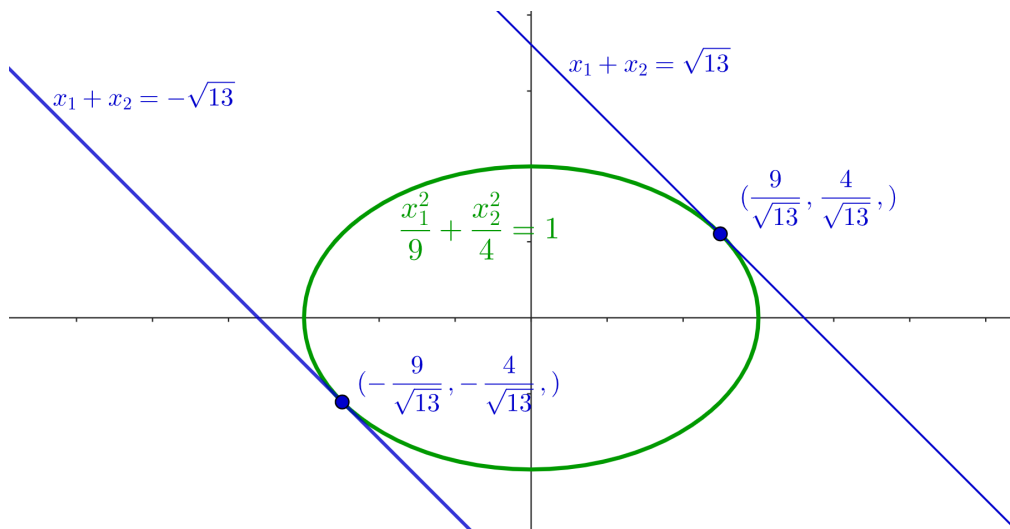


Figura 2: Questão 2 item (b.2)