MAT0147 - Cálculo Diferencial e Integral I (FEA-noturno)

Gabarito P13 (6.0 pt) - 17/05/2023

P13 foi baseada na Lista 1 e Guia Resumido 4. Em particular compare:

- Questão 1 com: com Lista 1 Problemas: 4.8, 4.9.
- Questão 2 com: Lista 1 Problema 4.5
- Questão 3 com: Lista 1 Problemas 2.2, 2.11, 3.1

Questão 1 (3,0 pt)**.** Considere a função $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1$.

(a) 0.5pt Determine os pontos críticos.

(b) 1.0pt Determine os intervalos onde f cresce e descresce.

(c) 0.5pt Determine os máximos e mínimos locais.

(d) 1.0pt Seja $I = [-1, 4]$ determine os valores de máximo e mínimo absolutos de f restrita a I e os pontos $x \in I$ onde eles ocorrem

Respostas:

(a) $x = 0, 1, 2$

(b)
- decresce em $(-\infty, 0)$
- cresce em $(0, 1)$
- descrece em $(1, 2)$
- cresce em $(2, \infty)$

(c)
- mínimo local em: $x = 0, x = 2$
- máximo local em $x = 1$

(d)
- $y = 1$ é valor de mínimo absoluto e ocorre em: $x = 0, x = 2$
- $y = 65$ é valor de máximo absoluto e ocorre em: $x = 4$

Questão 2 (1,0 pt)**.** Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 6 litro de óleo (o qual ocupa volume de 6000 cm cúbicos). Encontre o raio da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo. **Dica:** Utilize que o volume é área da base multiplicada pela altura, i.e, $\pi r^2 h = 6000$ onde h é a altura e r o raio da base.

Resposta: $r = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}10$

Questão 3 (2,0 pt)**.** Calcule

(a) 0.5pt $\frac{d}{dx}L(x)$ onde $L(x) = xp(x) - C(x)$ modela a função lucro, $p(x) = 5 - 3x$ modela a função preço por x unidades e $C(x) = 2x^3 + 4x + 1$ modela a função custo por x produtos.

(b) 0.5pt $\frac{d}{dx}A(x)$ onde $A(x) = \frac{P(x)}{x}$ modela a produtividade média da força de trabalho em uma fábrica com x trabalhadores e $P(x) = 2\exp(x) - \sqrt{3x}$ modela o valor total da produção de x trabalhadores.

(c) 0.5pt $\lim_{x\to+\infty} 2x^3 \exp(-x^2)$

(d) 0.5pt $\lim_{x\to 0} \frac{7^x - 3^x}{x}$

Respostas:

(a) $L'(x) = -6x + 1 - 6x^2$

(b) $A'(x) = \dfrac{1}{x^2}\Big(2\exp(x)(x-1) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{x}\Big)$

(c) 0

(d) $\ln(7) - \ln(3) = \ln(\frac{7}{3})$