

MAT0147 - Cálculo Diferencial e Integral II-Noturno

Gabarito da 2º Prova - 25-11-22

A prova foi baseada na segunda lista de exercícios. Em particular compare:

- Questão 1 com Problema 2.4 (1) da Segunda Lista,
- Questão 2 com Problemas 3.1 da Segunda Lista
- Questão 3 com Problemas 4.4 da Segunda Lista,
- Questão 4 com Problemas 5.3 da Segunda Lista.

Questão 1 (2,5 pt). Seja $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 + 5x^2y + 7$.

- (a) Determine os pontos críticos de f .
- (b) Classifique os pontos críticos em pontos de sela, máximos ou mínimos locais.

Respostas:

- (a) $(0, 0)$, $(\frac{2\sqrt{3}}{5}, -\frac{2}{5})$, $(-\frac{2\sqrt{3}}{5}, -\frac{2}{5})$
- (b) $(0, 0)$ é mínimo local, e $(\frac{2\sqrt{3}}{5}, -\frac{2}{5})$, $(-\frac{2\sqrt{3}}{5}, -\frac{2}{5})$ são pontos de sela.

Questão 2 (2,5 pt). Seja $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 2y + \frac{1}{2}$

- (a) Determine o gradiente de f em um ponto (x, y) .
- (b) Determine os valores máximos e mínimos absolutos (e os respectivos pontos onde estes valores acontecem) da função f restrita ao disco $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Respostas:

- (a) $\nabla f(x, y) = (6x, 4y - 2)$
- (b) 0 é valor mínimo e acontece em $(0, \frac{1}{2})$. O valor máximo é $\frac{27}{2}$ e acontece em $(-\sqrt{3}, -1)$ e $(\sqrt{3}, -1)$.

Questão 3 (2,5pt). Seja $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | (\sqrt{x^2 + y^2} - 4)^2 + z^2 = 1\}$.

- (a) Esboce a curva $S \cap \{y = 0\}$
- (b) Esboce a superfície regular S .
- (c) Seja $p = (\frac{9\sqrt{3}}{4}, \frac{9}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. Determine a equação do plano tangente à S no ponto p .

Respostas:

- (a) dois círculos no plano x, z com centros em $(-4, 0)$ $(4, 0)$ e raio 1
- (b) toro
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{9\sqrt{3}}{4}) + \frac{1}{2}(y - \frac{9}{4}) + \sqrt{3}(z - \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$

Questão 4 (2,5 pt). Seja $U(x, y, z) = x^{\frac{2}{4}}y^{\frac{1}{4}}z^{\frac{1}{4}}$ a função utilidade onde x, y, z representam o número de unidades das mercadorias A, B, C consumidas mensalmente por uma pessoa. Sejam R\$3,00, R\$4,00 e R\$8,00 os preços unitários de A, B, C respectivamente. Suponha que as despesas para mercadorias sejam R\$60,00. Quantas unidades de cada mercadoria de cada tipo devem ser adquiridas para maximizar a utilidade?

Resposta $x = 10, y = \frac{15}{4}, z = \frac{15}{8}$.