MAT0146: Cálculo Diferencial e Integral I para Economia -noturno

P1 - 26/04/19 - Prova:

A prova foi baseada na primeira lista de exercícios. Em particular compare:

- Questão 1 (a) com Problema 2.6 da Primeira Lista,
- Questão 1 (b) com Problema 4.3 (5) da Primeira Lista,
- Questão 1 (c) com Problema 2.3 da Primeira Lista,
- Questão 1 (d) com Problema 4.3 (8) da Primeira Lista,
- Questão 2 (a) com Problema 3.15 a Primeira Lista
- Questão 2 (b) com Problema 3.10 (6) da Primeira Lista,
- Questão 2 (c) com Problema 3.6 da Primeira Lista,
- Questão 2 (d) com Problema 3.10 da Primeira Lista,
- Questão 3 com Problema 4.5 da Primeira Lista,
- Questão 4 com Problema 4.9 da Primeira Lista.

1 Prova A

Questão 1.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x+\to+\infty} \frac{4x^{57}+666x^{41}}{8x^{57}-10000x^{50}}$

(b) $\lim_{x\to 0^+} \frac{4^x-3^x}{x}$

(c) $\lim_{x\to 4^-} \frac{x^2-16}{|x-4|}$

(d) $\lim_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$

Respostas:

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\ln(4) - \ln(3) = \ln(4/3)$

(c) -8

(d) $\exp(-2)$

Questão 1.2 (3,0 pt)**.**

(a) Uma escada com 5 pés de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Se a base desliza, afastando-se da parede a uma taxa de 2 pé/s, quão rápido o topo da escada está escorregando para baixo na parede quando a base da escada está a 3 pés da parede?

(b) Calcule $\frac{d}{dx}\big(3\sec^2(x) + 2\,\mathrm{tg}^2(x)\big)$

(c) Determine a reta tangente a curva $y = 2\cos(x) + 3x\exp(x)$ no ponto $(0, 2)$

(d) Calcule $\frac{d}{dx}\big(x\exp(x^2+3x) + \cos(x^2)\big)$

Respostas:

(a) $y'(t_0) = -\frac{3}{2}$

(b) $10\sec(\mathrm{x})^2\tan(x)$

(c) $y = 2 + 3x$

(d) $\exp(x^2+3x)\big(2x^2+3x+1\big) - \mathrm{sen}\,(x^2)2x$

Questão 1.3 (2,0 pt)**.** Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 4 litro de óleo (o qual ocupa volume de 4000 cm^3). Encontre o raio da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.

Dica: Utilize que o volume é área da base multiplicada pela altura, i.e, $\pi r^2 h = 4000$ onde h é a altura e r o raio da base.

Resposta: $r = 10\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$

Questão 1.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 5x^5 - 3x^3 + 4000$.

(a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) Crescente em: $(-\infty, -\frac{3}{5}) \cup (\frac{3}{5}, +\infty)$ e decrescente em: $(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5})$

(b) máximo local em $x = -\frac{3}{5}$ e mínimo local em $x = \frac{3}{5}$

(c) concavo baixo: $(-\infty, -\frac{3}{5\sqrt{2}}) \cup (0, \frac{3}{5\sqrt{2}})$ e concavo cima: $(-\frac{3}{5\sqrt{2}}, 0) \cup (\frac{3}{5\sqrt{2}}, +\infty)$

2 Prova B

Questão 2.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x+\to+\infty} \frac{5x^{57}+666x^{41}}{2x^{57}-10000x^{50}}$

(b) $\lim_{x\to 0^+} \frac{7^x-5^x}{x}$

(c) $\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2-9}{|x-3|}$

(d) $\lim_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$

Respostas:

(a) $\frac{5}{2}$

(b) $\ln(7)-\ln(5)=\ln(7/5)$

(c) -6

(d) $\exp(-2)$

Questão 2.2 (3,0 pt)**.**

(a) Uma escada com 5 pés de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Se a base desliza, afastando-se da parede a uma taxa de 2 pé/s, quão rápido o topo da escada está escorregando para baixo na parede quando a base da escada está a 4 pés da parede?

(b) Calcule $\frac{d}{dx}\big(2\sec^2(x)+4\operatorname{tg}^2(x)\big)$

(c) Determine a reta tangente a curva $y=3\cos(x)+5x\exp(x)$ no ponto $(0,3)$

(d) Calcule $\frac{d}{dx}\big(x\exp(x^2+2x)+\cos(x^2)\big)$

Respostas:

(a) $y'(t_0)=-\frac{8}{3}$

(b) $12\sec(\mathrm{x})^2\tan(x)$

(c) $y=3+5x$

(d) $\exp(x^2+2x)\big(2x^2+2x+1\big)-\operatorname{sen}(x^2)2x$

Questão 2.3 (2,0 pt)**.** Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 5 litro de óleo (o qual ocupa volume de 5000 cm^3). Encontre o raio da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.

Dica: Utilize que o volume é área da base multiplicada pela altura, i.e, $\pi r^2 h = 5000$ onde h é a altura e r o raio da base.

Resposta: $r = 10\sqrt[3]{\frac{5}{2\pi}}$

Questão 2.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 4000$.

(a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) Crescente em: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ e decrescente em: $(-1, 1)$

(b) máximo local em $x = -1$ e mínimo local em $x = 1$

(c) concavo baixo: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e concavo cima: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0) \cup (\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$