MAT2110 - Cálculo I para Química -noturno

P1 - 24/04/2018 - Prova:

A prova foi baseada na primeira lista de exercícios. Em particular compare:

- Questão 1 (a) com Problema 1.12 (4) da Primeira Lista,
- Questão 1 (b) com Problema 1.8 (5) da Primeira Lista,
- Questão 1 (c) com Problema 3.10 (7) da Primeira Lista,
- Questão 1 (d) com Problema 3.10 (5) da Primeira Lista,
- Questão 2 (a) com Problema 2.2 (1) a Primeira Lista
- Questão 2 (b) com Problema 2.13 (2) da Primeira Lista,
- Questão 2 (c) com Problema 2.14 da Primeira Lista,
- Questão 3 com Problema 3.3(2) da Primeira Lista,
- Questão 4 com Problema 3.8 (3) da Primeira Lista.

1 Prova A

Questão 1.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x+\to\infty} \frac{\sqrt{3^2x^6-7x}}{2x^3-2}$

(b) $\lim_{x\to-1} f(x)$ onde $\ln(-x) - 6\frac{x+1}{x^2-1} \leq f(x) \leq 3x^2 + 6x + 6$

(c) $\lim_{x\to+\infty} 2x^3 \exp(-x^2)$

(d) $\lim_{x\to0} \frac{7^x-3^x}{x}$

Respostas

(a) $3/2$

(b) 3

(c) 0

(d) $\ln(7/3)$

Questão 1.2 (3,0 pt)**.**

(a) Calcule a reta tangente a curva $y = \mathrm{sen}\,(3x) + 2\exp(x)$ no ponto $(0, 2)$

(b) Calcule $\frac{d}{dx}(\ln|\exp(-3x) + x\exp(-3x)|)$

(c) Está sendo bombeado ar para dentro de um balão esférico e seu volume cresce a uma taxa de 200 cm^3/s. Quão rápido o raio do balão está crescendo quando o diâmetro é 50 cm? Dica: pode-se usar aqui o vato que $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Respostas:

(a) $y = 2 + 5x$

(b) $\frac{-2-3x}{1+x}$

(c) $\frac{2}{25\pi}$

Questão 1.3 (2,0 pt)**.** Seja $f(x) = \frac{2x}{(x^2+2)^2}$

(a) Calcule os pontos críticos de f

(b) Determine o valor de máximo global (e os pontos onde este valor ocorre) e o valor de mínimo global (e os pontos onde este valor corre) da função f restrita no intervalo fechado $[0, 1]$.

Respostas:

(a) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ e $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(b) Valor máximo global é $y_1 = \frac{3\sqrt{6}}{32}$ ocorre no ponto $x_1 = \sqrt{2/3}$. Valor mínimo global é $y_2 = 0$ e ocorre no ponto $x_2 = 0$.

Questão 1.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 10000$.

(a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) f cresce em $(-\infty, -\frac{3}{\sqrt{10}}) \cup (\frac{3}{\sqrt{10}}, \infty)$ e descresce em $(-\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}})$

(b) máximo local em $x = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ e mínimo local em $x = \frac{3}{\sqrt{10}}$

(c) concavo para baixo em $(-\infty, -\frac{3}{\sqrt{20}}) \cup (0, \frac{3}{\sqrt{20}})$ e concavo para cima em $(-\frac{3}{\sqrt{20}}, 0) \cup (\frac{3}{\sqrt{20}}, \infty)$

2 Prova B:

Questão 2.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x+\to\infty} \frac{\sqrt{2^2x^6-7x}}{3x^3-2}$

(b) $\lim_{x\to-1} f(x)$ onde $\ln(-x) - 4\frac{x+1}{x^2-1} \leq f(x) \leq 2x^2 + 4x + 4$

(c) $\lim_{x\to+\infty} 3x^3 \exp(-x^2)$

(d) $\lim_{x\to 0} \frac{5^x-2^x}{x}$

Respostas:

(a) 2/3

(b) 2

(c) 0

(d) ln(5/2)

Questão 2.2 (3,0 pt)**.**

(a) Calcule a reta tangente a curva $y = \operatorname{sen}(2x) + 3\exp(x)$ no ponto $(0, 3)$

(b) Calcule $\frac{d}{dx}(\ln|\exp(-2x) + x\exp(-2x)|)$

(c) Está sendo bombeado ar para dentro de um balão esférico e seu volume cresce a uma taxa de 300 cm^3/s. Quão rápido o raio do balão está crescendo quando o diâmetro é 50 cm? Dica: pode-se usar aqui o vato que $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Respostas:

(a) $y = 3 + 5x$

(b) $\frac{-1-2x}{1+x}$

(c) $\frac{3}{25\pi}$

Questão 2.3 (2,0 pt)**.** Seja $f(x) = \frac{3x}{(x^2+1)^2}$

(a) Calcule os pontos críticos de f

(b) Determine o valor de máximo global (e os pontos onde este valor ocorre) e o valor de mínimo global (e os pontos onde este valor corre) da função f restrita no intervalo fechado $[0, 1]$.

Respostas:

(a) $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ e $\sqrt{\frac{1}{3}}$

(b) Valor máximo global é $y_1 = \frac{9\sqrt{3}}{16}$ ocorre no ponto $x_1 = \sqrt{1/3}$. Valor mínimo global é $y_2 = 0$ e ocorre no ponto $x_2 = 0$.

Questão 2.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 3x^5 - 2x^3 + 10000$.

(a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) f cresce em $(-\infty, -\sqrt{\frac{2}{5}}) \cup (\sqrt{\frac{2}{5}}, \infty)$ e descresce em $(-\sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}})$

(b) máximo local em $x = -\sqrt{\frac{2}{5}}$ e mínimo local em $x = \sqrt{\frac{2}{5}}$

(c) concavo para baixo em $(-\infty, -\sqrt{\frac{1}{5}}) \cup (0, \sqrt{\frac{1}{5}})$ e concavo para cima em $(-\sqrt{\frac{1}{5}}, 0) \cup (\sqrt{\frac{1}{5}}, \infty)$