MAT0146: Cálculo Diferencial e Integral I para Economia -noturno

Gabarito da P1 - 10/05/17 - Provas A, B

A prova foi baseada na primeira lista de exercícios. Em particular compare:

- Questão 1 (a) com Problema 2.6 (4)da Primeira Lista,
- Questão 1 (b) com Problema 2.2 (5) da Primeira Lista,
- Questão 1(c) com Problema 2.3 da Primeira Lista,
- Questão 1 (d) com Problema 4.11 (8) da Primeira Lista,
- Questão 2 (a) com Problemas 3.3 e 4.6 da Primeira Lista
- Questão 2 (b) com Problema 3.2 da Primeira Lista,
- Questão 2 (c)com Problema 3.6 da Primeira Lista,
- Questão 2(d) com Problema 3.13 (2) da Primeira Lista,
- Questão 3 com Problema 4.5 da Primeira Lista,
- Questão 4 com Problema 4.8 (2) da Primeira Lista.

1 Prova A

Questão 1.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(0,5 pt)(a) $\lim_{x+\to\infty} \frac{\sqrt{4x^6-7x}}{3x^3-2}$

(0,5 pt) (b) $\lim_{x\to -1} f(x)$ onde $\ln(-x) - 8\frac{x+1}{x^2-1} \leq f(x) \leq 4x^2 + 8x + 8$

(0,5 pt)(c) $\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-4}{|x-2|}$

(0,5 pt)(d) $\lim_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{5}{x}}$

Respostas:

(a) $\frac{2}{3}$

(b) 4

(c) -4

(d) $\exp(-15)$

Questão 1.2 (3,5 pt)**.** Determine

(0,5 pt)(a) $\frac{d}{dx}L(x)$ onde $L(x) = xp(x) - C(x)$ modela a função lucro, $p(x) = 5 - 3x$ modela a função preço por x unidades e $C(x) = 2x^3 + 4x + 1$ modela a função custo por x produtos.

(1,0 pt)(b) $\frac{d}{dx}A(x)$ onde $A(x) = \frac{P(x)}{x}$ modela a produtividade média da força de trabalho em uma fábrica com x trabalhadores e $P(x) = 2\exp(x) - \sqrt{3x}$ modela o valor total da produção de x trabalhadores.

(1,0 pt)(c) a reta tangente a curva $y = \operatorname{sen}(5x) + 2\exp(x)$ no ponto $(0, 2)$

(1,0 pt)(d) $\frac{d}{dx}(\ln|\exp(-7x) + x\exp(-7x)|)$

Respostas:

(a) $L'(x) = 1 - 6x - 6x^2$

(b) $\frac{2\exp(x)(x-1)+\frac{\sqrt{3x}}{2}}{x^2}$

(c) $y = 7x + 2$

(d) $\frac{-6-7x}{1+x}$

Questão 1.3 (1,5 pt)**.** Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 7 litro de óleo (o qual ocupa volume de 7000 cm^3). Encontre o raio da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.

Dica: Utilize que o volume é área da base multiplicada pela altura, i.e, $\pi r^2 h = 7000$ onde h é a altura e r o raio da base.

Resposta: $r = 10\sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$

Questão 1.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 5000$.

(1,0 pt) (a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(0,5 pt) (b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(1,0 pt) (c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(0,5 pt)(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) Descrescente: $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$. Crescente: $(-1, 0) \cup (1, \infty)$

(b) Mínimo locais: $x = -1, x = 1$. Máximo local: $x = 0$

(c) Concava para cima: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$. Concava para baixo: $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

2 Prova B

Questão 2.1 (2,0 pt)**.** Calcule os limites abaixo:

(0,5 pt)(a) $\lim_{x+\to\infty} \frac{\sqrt{9x^6-7x}}{5x^3-2}$

(0,5 pt) (b) $\lim_{x\to-1} f(x)$ onde $\ln(-x) - 10\frac{x+1}{x^2-1} \leq f(x) \leq 5x^2 + 10x + 10$

(0,5 pt)(c) $\lim_{x\to3^-} \frac{x^2-9}{|x-3|}$

(0,5 pt)(d) $\lim_{x\to0}(1-2x)^{\frac{4}{x}}$

Respostas:

(a) $\frac{3}{5}$

(b) 5

(c) -6

(d) $\exp(-8)$

Questão 2.2 (3,5 pt)**.** Determine

(0,5 pt)(a) $\frac{d}{dx}L(x)$ onde $L(x) = xp(x) - C(x)$ modela a função lucro, $p(x) = 8 - 2x$ modela a função preço por x unidades e $C(x) = 2x^3 + 4x + 7$ modela a função custo por x produtos.

(1,0 pt)(b) $\frac{d}{dx}A(x)$ onde $A(x) = \frac{P(x)}{x}$ modela a produtividade média da força de trabalho em uma fábrica com x trabalhadores e $P(x) = 2\exp(x) - \sqrt{7x}$ modela o valor total da produção de x trabalhadores.

(1,0 pt)(c) a reta tangente a curva $y = \operatorname{sen}(2x) + 7\exp(x)$ no ponto $(0, 7)$

(1,0 pt)(d) $\frac{d}{dx}(\ln|\exp(-5x) + x\exp(-5x)|)$

Respostas:

(a) $L'(x) = 4 - 4x - 6x^2$

(b) $\frac{2\exp(x)(x-1)+\frac{\sqrt{7x}}{2}}{x^2}$

(c) $y = 9x + 7$

(d) $\frac{-4-5x}{1+x}$

Questão 2.3 (1,5 pt)**.** Uma lata cilíndrica de metal é feita para receber 8 litro de óleo (o qual ocupa volume de 8000 cm^3). Encontre o raio da base da lata para que o custo do metal utilizado para produzir a lata seja mínimo.

Dica: Utilize que o volume é área da base multiplicada pela altura, i.e, $\pi r^2 h = 8000$ onde h é a altura e r o raio da base.

Resposta: $r = 20\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$

Questão 2.4 (3,0 pt)**.** Seja $f(x) = 6x^4 - 3x^2 + 5000$.

(1,0 pt) (a) Encontre os intervalos em que a função é crescente e descrescente.

(0,5 pt) (b) Encontre os pontos de máximo e mínimo locais.

(1,0 pt) (c) Encontre os intervalos onde a função é concava para cima e concava para baixo.

(0,5 pt)(d) Esboce o gráfico de f.

Respostas:

(a) Descrescente: $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, \frac{1}{2})$. Crescente: $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

(b) Mínimo locais: $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$. Máximo local: $x = 0$

(c) Concava para cima: $(-\infty, -\frac{1}{2\sqrt{3}}) \cup (\frac{1}{2\sqrt{3}}, \infty)$. Concava para baixo: $(-\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}})$