



0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Utilize caneta azul ou preta e preencha completamente a quadrícula.
Exemplo: ■. Não use ☒.

Turma: (somente um número; consulte a pessoa responsável se não souber)

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	20
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

← Marque as quadrículas ao lado para formar o seu número USP e escreva seu nome completo em letra legível na linha pontilhada abaixo. **Se seu número possui menos que 8 dígitos complete com zeros à esquerda.**

Nome:

.....

Esta prova tem duração de 120 minutos. Não desmonte a prova.

Q1 [1,5 pontos] Simule o código abaixo e selecione as opções correspondentes à saída impressa do programa.

```
def f(L, x):
    L.append(x)
    i = len(L)-2
    while x < L[i]:
        L[i+1] = L[i]
        i -= 1
    L[i+1] = x
def g(P):
    s = 0
    for i in range(1,len(P)):
        if P[i] > P[i-1]:
            s += 1
    return s
def main():
    L = [28, 34, 72, 10, 82, 56, 63]
    P = [1, 3, 2, 4, 0, 5]
    P.append(len(P))
    print(L[g(P)])
    temp = P[2]
    P[2] = P[5]
    P[5] = temp
    for i in range(len(P)-5):
        print(L[P[i*2]])
    f(L, 42)
    A = L[2:5]
    print(A[1])
    print(A[2])
main()
```

Rascunho

Selecione o primeiro número impresso:

<input type="checkbox"/> 42	<input type="checkbox"/> 34	<input type="checkbox"/> 56	<input type="checkbox"/> 72	<input type="checkbox"/> 63	<input type="checkbox"/> 82	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 28
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Selecione o segundo número impresso:

<input type="checkbox"/> 34	<input type="checkbox"/> 82	<input type="checkbox"/> 63	<input type="checkbox"/> 42	<input type="checkbox"/> 28	<input type="checkbox"/> 72	<input type="checkbox"/> 56	<input type="checkbox"/> 10
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Selecione o terceiro número impresso:

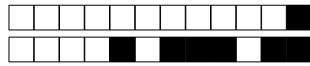
<input type="checkbox"/> 56	<input type="checkbox"/> 34	<input type="checkbox"/> 72	<input type="checkbox"/> 42	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 63	<input type="checkbox"/> 28	<input type="checkbox"/> 82
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Selecione o quarto número impresso:

<input type="checkbox"/> 72	<input type="checkbox"/> 34	<input type="checkbox"/> 42	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 82	<input type="checkbox"/> 28	<input type="checkbox"/> 63	<input type="checkbox"/> 56
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Selecione o quinto número impresso:

<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 63	<input type="checkbox"/> 72	<input type="checkbox"/> 28	<input type="checkbox"/> 56	<input type="checkbox"/> 34	<input type="checkbox"/> 42	<input type="checkbox"/> 82
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

**Q2 [2,5 pontos]**

Implemente uma função chamada `frequencia_relativa(L)` que recebe como parâmetro uma lista `L` e devolve duas listas indicando a frequência relativa dos elementos de `L`. Por exemplo, para a lista `L = [3, 4, 5, 4, 5, 2, 7, 4, 4, 2]`, a função `frequencia_relativa` deve devolver as seguintes listas:

`[3, 4, 5, 2, 7]`, `[0.1, 0.4, 0.2, 0.2, 0.1]`

indicando que o número 3 representa 10% dos elementos, o número 4 representa 40% dos elementos e assim por diante.

Para facilitar a implementação da função `frequencia_relativa`, primeiro implemente a função `pertence(elemento, lista)` que verifica se um inteiro `elemento` ocorre na dada lista. Se ele ocorre, a função devolve a posição da primeira ocorrência, caso contrário devolve -1.

```
def pertence(elemento, lista):  
    for i in range(L1):  
        if lista[i] == L2:  
            return L3  
    return -1  
  
def frequencia_relativa(L):  
    elementos_distintos = []  
    L4  
    for elemento in L:  
        L5  
        if indice == -1:  
            elementos_distintos.append(elemento)  
            L6  
        else:  
            frequencia[indice] += 1  
  
    for i in range(len(frequencia)):  
        L7  
    return L8
```

Preencha as lacunas no código acima (L1 até L8), assinalando as respostas correspondentes abaixo.

Consideração: Para cada lacuna, assinale no máximo uma resposta.

L1:	<input type="checkbox"/> <code>len(lista)</code>	<input type="checkbox"/> <code>lista</code>	<input type="checkbox"/> <code>len(i)</code>	<input type="checkbox"/> <code>elemento</code>	<input type="checkbox"/> <code>lista[i]</code>
L2:	<input type="checkbox"/> <code>lista[elemento]</code>	<input type="checkbox"/> <code>elemento</code>	<input type="checkbox"/> <code>0</code>	<input type="checkbox"/> <code>lista[i]</code>	<input type="checkbox"/> <code>len(lista)</code>
L3:	<input type="checkbox"/> <code>lista[i]</code>	<input type="checkbox"/> <code>+1</code>	<input type="checkbox"/> <code>elemento</code>	<input type="checkbox"/> <code>lista</code>	<input type="checkbox"/> <code>i</code>
L4:	<input type="checkbox"/> <code>frequencia = []</code>	<input type="checkbox"/> <code>elementos_distintos.append(frequencia)</code>	<input type="checkbox"/> <code>frequencia = [[]]</code>	<input type="checkbox"/> <code>elementos_distintos.append(L)</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia = 0</code>	
L5:	<input type="checkbox"/> <code>indice = frequencia_relativa(L)</code>	<input type="checkbox"/> <code>indice = frequencia_relativa(elemento, elementos_distintos)</code>	<input type="checkbox"/> <code>elemento = pertence(elementos_distintos, indice)</code> <input type="checkbox"/> <code>indice = pertence(elementos_distintos, elemento)</code> <input type="checkbox"/> <code>indice = pertence(elemento, elementos_distintos)</code>		
L6:	<input type="checkbox"/> <code>frequencia.append(-1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>frequencia.append(1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>elemento.next()</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia[indice] = 1</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia.append(0)</code>		
L7:	<input type="checkbox"/> <code>frequencia[i] /= 1/len(L)</code>	<input type="checkbox"/> <code>frequencia[i] +=1</code>	<input type="checkbox"/> <code>frequencia[i] *= len(L)</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia[i] /= L</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia[i] /= len(L)</code>		
L8:	<input type="checkbox"/> <code>elemento, elementos_distintos</code>	<input type="checkbox"/> <code>L, frequencia</code>	<input type="checkbox"/> <code>frequencia, elementos_distintos</code> <input type="checkbox"/> <code>frequencia, elemento</code> <input type="checkbox"/> <code>elementos_distintos, frequencia</code>		



Q3 [2,5 pontos] A trajetória de uma nave pode ser descrita por uma lista de t pontos $T = [P_0, P_1, \dots, P_{t-1}]$, com as posições $P_i = [x_i, y_i]$, $0 \leq i < t$, amostradas da nave em intervalos fixos de tempo.

Dadas as trajetórias de um conjunto de n naves, na forma de uma lista $LN = [T_0, T_1, \dots, T_{n-1}]$, faça uma função `nave_percorreu_maior_distancia` em Python que calcula qual nave percorreu a maior distância total. A função deve devolver o índice da nave que percorreu a maior distância e o valor desta distância.

Faça uma função `distancia` que calcula a distância de uma nave na posição $P = [x, y]$ até a superfície de um astro (corpo celeste) $A = [[x_c, y_c], R]$, onde x_c e y_c são a posição do seu centro e R o valor do seu raio. Considere que a nave possui dimensões desprezíveis em relação ao tamanho do astro e que não há colisão.

Dada a trajetória de uma nave $T = [P_0, P_1, \dots, P_{t-1}]$ e um astro $A = [[x_c, y_c], R]$, faça uma função `distancia_minima` que devolve qual foi a menor distância que a nave esteve do astro ao longo da sua trajetória.

Dadas as trajetórias de n naves, numeradas de 0 a $n-1$, na forma de uma lista $LN = [T_0, T_1, \dots, T_{n-1}]$, e uma lista de m astros $LA = [A_0, \dots, A_{m-1}]$, faça um programa que diz qual nave percorreu a maior distância e quais foram as distâncias mínimas que cada nave assumiu ao longo de sua trajetória em relação a cada um dos astros.

```
def nave_percorreu_maior_distancia(LN):
    im, dm = 0, 0.0
    for i in L1:
        d = 0.0
        for j in L2:
            L3
            L4
        L5
    return im, dm

def distancia(P, A):
    return L6

def distancia_minima(T, A):
    dm = -1
    for i in L7:
        L8
        if L9:
            dm = d
    return dm
```

```
def main():
    T0 = [[150000,214002],[150000,214001],[150000,214000]]
    T1 = [[20000, 20000],[20000, 20001],[20001, 20002]]
    LN = [T0, T1]
    LA = [ [0,0], 28000], [[150000,150000], 20000] ]
    i,d = nave_percorreu_maior_distancia(LN)
    print("nave %d percorreu a maior distância de %.2f km"%(i,d))
    for i in range(len(LN)):
        for j in L10:
            dm = L11
            print("Distância (nave %d,astro %d): %.2f km"%(i,j,dm))

main()
```

Exemplo de execução do programa completo:

```
nave 1 percorreu a maior distância de 2.41 km.
Distância (nave 0,astro 0): 233335.03 km.
Distância (nave 0,astro 1): 44000.00 km.
Distância (nave 1,astro 0): 284.27 km.
Distância (nave 1,astro 1): 163845.64 km.
```

Para cada um dos 11 itens a seguir, correspondendo às lacunas no código acima, assinale a única resposta correta.

L1:	<input type="checkbox"/> <code>range(1,len(LN))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LN))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(LN)</code>	<input type="checkbox"/> <code>len(LN)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LN),0,-1)</code>
L2:	<input type="checkbox"/> <code>range(1,len(LN[i]))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LN[i]))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(LN[i],1,-1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>len(LN[i])</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(1,LN[i]-1)</code>
L3:	<input type="checkbox"/> <code>P,Pa = LN[i][j],LN[i][j+1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>P,Pa = [i,j],[i,j-1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>P,Pa = LN[i][j],LN[i][j-1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>P,Pa = LN[i],LN[j]</code>	<input type="checkbox"/> <code>P,Pa = LN[j][i],LN[j][i+1]</code>
L4:	<input type="checkbox"/> <code>d += ((P-Pa)**2)**1/2</code>	<input type="checkbox"/> <code>d += ((P[0]-Pa[1])**2 + (P[0]-Pa[1])**2)**0.5</code>	<input type="checkbox"/> <code>d += ((P[0]-P[1])**2 + (Pa[0]-Pa[1])**2)**0.5</code>	<input type="checkbox"/> <code>d += ((P[0]-Pa[0])**2 + (P[1]-Pa[1])**2)**0.5</code>	<input type="checkbox"/> <code>d += (P[0]-Pa[0]) - (P[1]-Pa[1])</code>
L5:	<input type="checkbox"/> <code>if d < dm:</code> <code>im,dm = i,d</code>	<input type="checkbox"/> <code>if d**0.5 < dm:</code> <code>dm = d**0.5</code>	<input type="checkbox"/> <code>if d > dm:</code> <code>im = i</code>	<input type="checkbox"/> <code>if d > dm:</code> <code>return i,d</code>	<input type="checkbox"/> <code>if d > dm:</code> <code>im,dm = i,d</code>
L6:	<input type="checkbox"/> <code>((P[0]-A[0][0])*2+(P[1]-A[1][0])*2)**0.5 - A[1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>((P[0]-A[0][0])**2+(P[1]-A[0][1])**2)**0.5</code>	<input type="checkbox"/> <code>((P[0]-A[0][0])**2+(P[1]-A[0][1])**2)**0.5 - A[1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>((P[0]-A[0])**2+(P[1]-A[1])**2)-A[1]</code>	<input type="checkbox"/> <code>((P[0]-A[0][0])**2+(P[1]-A[1][0])**2)**1/2 - A[2]</code>
L7:	<input type="checkbox"/> <code>range(T)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(1,len(T)+1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(T))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(T)-1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(T),1,-1)</code>
L8:	<input type="checkbox"/> <code>d = distancia(T[i], A)</code>	<input type="checkbox"/> <code>d = distancia(T[i][0], A)</code>	<input type="checkbox"/> <code>d = distancia(T[i], A[0])</code>	<input type="checkbox"/> <code>d = distancia(T[i+1], A[1])</code>	<input type="checkbox"/> <code>d = distancia(T, A[i])</code>
L9:	<input type="checkbox"/> <code>dm == -1 or d > dm</code>	<input type="checkbox"/> <code>not(dm == -1 and d < dm)</code>	<input type="checkbox"/> <code>dm == -1 and d < dm</code>	<input type="checkbox"/> <code>dm == -1 or d < dm</code>	<input type="checkbox"/> <code>dm != -1 or d-dm > 0</code>
L10:	<input type="checkbox"/> <code>range(1,len(LA))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(LA)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LA)-1,0,-1)</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LA))</code>	<input type="checkbox"/> <code>range(len(LA)-1)</code>
L11:	<input type="checkbox"/> <code>distancia_minima(LN[i], LA[j])</code>	<input type="checkbox"/> <code>distancia_minima(LN[i], LA[j][0])</code>	<input type="checkbox"/> <code>distancia(LN[i][j], LA[j][0])</code>	<input type="checkbox"/> <code>distancia_minima(LN[j], LA[i])</code>	<input type="checkbox"/> <code>distancia(LN[i], LA[j])</code>



Q4 [2,5 pontos] Uma matriz M é dita Matriz de Hadamard se (1) M é quadrada; (2) todas as suas células contém 1 ou -1; e (3) todas as suas linhas são ortogonais entre si, ou seja, que o produto escalar de quaisquer duas linhas é 0. Lembre-se que o produto escalar de dois vetores (a_1, \dots, a_n) e (b_1, \dots, b_n) é o somatório $\sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$. Queremos fazer uma função (`matriz_hadamard`) que decide se uma dada matriz é uma Matriz de Hadamard. Para isso, vamos fazer uma função auxiliar (`ortogonais`) que decide se duas linhas são ortogonais.

```
def ortogonais(linha1, linha2):  
    produto_escalar = 0  
    for i in range(len(linha1)):  
        produto_escalar += linha1[i] * L1  
    return L2  
  
def matriz_hadamard(M):  
    n, m = len(M), L3  
  
    if n != m:  
        return L4  
  
    L5  
    for i in range(n):  
        for j in L6:  
  
            if L7:  
                L8  
  
            if i != j and L9:  
                é_hadamard = False  
  
    return L10
```

Preencha as lacunas no código acima (L1 até L10), de forma a obter as funções descritas.

OBS: Para cada lacuna, assinale no máximo uma resposta.

L1:	<input type="checkbox"/> linha2[j]	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> linha2[i]	<input type="checkbox"/> i	<input type="checkbox"/> len(linha1)
L2:	<input type="checkbox"/> (produto_escalar != 0)	<input type="checkbox"/> (produto_escalar == 0)	<input type="checkbox"/> produto_escalar	<input type="checkbox"/> True	<input type="checkbox"/> False
L3:	<input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> len(M[0])	<input type="checkbox"/> M[0][0]	<input type="checkbox"/> len(M)	<input type="checkbox"/> M[0]
L4:	<input type="checkbox"/> m	<input type="checkbox"/> True	<input type="checkbox"/> False	<input type="checkbox"/> n != m	<input type="checkbox"/> n
L5:	<input type="checkbox"/> i, j = 0, 0	<input type="checkbox"/> n = m	<input type="checkbox"/> é_hadamard = False	<input type="checkbox"/> i = 0	<input type="checkbox"/> é_hadamard = True
L6:	<input type="checkbox"/> range(i+1)	<input type="checkbox"/> M[i]	<input type="checkbox"/> range(n)	<input type="checkbox"/> range(n+1)	<input type="checkbox"/> range(2*i)
L7:	<input type="checkbox"/> M[i][j] == -1 or M[i][j] == 1	<input type="checkbox"/> M[i][j] != 1 or M[i][j] != -1	<input type="checkbox"/> M[i][j] == 1 and M[i][j] == -1	<input type="checkbox"/> M[i][j] == 1 or M[i][j] == -1	<input type="checkbox"/> M[i][j] != 1 and M[i][j] != -1
L8:	<input type="checkbox"/> é_hadamard = False	<input type="checkbox"/> j += 1	<input type="checkbox"/> i += 1	<input type="checkbox"/> é_hadamard = True	<input type="checkbox"/> é_hadamard = not é_hadamard
L9:	<input type="checkbox"/> not ortogonais(M[i], M[i])	<input type="checkbox"/> ortogonais(M[j], M[i])	<input type="checkbox"/> not ortogonais(M[j], M[j])	<input type="checkbox"/> ortogonais(M[i], M[j])	<input type="checkbox"/> not ortogonais(M[i], M[j])
L10:	<input type="checkbox"/> é_hadamard	<input type="checkbox"/> True	<input type="checkbox"/> not é_hadamard	<input type="checkbox"/> False	<input type="checkbox"/> é_hadamard == False



Q5 [1 ponto] Linguagens de programação permitem a definição de funções, o que ajuda na organização (modularização) do código. Algumas das principais vantagens do uso de funções são:

- ☐ (1) permitem resolver alguns problemas que seriam impossíveis de resolver computacionalmente sem funções; (2) permitem reaproveitar código existente minimizando a duplicação de código e (3) permitem esconder detalhes de implementação dentro de um trecho de código, permitindo uma visão de mais alto nível, viabilizando programas mais complexos.
- ☐ (1) permitem quebrar tarefas grandes em menores facilitando o entendimento e manutenção do código; (2) permitem reaproveitar código existente minimizando a duplicação de código e (3) permitem o uso de depuradores (debuggers), que facilitam a correção de erros.
- ☐ (1) permitem quebrar tarefas grandes em menores facilitando o entendimento e manutenção do código; (2) permitem implementar soluções mais eficientes, que chegam na solução mais rapidamente e (3) permitem esconder detalhes de implementação dentro de um trecho de código, permitindo uma visão de mais alto nível, viabilizando programas mais complexos.
- ☐ (1) permitem quebrar tarefas grandes em menores facilitando o entendimento e manutenção do código; (2) permitem reaproveitar código existente minimizando a duplicação de código e (3) permitem que o código fique mais extenso, aproveitando melhor a memória disponível.
- ☐ (1) permitem quebrar tarefas grandes em menores facilitando o entendimento e manutenção do código; (2) permitem reaproveitar código existente minimizando a duplicação de código e (3) permitem esconder detalhes de implementação dentro de um trecho de código, permitindo uma visão de mais alto nível, viabilizando programas mais complexos.

Com base nas alternativas acima, assinale a única alternativa correta.