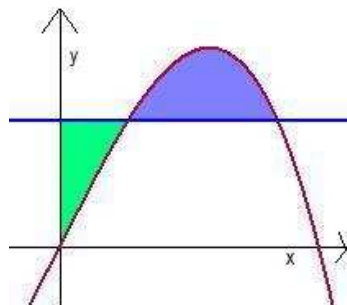




1. APLICAÇÕES DE INTEGRAL DEFINIDA - CÁLCULO DE ÁREAS

1. Calcule a área da região compreendida entre os gráficos das funções $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $g(x) = 1 - \frac{x^2}{5}$ e as retas $x = 0$ e $x = 3$.
2. Desenhe a região A e calcule a sua área:
(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 - 4, y \leq 12 - 3x^2 \text{ e } y \leq 3x^2 + 12x + 12\}$,
(b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 - 1, y \leq x + 1 \text{ e } y \geq -x^2 - 3x - 2\}$.
3. Determine $m > 0$ para que a área delimitada por $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ e a reta $y = mx$ seja igual a 4.
4. Calcule área da região plana delimitada pela curva $y = x^3 - x$ e por sua reta tangente no ponto de abscissa $x = -1$.
5. A reta horizontal $y = c$ intercepta a curva $y = 2x - 3x^3$ no primeiro quadrante como mostra a figura. Determine c para que as áreas das duas regiões sombreadas sejam iguais.



6. Calcule $\int_0^1 x + \sqrt{1-x^2} dx$, interpretando-a como uma área.
7. Calcule a área da região compreendida entre os gráficos de $f(x) = x^3 - 2x + 1$ e $g(x) = -x + 1$, com $-1 \leq x \leq 1$.
8. Sejam $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua com $f(x) \leq 0$, para todo $x \in [-1, 3]$,
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3 \text{ e } y \geq f(x)\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3 \text{ e } y \leq x^2 + 3\}$
tais que a área de $A \cap B$ seja igual a 23. Calcule $\int_{-1}^3 f(x) dx$.

RESPOSTAS

1. $\arctan 3 - 2 \arctan 2 + \frac{26}{15}$
2. a) $\frac{104}{3}$, b) $\frac{107}{24}$
3. $m = 2$
4. $\frac{27}{4}$

5. $c = \frac{4}{9}$
6. $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$
7. $\frac{1}{2}$
8. $-\frac{5}{3}$

2. INTEGRAIS INDEFINIDAS

Calcule as integrais indefinidas abaixo:

1. $\int \frac{x^7 + x^2 + 1}{x^2} dx$
2. $\int e^{2x} dx$
3. $\int \cos 7x dx$
4. $\int \tan^2 x dx$
5. $\int \frac{7}{x-2} dx$
6. $\int \tan^3 x \sec^2 x dx$
7. $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$
8. $\int \tan x dx$
9. $\int \tan^3 x dx$
10. $\int \frac{x}{1+x^2} dx$
11. $\int \frac{x}{1+x^4} dx$
12. $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$

13. $\int x \sqrt{1-x^2} dx$
14. $\int \sec x dx$
15. $\int \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln x}}$
16. $\int x^2 \sqrt[5]{x^3+1} dx$
17. $\int \frac{4x+8}{2x^2+8x+20} dx$
18. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$
19. $\int \frac{dx}{(\arcsin x) \sqrt{1-x^2}}$
20. $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$
21. $\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx$
22. $\int e^{x^3} x^2 dx$
23. $\int e^x \sqrt[3]{1+e^x} dx$
24. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
25. $\int \frac{e^{\arctan x}}{1+x^2} dx$
26. $\int 2x(x+1)^{2010} dx$
27. $\int x \sin x dx$
28. $\int e^x \cos x dx$
29. $\int x^r \ln x dx, r \in \mathbb{R}$
30. $\int (\ln x)^2 dx$
31. $\int x e^{-x} dx$
32. $\int x \arctan x dx$
33. $\int \arcsin x dx$
34. $\int \sec^3 x dx$
35. $\int \cos^2 x dx$
36. $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$
37. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
38. $\int \frac{1-\sin x}{\cos x} dx$
39. $\int \frac{3x^2+4x+5}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx$
40. $\int \frac{dx}{2x^2+8x+20}$
41. $\int \frac{3x^2+4x+5}{(x-1)^2(x-2)} dx$
42. $\int \frac{x^5+x+1}{x^3-8} dx$
43. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$
44. $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$
45. $\int e^{\sqrt{x}} dx$
46. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$
47. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-2x+x^2}}$
48. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
49. $\int \sin(\ln x) dx$
50. $\int \frac{x}{x^2-4} dx$
51. $\int \frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3} dx$
52. $\int \sqrt{a^2+b^2x^2} dx$
53. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+b^2x^2}}$
54. $\int \sqrt{x^2-2x+2} dx$
55. $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$
56. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$
57. $\int \cos^3 x dx$
58. $\int \sin^5 x dx$
59. $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx$
60. $\int \sin^3\left(\frac{x}{2}\right) \cos^5\left(\frac{x}{2}\right) dx$
61. $\int \frac{dx}{\sin^5 x \cos^3 x}$
62. $\int \sin^4 x dx$
63. $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$
64. $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$
65. $\int \cos^6(3x) dx$
66. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x} dx$
67. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}$
68. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$
69. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$
(Sugestão: faça $u = \sqrt[6]{x}$)
70. $\int \frac{x+1}{x^2(x^2+4)^2} dx$
71. $\int \frac{\arctan x}{x^2} dx$
72. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x-x^2}} dx$
73. $\int \frac{4x^2-3x+3}{(x^2-2x+2)(x+1)} dx$
74. $\int \frac{dx}{1+e^x}$
75. $\int \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$

76. $\int x^5 e^{-x^3} dx$

77. $\int \frac{x+1}{x^2(x^2+4)} dx$

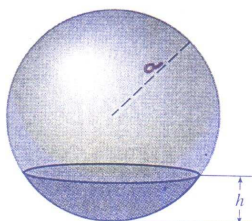
RESPOSTAS

1. $\frac{x^6}{6} + x - \frac{1}{x} + k$
2. $\frac{e^{2x}}{2} + k$
3. $\frac{1}{7} \sin 7x + k$
4. $\tan x - x + k$
5. $7 \ln |x-2| + k$
6. $\frac{1}{4} \tan^4 x + k$
7. $2\sqrt{\cos x}(\frac{1}{5} \cos^2 x - 1) + k$
8. $-\ln |\cos x| + k$
9. $\frac{1}{2} \tan^2 x + \ln |\cos x| + k$
10. $\frac{1}{2} \ln(1+x^2) + k$
11. $\frac{1}{2} \arctan x^2 + k$
12. $x - \arctan x + k$
13. $-\frac{1}{3} \sqrt{(1-x^2)^3} + k$
14. $\ln |\sec x + \tan x| + k$
15. $2\sqrt{1+\ln x} + k$
16. $\frac{5}{18} \sqrt[5]{(x^3+1)^6} + k$
17. $\ln(2x^2+8x+20) + k$
18. $\frac{2}{3} \sqrt{(\ln x)^3} + k$
19. $\ln |\arcsen x| + k$
20. $\ln(1+e^x) + k$
21. $-\ln(1+\cos^2 x) + k$
22. $\frac{1}{3} e^{x^3} + k$
23. $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(1+e^x)^4} + k$
24. $-2 \cos \sqrt{x} + k$
25. $e^{\arctg x} + k$
26. $2(x+1)^{2011}(\frac{x+1}{2012} - \frac{1}{2011}) + k$
27. $-x \cos x + \sin x + k$
28. $\frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + k$
29. $\begin{cases} \frac{x^{r+1}}{r+1} \ln x - \frac{x^{r+1}}{(r+1)^2} + k, \text{ se } r \neq -1 \\ \frac{1}{2} (\ln x)^2 + k, \text{ se } r = -1 \end{cases}$
30. $x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x) + k$
31. $(-x-1)e^{-x} + k$
32. $\frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \arctan x + k$
33. $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + k$
34. $\frac{1}{2} \sec x \tan x + \frac{1}{2} \ln \sec x + \tan x + k$
35. $\frac{1}{2} (x + \sin x \cos x) + k$
36. $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + k$
37. $\frac{1}{8} (x - \frac{1}{4} \sin 4x) + k$
38. $\ln |1 + \sin x| + k$
39. $6 \ln |x-1| - 25 \ln |x-2| + 22 \ln |x-3| + k$
40. $\frac{\sqrt{6}}{12} \arctg(\frac{x+2}{\sqrt{6}}) + k$
41. $-22 \ln |x-1| + \frac{12}{x-1} + 25 \ln |x-2| + k$
42. $\frac{x^3}{3} + \frac{35}{12} \ln |x-2| + \frac{61}{24} \ln(1 + (\frac{x+1}{\sqrt{3}})^2) + \frac{\sqrt{3}}{12} \arctan(\frac{x+1}{\sqrt{3}}) + k$

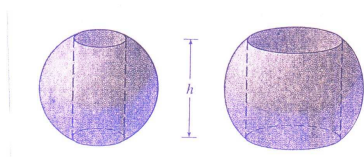
43. $\frac{1}{2} \arcsin x - \frac{1}{2} x \sqrt{1-x^2} + k$
44. $\frac{x}{8} (2x^2-1) \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{8} \arcsin x + k$
45. $2(\sqrt{x}-1)e^{\sqrt{x}} + k$
46. $x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + k$
47. $\ln |\sqrt{5-2x+x^2} + x-1| + k$
48. $\frac{2}{3} x \sqrt{x} (\ln x - \frac{2}{3}) + k$
49. $\frac{x}{2} (\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + k$
50. $\frac{1}{2} \ln |x^2-4| + k$
51. $2 \ln |x-1| + \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+3) + \frac{1}{\sqrt{2}} \arctg(\frac{x+1}{\sqrt{2}}) + k$
52. $\frac{x}{2} \sqrt{a^2+b^2x^2} + \frac{a^2}{2b} \ln(bx + \sqrt{a^2+b^2x^2}) + k$
53. $\frac{1}{b} \ln(\frac{bx}{a} + \frac{\sqrt{a^2+b^2x^2}}{a}) + k$
54. $\frac{x-1}{2} \sqrt{x^2-2x+2} + \frac{1}{2} \ln(x-1 + \sqrt{x^2-2x+2}) + k$
55. $\frac{x+1}{2} \sqrt{3-2x-x^2} + 2 \arcsen(\frac{x+1}{2}) + k$
56. $\frac{1}{\sqrt{2}} \arctg(\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1-x^2}}) + k$
57. $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + k$
58. $-\cos x + \frac{2}{3} \cos^3 x - \frac{1}{5} \cos^5 x + k$
59. $\frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2 \sin^2 x} - 2 \ln |\sin x| + k$
60. $\frac{1}{4} \cos^8(\frac{x}{2}) - \frac{1}{3} \cos^6(\frac{x}{2}) + k$
61. $\frac{1}{2} \tan^2 x + 3 \ln |\tan x| - \frac{3}{2 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^4 x} + k$
62. $\frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{1}{32} \sin(4x) + k$
63. $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{1}{7} \sin^7 x + k$
64. $\frac{x}{16} - \frac{1}{64} \sin(4x) + \frac{1}{48} \sin^3(2x) + k$
65. $\frac{5}{16} x + \frac{1}{12} \sin(6x) + \frac{1}{64} \sin(12x) - \frac{1}{144} \sin^3(6x) + k$
66. $-\frac{1}{3} \cotg^3 x - \frac{1}{5} \cotg^5 x + k$
67. $\tan x + \frac{1}{3} \tan^3 x - 2 \cotg(2x) + k$
68. $\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + k$
69. $2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} + 6 \ln |\sqrt[6]{x}-1| + k$
70. $\frac{1}{16} \ln |x| - \frac{1}{16x} - \frac{1}{32} \ln(x^2+4) - \frac{3}{64} \arctan \frac{x}{2} + \frac{4-x}{32(x^2+4)} + k$
71. $\frac{-\arctan x}{x} + \ln |x| - \ln \sqrt{1+x^2} + k$
72. $\frac{3}{2} \arcsin(x-1) - (\frac{x+3}{2}) \sqrt{2x-x^2} + k$
73. $2 \ln |x+1| + \ln(x^2-2x+2) + \arctan(x-1) + k$
74. $x - \ln(1+e^x) + k$
75. $-\frac{\ln(x+1)}{x} + \ln |x| - \ln(x+1) + k$
76. $-\frac{1}{3} (x^3+1)e^{-x^3} + k$
77. $\frac{1}{4} \ln |x| - \frac{1}{4x} - \frac{1}{8} \ln(x^2+4) - \frac{1}{8} \arctan(\frac{x}{2}) + k$

3. OUTRAS APLICAÇÕES DA INTEGRAL DEFINIDA

1. Calcule $\int_{-1}^1 x^3 \sin(x^2 + 1) dx$.
2. Encontre o volume de uma pirâmide cuja base é o quadrado de lado L e cuja altura é h .
3. Calcule o volume do sólido cuja base é a astróide de equação $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ e tal que as seções transversais por planos paralelos ao plano Oxz são quadrados.
4. Calcule o comprimento do gráfico de $f(x) = \ln(\cos x)$, para $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.
5. Calcule a área da região do plano limitada pela elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
6. Determine o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo Ox do conjunto
 - (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq xy \leq 2, x^2 + y^2 \leq 5 \text{ e } x > 0\}$.
 - (b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \sqrt{x} \text{ e } (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$.
 - (c) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2 \text{ e } e^{-x} \leq y \leq e^x\}$.
 - (d) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \leq 1 \text{ e } 1/x \leq y \leq 4/x^2\}$.
7. Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \ln(x+1) + 2 \leq y \leq e^x + 4\}$. Determine o volume do sólido obtido pela rotação de A em torno da reta $y = 2$.
8. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno da reta $y = 3$ da região delimitada pelas parábolas $y = x^2$ e $y = 2 - x^2$.
9. O disco $x^2 + y^2 \leq a^2$ é girado em torno da reta $x = b$, com $b > a$, para gerar um sólido, com a forma de um pneu. Esse sólido é chamado **toro**. Calcule seu volume.
10. Calcule o volume de uma calota esférica de altura h , $h \leq a$, de uma esfera de raio a .



11. Determine o comprimento da curva $y = \cosh x$, $-3 \leq x \leq 4$.
12. Um anel esférico é o sólido que permanece após a perfuração de um buraco cilíndrico através do centro de uma esfera sólida. Se a esfera tem raio R e o anel esférico tem altura h , prove o fato notável de que o volume do anel depende de h , mas não de R .



RESPOSTAS

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. 0. | (c) $\frac{\pi}{2}(e^2 - e^{-2})^2$. |
| 2. $L^2 h/3$. | (d) $\frac{5\pi}{6}$. |
| 3. $\frac{128}{105}a^3$. | 5. $\pi \left[\int_0^1 (e^x + 2)^2 dx - \int_0^1 \ln^2(x+1) dx \right]$ |
| 4. $\ln(1 + \sqrt{2})$. | 8. $\frac{32}{3}\pi$. |
| 5. πab . | 9. $(2\pi b)(\pi a^2)$. |
| 6. (a) $\frac{10\sqrt{5}-2}{3}\pi$. | 10. $\pi h^2(a - \frac{h}{3})$. |
| (b) $\frac{\pi}{6}$. | 11. $\sinh 4 + \sinh 3$. |

4. APLICAÇÕES DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

1. Seja f uma função contínua em um intervalo $[a, b]$ e sejam $u(x)$ e $v(x)$ funções diferenciáveis cujos valores estão em $[a, b]$. Prove que

$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt = f(v(x)) \frac{dv}{dx} - f(u(x)) \frac{du}{dx}.$$

A fórmula acima é conhecida como *Regra de Leibnitz*.

2. Calcule $g'(x)$ onde

$$(a) g(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} e^{t^2} dt \quad (b) g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} \sin(t^2) dt$$

3. Seja $F(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^3} dt$. Calcule $\int_0^2 xF(x) dx$ em termos de $F(2)$.

4. Seja f uma função contínua em um intervalo I contendo a origem e seja

$$y = y(x) = \int_0^x \sin(x-t)f(t) dt$$

Prove que $y'' + y = f(x)$ e $y(0) = y'(0) = 0$, para todo $x \in I$.

5. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \cos(t^2) dt}{\int_0^x e^{-t^2} dt}$.

6. Mostre que $f(x) = \int_0^{1/x} \frac{1}{t^2+1} dt + \int_0^x \frac{1}{t^2+1} dt$ é constante em $(0, \infty)$. Qual o valor dessa constante?

7. Seja $f(x) = \int_0^x e^{\frac{x^2-t^2}{2}} dt$. Mostre que $f'(x) - xf(x) = 1$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

8. Seja $F : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \int_1^x \sqrt{t^3-1} dt$.

(a) Calcule o comprimento do gráfico de F entre $x = 1$ e $x = 4$.

(b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x^3) - F(8)}{\sin(x-2)}$

9. Avalie $\int_0^1 e^{x^2} dx$ com erro inferior a 10^{-5} (Dica: use o exercício 53-c da Lista 2).

10. Mostre, usando o polinômio de Taylor, que $\left| \int_0^1 \cos(x^2) dx - \left(1 - \frac{1}{5.2!} + \frac{1}{9.4!} - \frac{1}{13.6!} \right) \right| \leq \frac{1}{15.7!}$.

RESPOSTAS

$$3. 2F(2) - \frac{26}{9}.$$

$$5. 0.$$

$$6. \frac{\pi}{2}.$$

$$8. (a) \frac{62}{5} \quad (b) 12\sqrt{511}$$

5. MISCELÂNEA

1. **Trabalho.** Quando uma **força constante** de intensidade F é aplicada na direção do movimento de um objeto e esse objeto é deslocado de uma distância d , definimos o **trabalho** W realizado pela força sobre o objeto por $W = F.d$, se a força age no sentido do movimento e por $W = -F.d$, se ela age no sentido oposto. Suponha agora que um objeto está se movendo na direção positiva ao longo do eixo x , sujeito a uma **força variável** $F(x)$. Defina o trabalho W realizado pela força sobre o objeto quando este é deslocado de $x = a$ até $x = b$, e encontre uma fórmula para calculá-lo.

2. **Energia cinética.** Use as notações do exercício anterior, a segunda lei de Newton e a regra da cadeia

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

para mostrar que o trabalho realizado por uma força F atuando sobre uma partícula de massa m que se moveu de x_1 até x_2 é

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2,$$

onde v_1 e v_2 são as velocidades do corpo em x_1 e x_2 . Em Física, a expressão $\frac{1}{2}mv^2$ é chamada de **energia cinética** de um corpo em movimento com velocidade v . Portanto, o trabalho realizado por uma força é igual à variação da energia cinética do corpo e podemos determinar o trabalho calculando esta variação.

3. Suponha que uma partícula se desloca ao longo do eixo Ox , segundo uma função horária $x : [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}$ e sob ação de uma força $f(x) \vec{i}$, dada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ contínua. Admita que a dinâmica da partícula é governada por um modelo relativístico: sua massa m depende da sua velocidade v , segundo a função $m : (-c, c) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por (dados $c > 0$ velocidade da luz e $m_0 > 0$ massa de repouso):

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

e sua função horária x satisfaz a equação diferencial:

$$\frac{d}{dt}(m(x'(t))x'(t)) = f(x(t)).$$

Mostre que, se interpretarmos o trabalho $\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx$ realizado pela força f quando a partícula se desloca de $x_0 = x(t_0)$ a $x_1 = x(t_1)$ como variação de energia ΔE , e se $\Delta m = m(x'(t_1)) - m(x'(t_0))$, então

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

Sugestão: Use o teorema de mudança de variáveis na integral de Riemann e o teorema fundamental do cálculo.

4. Seja $G(x) = \int_0^x \left(t \int_0^t e^{u^2} du \right) dt$. Calcule $G'(x)$ e $G''(x)$.
5. Calcule o comprimento da astróide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
6. Seja $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt, x \in \mathbb{R}$.
- (a) Mostre que f é crescente e ímpar.
- (b) Mostre que $f(x) \leq f(1) + 1 - \frac{1}{x}, \forall x \geq 1$. (Sugestão: Integre $0 \leq \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} \leq \frac{1}{t^2}$ de 1 a x .)
- (c) Mostre que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ existe e é um número real positivo.
- (d) Esboce o gráfico de $f(x)$, localizando seu ponto de inflexão.
7. Estude as seguintes integrais de Riemann impróprias:
- (a) $\int_0^1 \ln(x) dx$; (b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$; (c) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$.

RESPOSTAS

$4. \begin{aligned} G'(x) &= x \int_0^x e^{u^2} du, & G''(x) &= \\ &\int_0^x e^{u^2} du + x e^{x^2}. \end{aligned}$	$5. 6a.$
	$1. (a) -\infty; (b) \frac{\pi}{4}; (c) -\infty.$

6. TESTES

Questão 1. Sabendo que $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua que satisfaz a equação $2 + \int_a^{x^3} f(t) dt = e^{3x}$, para todo $x > 0$ e algum $a > 0$, então $f(t)$ é igual a:

- (a) $t^{\frac{3}{2}} e^{3\sqrt[3]{t}}$; (b) $t^{-\frac{2}{3}} e^{3\sqrt[3]{t}}$; (c) $t^{\frac{2}{3}} e^{3\sqrt[3]{t}}$; (d) $t^{\frac{3}{2}} e^{2\sqrt[3]{t}}$; (e) $t^{-\frac{3}{2}} e^{2\sqrt[3]{t}}$.

Questão 2. Seja R a região do primeiro quadrante delimitada pela curva $y = 1 + \frac{x^2}{2}$ e pela reta normal à essa curva no ponto $(2, 3)$. O volume do sólido gerado pela rotação da região R em torno do eixo Ox é:

- (a) $\frac{360\pi}{15}$; (b) $\frac{361\pi}{15}$; (c) $\frac{362\pi}{15}$; (d) $\frac{363\pi}{15}$; (e) $\frac{364\pi}{15}$.

Questão 3. $\int_0^{\pi/2} \cos x \left(\int_1^{\sin x} e^{t^2} dt \right) dx$ é igual a:

- (a) $-\frac{1}{3}(e+1)$; (b) $\frac{1}{2}(e-2)$; (c) $-\frac{1}{2}(e-1)$; (d) $\frac{1}{2}(e+1)$; (e) $-\frac{1}{3}(e-1)$.

Questão 4. Se a e b são números positivos distintos então $\int_0^\infty \frac{e^{ax} - e^{bx}}{(1+e^{ax})(1+e^{bx})} dx$ vale

- (a) 0; (b) 1; (c) $a-b$; (d) $(a-b) \ln 2$; (e) $\frac{(a-b)}{ab} \ln 2$.

Questão 5. O valor de $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\cos t + \sqrt{1+t^2} \sin^3 t \cos^3 t) dt$ é:

- (a) $\sqrt{2}$; (b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (c) $-\sqrt{2}$; (d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; (e) 0.

Questão 6. Sobre $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(t)}{\sin^3(t) + \cos^3(t)} dt - \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3(t)}{\sin^3(t) + \cos^3(t)} dt$ pode ser afirmar que:

- (a) vale 0;
 (b) é positiva e menor que $\frac{\pi}{2}$;
 (c) é negativa e maior que $-\frac{\pi}{2}$;
 (d) é maior que $\frac{\pi}{2}$;
 (e) é menor que $-\frac{\pi}{2}$.

Questão 7. A integral $\int_{e^{-3}}^{e^{-2}} \frac{1}{x \ln x} dx$ é

- (a) 1; (b) $\frac{2}{3}$; (c) $\frac{3}{2}$; (d) $\ln \frac{2}{3}$; (e) $\ln \frac{3}{2}$.

Questão 8. A região limitada pelas curvas $y = x$ e $y = x^2$ no primeiro quadrante é rotacionada em torno do eixo Oy . O volume do sólido obtido é:

- (a) $\frac{\pi}{12}$; (b) $\frac{\pi}{6}$; (c) $\frac{\pi}{3}$; (d) $\frac{2\pi}{3}$; (e) $\frac{3\pi}{2}$.

Questão 9. O valor de $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^{x^4} e^{t^2} dt$ é

- (a) $e^{x^6} (e^{x^8-x^6} - 1)$; (b) $4x^3 e^{x^8}$; (c) $\frac{1}{\sqrt{1-e^{x^2}}}$; (d) $\frac{e^{x^2}}{x^2} - 1$; (e) $x^2 e^{x^6} (4xe^{x^8-x^6} - 3)$.

RESPOSTAS

1. (b)
 2. (e)
 3. (c)
 4. (d)
 5. (a)

6. (a)
 7. (d)
 8. (b)
 9. (e)
-