MAT–2453 — Cálculo Diferencial e Integral I — EP–USP

Prova Substitutiva — 10/07/2017

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ____________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Carteiras, mochilas e blusas devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar desligados.
2. Preencha à tinta, e de maneira legível, todos os campos acima.
3. As questões dissertativas podem ser feitas à tinta (azul ou preta) ou à lápis.
4. Só será considerado na correção das questões dissertativas o que estiver na folha com seu enunciado.
5. Mantenha a organização, limpeza e legibilidade na redação da(s) questão(ões) dissertativas, **justificando todas as suas afirmações**.
6. Esta prova tem duração máxima de 2 horas e o tempo mínimo de permanência na sala é de 60 minutos.

Assinatura: ____

PONTUAÇÃO

Tipo de Prova	
○ ○ ● ● ○ ● ○ ○	
Questões	**Nota**
1	
2	
3	
4	
Total	

BOA PROVA!

Questão 1 (Valor: 2.0 pontos). Considere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2-1)}{(x-1)^2}\, e^{\frac{-1}{(x-1)^2}} & \text{, se } x \neq 1; \\ 0 & \text{, se } x = 1. \end{cases}$$

Determine a continuidade e a diferenciabilidade de f em $x_0 = 1$, calculando $f'(1)$ caso exista.

Questão 2 (Valor: 2.5 pontos). Seja $F\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ dada por $F(x) = 2 + \displaystyle\int_0^{\sin x} \sqrt[3]{t^3 + 2}\, \mathrm{d}t$.

a. Analise o crescimento da função F em $[0, 2\pi]$.
b. Determine o número de soluções da equação $F(x) = 0$, para $x \in [0, 2\pi]$.

Questão 3 (Valor: 2.5 pontos)**.** Uma câmera desloca-se no primeiro quadrante sobre a elipse $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Quando está no ponto (x, y) da elipse ela consegue filmar o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(x, 0)$ e (x, y).

a. Determine, caso exista, o ponto em que ela filma a maior área possível.

b. Sabendo que no ponto $\left(\sqrt{2}, \sqrt{2}/2\right)$ a componente horizontal da velocidade da câmera é 2, determine a componente vertical desta velocidade.

Questão 4 (Valor: 3.0 pontos)**.**

a. Calcule $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{x}+1}{x+\sqrt[3]{x}}\,\mathrm{d}x$.

b. O volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo Ox da região

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x < \infty \text{ e } 0 \leq y \leq e^{-x}|\sin(x)|\right\}$$

é dado por uma integral imprópria. Calcule-a ou mostre que ela é divergente.