

Prefácio

Este livro tem como objetivo abordar simultaneamente a Geometria Diferencial de curvas e superfícies em dois ambientes distintos: o Euclidiano e o Lorentziano. A diferença entre eles é essencialmente a maneira de medir comprimentos, sendo o primeiro aquele ao qual estamos mais acostumados. A novidade é o estudo daqueles objetos no ambiente Lorentziano, fazendo comparações sistemáticas entre os dois casos.

A Geometria Diferencial é uma área da Matemática que consiste no estudo de propriedades geométricas de certos objetos, por meio de técnicas do Cálculo Diferencial e da Álgebra Linear, eventualmente lançando mão de outras ferramentas mais sofisticadas.

A Geometria Diferencial Lorentziana, por sua vez, extrapola o interesse para a Matemática em si, alcançando também a Física, sendo a linguagem matemática da Relatividade Geral. A motivação principal para a preparação do presente texto foi apresentar de maneira suficientemente autocontida (e, esperamos, simples) parte da vasta bibliografia sobre o assunto, que se encontra dispersa em artigos científicos, muitas vezes com uma linguagem não uniformizada.

Para começar nossa jornada precisamos entender a geometria “estática” do ambiente Lorentziano, ou seja, estudar a Álgebra Linear nesse ambiente. Isto é feito no Capítulo 1, que também apresenta resultados sobre as transformações que preservam essa geometria. Tais resultados são elaborados em paralelo aos resultados clássicos da Geometria Euclidiana. Aparecem também algumas das interações do espaço de Lorentz–Minkowski com a Relatividade Especial.

No Capítulo 2, estudamos em profundidade a geometria das curvas. Para tanto, combinamos o que foi exposto no capítulo anterior com resultados do

Cálculo Diferencial e Integral em uma variável real. A teoria básica é a mesma, qualquer que seja a dimensão do ambiente, e desenvolvemos isso na primeira seção, deixando os casos específicos do plano e do espaço para as seções subsequentes.

Para completar esta introdução à Geometria Diferencial Lorentziana, fazemos um estudo sistemático das superfícies em espaços tridimensionais, elaborando a teoria conjunta dos ambientes Euclideo e Lorentziano, enfatizando as dissonâncias entre os casos, quando existirem. Aqui serão necessários os resultados dos capítulos anteriores, além das ferramentas do Cálculo Diferencial e Integral em várias variáveis reais. Ao final do livro apresentamos um apêndice com os principais resultados utilizados.

O quarto capítulo tem essencialmente três objetivos: apontar a direção em que se generalizam os tópicos estudados anteriormente e à maneira moderna de abordar a Geometria Diferencial; estabelecer uma relação entre certas superfícies e variáveis complexas (ou um equivalente, ali definido) e, finalmente, discutir brevemente a interpretação da Relatividade Geral neste contexto matemático mais abstrato. Naturalmente, para a leitura desse capítulo esperamos maior maturidade matemática e boa familiaridade com a teoria de funções complexas e topologia geral.

Todas as seções são acompanhadas de muitos exercícios, mais de 300 ao total. Aqueles que são importantes para o desenvolvimento da teoria são indicados com † e muitos outros são referenciados ao longo do texto. Não contamos com que o leitor ou a leitora tenha tempo hábil de resolvê-los todos, mas esperamos que ao menos seus enunciados sejam lidos e compreendidos.

Ao longo do texto seguiremos notações usuais da literatura matemática mas, para facilitar a leitura adotaremos fontes em negrito para indicar vetores do espaço ambiente, sendo tipicamente letras gregas para curvas e romanas para vetores fixos ou superfícies parametrizadas. Quando o parâmetro de alguma curva tiver algum significado especial também usamos alguma alteração da fonte para enfatizar tal fato.

Finalmente, vários colegas contribuíram com sugestões e críticas para melhoria da apresentação e conteúdo do texto. Em particular destacamos o Prof. Antonio de Padua Franco Filho pela leitura criteriosa do manuscrito. Agrade-

Prefácio

ceamos também à FAPESP¹ e ao CNPq² pelo apoio parcial. A todos, nossos mais sinceros agradecimentos,

São Paulo, Junho de 2018

Ivo Terek Couto
Alexandre LyMBERopoulos

¹Processo 2014/09781-8. As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do(s) autor(es) e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

²Processo 134593/2016-2.