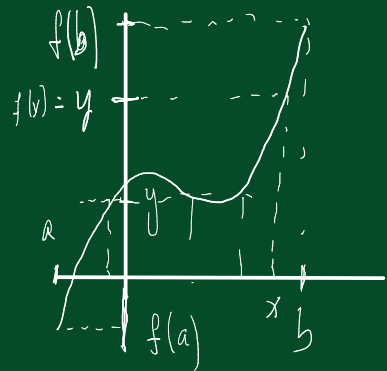


Teorema (do valor intermediário):

Sejam $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e y entre

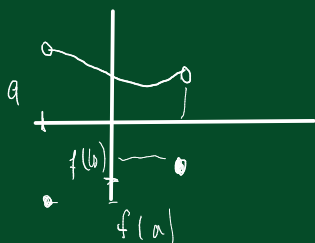
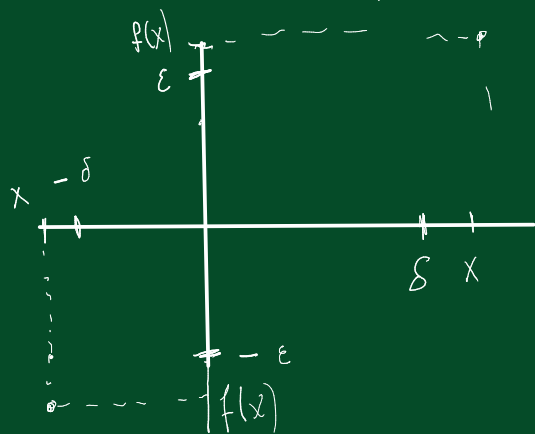
$f(a)$ e $f(b)$. Então existe $x \in [a, b]$ tq

$$f(x) = y.$$



Corolário: Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$,

então f é polijetora



$$x^3 + 2x^2 - 3x = 1 \text{ tem solução?}$$

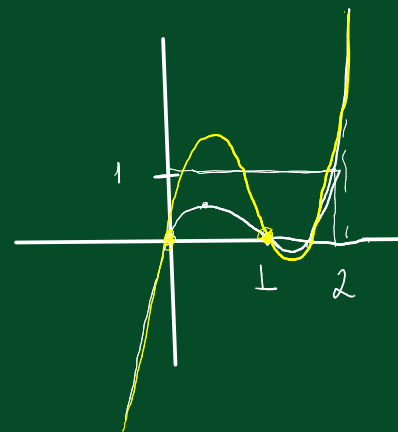
$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow \exists x \in [0, 2] \text{ tq } f(x) = 1$$

$$f(2) = 10$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow \exists x \in [1, 2] \text{ tq } f(x) = 1$$

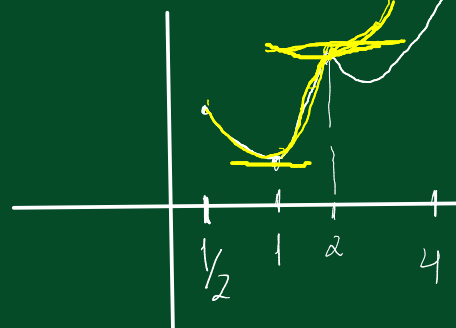
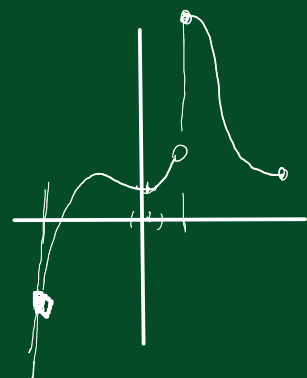
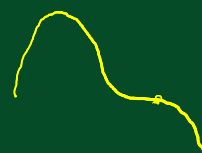
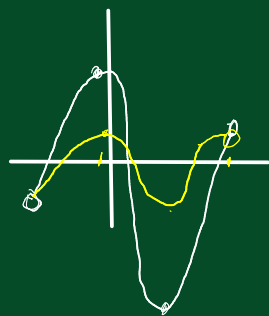
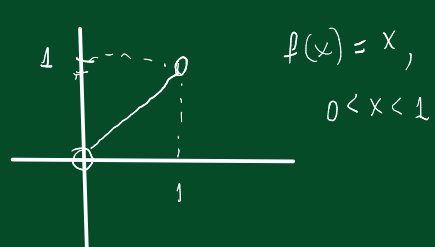
$$f(3/2) = 1$$



Teorema (de Weierstrass):

Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então
existem $x_1, x_2 \in [a, b]$ tq

$$f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2), \forall x \in [a, b]$$



Teorema (Fermat): Se $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ é derivável e x_0 é máximo ou mínimo local, então $f'(x_0) = 0$.

Lista 2:

4-c) $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x \quad x \in [1/2, 4]$

f é contínua no fechado $[1/2, 4]$ ^{wei.} $\Rightarrow f$ assume máx e mín.

.) Nos extremos:

$$\begin{cases} f(1/2) = 2 - \ln 2 \\ f(4) = \frac{1}{4} + 2 \ln 2 \end{cases}$$

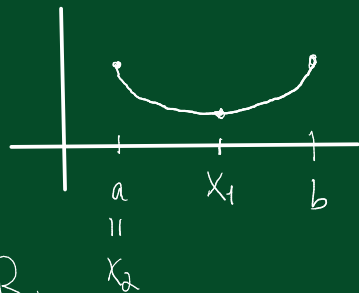
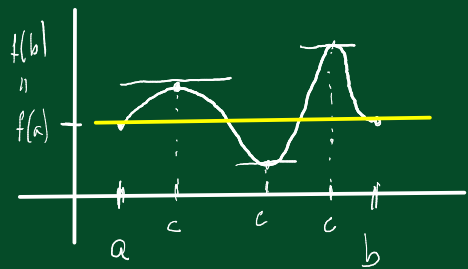
.) No interior: $]1/2, 4[$, f é derivável

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{-1+x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$f(1) = 1$$

$$\underbrace{f(1)}_{\min} < f(1/2) < \underbrace{f(4)}_{\max}$$

$x_1 = 1$ é pto min (global) e $x_2 = 4$ é pto de máx (global) de f .

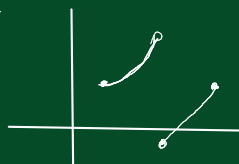


Teorema (Rolle): Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, contínua e derivável em $]a, b[$, com $f(a) = f(b)$. Então existe $c \in]a, b[$ t.q. $f'(c) = 0$.

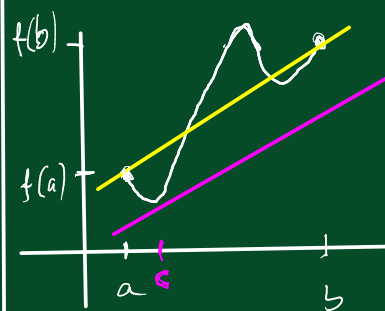
Dem.: Por Weier, existam - pto de máx e mín de f em $[a, b]$

• Se o pto de máx ou o mín está no interior então, por Fermat,
 $f'(x_2) = 0$ ou $f'(x_1) = 0$.

• Se o pto de máx é $x_1 = a$ então $f(x_1) = f(a) = f(b)$
 $\Rightarrow$ b não é mínimo, o mínimo tem que estar no interior $\Rightarrow f'(x_2) = 0$.



Teorema (do Valor Médio): Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, contínua e derivável em $]a, b[$. Então existe $c \in]a, b[$ t.q. $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$



$$f(b) = f(a) + f'(c) \underbrace{(b-a)}_2$$

$$\Downarrow$$

$$f(b) \leq 11$$

Dem.: $h(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \cdot x$ é contínua em $[a, b]$ e deriv. em $]a, b[$

$$h(b) = f(b) - \left(\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right) \cdot b = \frac{f(a) \cdot b - f(b) \cdot a}{b - a} = h(a)$$

Por Rolle, $\exists c \in]a, b[$ t.q. $h'(c) = 0$

$$h'(x) = f'(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \Rightarrow f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad \#$$