MAT-2453 – CÁLCULO I

AULA 08: DERIVADAS

Alexandre Lymberopoulos

Para Escola Politécnica – USP

IME-USP — Departamento de Matemática

UM PRIMEIRO CONTATO

- O que vamos fazer? Determinar, quando existir, a reta tangente ao gráfico de uma função f num ponto $p \in D_f$ dado.
- Como vamos fazer? Precisamos de um ponto desta reta e seu coeficiente angular. O ponto já temos: $(p, f(p))$.
- O coeficiente angular podemos tentar obter aproximando-o pelo coeficiente de retas secantes:

$$m_r = \frac{f(p+h) - f(p)}{h}.$$

- Veja essa ideia em animação [aqui](#).
- Se esse limite existir e for um número real dizemos que f é derivável no ponto p e escrevemos

$$f'(p) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(p+h) - f(p)}{h}$$

e a reta tangente procura tem equação

$$y - f(p) = f'(p)(x - p).$$

ESSE LIMITE SEMPRE EXISTE?

Veja os seguintes exemplos:

- f é descontínua em p .
- f é contínua em p .
- Considere os exemplos acima e o do slide anterior. É possível inferir alguma relação entre continuidade e existência da derivada num ponto?
- Calcule, pela definição, as derivadas de $f(x) = x^2$ e $g(x) = x^3$ no ponto $x_0 = 1$. Vamos usar esses resultados daqui a pouco.
- Escreva a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ em $p = 1$.

INTERPRETAÇÃO E APLICAÇÃO.

- Se uma partícula move-se ao longo de um eixo com função horária $s(t)$, então sua *velocidade média* entre os instantes t_0 e t_1 é

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_1) - s(t_0)}{t_1 - t_0}.$$

- A *velocidade instantânea* em t_0 é, se existir, o limite dessa proporção quando t aproxima-se arbitrariamente de t_0 :

$$v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + h) - s(t_0)}{h} = s'(t_0).$$

- Compare o valor da ordenada do ponto de abscissa $x = 1.01$ na reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ em $p = 1$, com o valor de $f(1.01)$. O que acontece com a proporção da diferença entre esses valores e $x - p = 0.01$. Generalize para outros valores de p .

OPERAÇÕES COM DERIVADA:

- Você calculou as derivadas de $f(x) = x^2$ e $g(x) = x^3$ no ponto $x_0 = 1$. Qual a derivada de $h(x) = x^2 + x^3$ em $p = 1$. Interprete geometricamente.
- Qual a derivada de $h(x) = x^5 = x^2x^3$? É verdade que $h'(1) = f'(1)g'(1)$? Interprete geometricamente.
- E para a composta $f \circ g$? O que podemos dizer?

Acesse e responda ao formulário a seguir, usando seu e-mail USP:

Atividade para Aula 08

NA AULA E DEPOIS DA AULA:

- Na aula veremos:
 - ① mais alguns exemplos e
 - ② uma definição alternativa de derivada, que permite obter regras de derivação de maneira muito simples.
- Depois da aula: trabalhar os exercícios da seção 3 da [Lista 1](#).

Até nosso próximo encontro!

lymber@ime.usp.br