

MAT-2453 – CÁLCULO I

AULA 04: CONTINUIDADE DE FUNÇÕES

Alexandre Lyberopoulos

Para Escola Politécnica – USP

IME-USP — Departamento de Matemática

FUNÇÕES CONTÍNUAS - SOMA

- Considere os gráficos das funções f e g e da sua soma, $f + g$ abaixo:

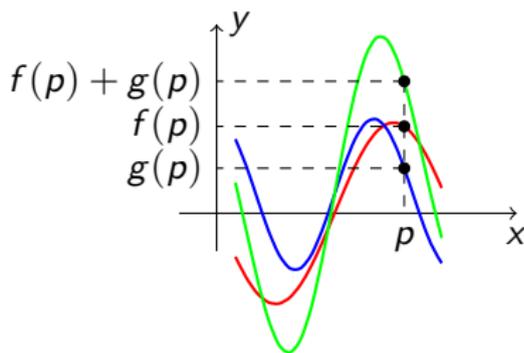


FIGURE: Soma de duas funções contínuas.

- Ambas f e g são contínuas em p . Intuitivamente¹ significa que para x próximo de p temos que $f(x)$ e $g(x)$ se aproximam de $f(p)$ e $g(p)$, respectivamente.
- Também intuitivamente podemos inferir que a soma de f com g , $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$, também se aproxima de $(f + g)(p) = f(p) + g(p)$, quando x aproxima-se de p .

¹Já sabemos enunciar isso formalmente, certo?

EXPLORANDO UM POUCO MAIS...

- Considere agora as funções $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 1, \\ -1, & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x \leq 1, \\ 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}.$$

- Faça os gráficos de f , g e de $f + g$. O que você pode dizer sobre a continuidade dessas três funções?
- É verdade que a soma de duas funções descontínuas num ponto é descontínua naquele ponto?
- E se uma das funções for contínua e a outra descontínua?

FUNÇÕES CONTÍNUAS - PRODUTO

- Considere os gráficos das funções f e g e de seu produto, fg abaixo:

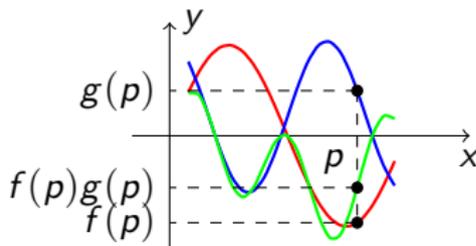


FIGURE: Produto de duas funções contínuas.

- Ambas f e g são contínuas em p . E novamente observamos que, para x próximo de p , além de $f(x)$ e $g(x)$ se aproximam de $f(p)$ e $g(p)$, respectivamente, temos que $(fg)(x) = f(x)g(x)$ aproxima-se de $(fg)(p) = f(p)g(p)$.

EXPLORANDO UM POUCO MAIS...

- Considere agora as funções $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \neq 1, \\ 0, & \text{se } x = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \neq 1, \\ 1, & \text{se } x = 1 \end{cases} .$$

- Faça os gráficos de f , g e de fg . O que você pode dizer sobre a continuidade dessas três funções?
- É verdade que produto de duas funções descontínuas num ponto é descontínua naquele ponto?
- E se uma das funções for contínua e a outra descontínua?

- Quais outras operações você sabe fazer com funções?
- Vamos ver o que acontece com funções contínuas mediante essas operações na próxima aula!

Até nosso próximo encontro!

lymber@ime.usp.br