MAT-2453 – Cálculo I
Aula 03: Continuidade de Funções

Alexandre Lymberopoulos

Para Escola Politécnica – USP

IME–USP — Departamento de Matemática

- Domínio: um conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$;
- Contradomínio: a reta real $\mathbb{R}$;
- Imagem: $\operatorname{Im} f = \{y \in \mathbb{R} : y = f(x), \text{ com } x \in A\}$.

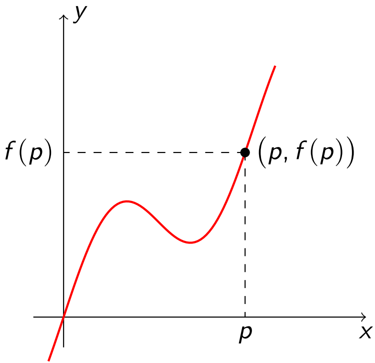


FIGURE: Gráfico de uma função $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

INTUIÇÃO SOBRE CONTINUIDADE

- Queremos enfatizar (primeiro de maneira intuitiva e depois de maneira formal) alguma diferença entre os gráficos de funções abaixo:

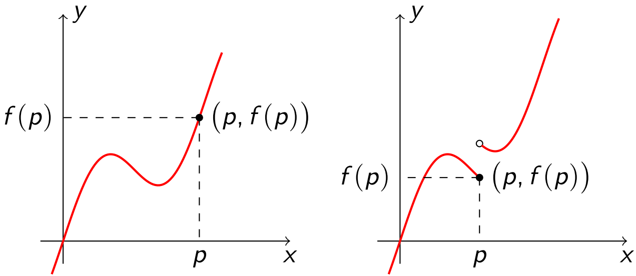


FIGURE: Dois gráficos com comportamentos distintos em p.

- A diferença é que no segundo gráfico há um "salto" no valor de f em torno de p. Note que ambas funções estão definidas em p.
- Mais intuitivamente ainda, no primeiro caso desenhamos o gráfico sem tirar o lápis do papel em torno de $x = p$, o que é impossível no segundo caso.

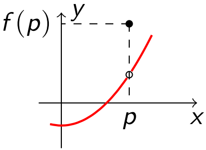
Qual o tamanho do salto?

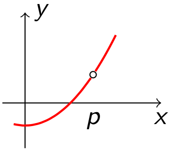
- Um salto significa que perto de p os valores de $f(x)$ e $f(p)$ estão suficientemente "distantes", não importa quão "perto" x esteja de p.
- Não existir o salto significa que $f(x)$ estará próximo de $f(p)$ quando x estiver suficientemente próximo de p.
- Queremos um conceito formal que seja capaz de detectar esses "saltos" independentemente de sua magnitude.

Vamos praticar?

Decida, intuitivamente[1], se as funções abaixo são contínuas no ponto indicado:

- $f(x) = 1$, $p = 5$;
- $f(x) = x^2 - 1$, $p = 1$;
- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1}, & \text{se } x \neq 1, \\ 2, & \text{se } x = 1 \end{cases}$, $p = 1$;
- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & \text{se } x \neq 2, \\ 3, & \text{se } x = 2 \end{cases}$, $p = 2$.
- Qual a diferença entre as cujos gráficos são dados abaixo? O que se pode dizer sobre a continuidade em p de cada uma?





[1]esboce os gráficos

Na aula vamos:

1. formalizar o conceito de continuidade;
2. verificar a continuidade de algumas funções através dessa definição formal;
3. estabelecer alguma critérios alternativos para verificar continuidade.

Até nosso próximo encontro!

lymber@ime.usp.br