

# Notas introdutórias em Probabilidade e Estatística

Luiz Renato Gonçalves Fontes  
Instituto de Matemática e Estatística — USP

# Prefácio

A motivação para estas notas é a apresentação de maneira unificadora do material de Estatística Descritiva e Probabilidade usualmente abordado em cursos introdutórios de Estatística em nível de graduação.

Os conceitos de distribuição de freqüências (relativas) e de distribuição de probabilidades são centrais em, respectivamente, Estatística Descritiva e Probabilidade. Eles são análogos entre si, e admitem a mesma formulação matemática. Além disto, eles se relacionam direta e naturalmente no quadro da amostragem probabilística, conceito central em Inferência Estatística (que é o tema seguinte natural e usual em Estatística introdutória): quando fazemos amostragem casual simples numa população em que dada variável (populacional) está definida, tal variável medida na amostra se torna uma (ou mais, dependendo do tamanho da amostra) variável aleatória. Além disto, a distribuição de probabilidades desta variável aleatória pode ser identificada com a distribuição de freqüências da variável populacional. Esta identidade é a base da Inferência Estatística.

Os dois primeiros capítulos tratam de pontos usuais de Estatística Descritiva, mas com ênfase nas distribuições de freqüências, tratadas especificamente no primeiro capítulo, em que os casos discreto e contínuo são distinguidos; o primeiro em termos de funções de freqüência, e o segundo em termos de funções densidade de freqüência (aqui é inevitável recorrer a integração, que em muitos casos ainda não foi vista pela assistência; por isto lançamos mão, em apêndice, de uma definição informal e sucinta de integral). Distribuições multivariadas são abordadas apenas no caso discreto. No segundo capítulo, medidas de posição, dispersão e dependência são introduzidas, sempre com base nas distribuições de freqüências (e pouca menção a dados brutos).

Os dois últimos capítulos versam sobre modelos probabilísticos e variáveis aleatórias, em abordagem por um lado mais tradicional, por outro destacando (quase) sempre o exemplo da amostragem probabilística em populações, fazendo conexão com o material dos capítulos iniciais, no espírito da discussão acima.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Distribuições de freqüências</b>	<b>1</b>
1.1	Representação gráfica de distribuições de freqüência . . . . .	5
1.2	Função de densidade de freqüência . . . . .	7
1.2.1	A densidade normal . . . . .	11
1.3	Função de distribuição de freqüência . . . . .	20
1.4	Distribuição de freqüências de mais de uma variável . . . . .	25
1.4.1	Distribuição condicional e independência . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Medidas descritivas para distribuições de freqüências</b>	<b>33</b>
2.1	Medidas de posição . . . . .	33
2.1.1	Média . . . . .	34
2.1.2	Mediana . . . . .	44
2.1.3	Quantis . . . . .	49
2.1.4	Quartis e diagrama de caixa . . . . .	51
2.2	Medidas de dispersão . . . . .	53
2.2.1	Variância e Desvio-padrão . . . . .	55
2.3	Uma medida de dependência entre variáveis . . . . .	61
2.4	Associação linear entre duas variáveis . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Probabilidade</b>	<b>76</b>
3.1	Modelo probabilístico . . . . .	77
3.2	Espaços equiprováveis . . . . .	90
3.2.1	Passeio aleatório . . . . .	95
3.3	Outros exemplos . . . . .	99
3.4	Condicionamento e independência . . . . .	102
3.4.1	Independência . . . . .	111

<b>4</b>	<b>Variáveis aleatórias</b>	<b>113</b>
4.1	Distribuição de probabilidades de variáveis aleatórias . . . . .	114
4.1.1	Variáveis aleatórias discretas . . . . .	115
4.1.2	Variáveis aleatórias contínuas . . . . .	116
4.1.3	Função de distribuição acumulada . . . . .	118
4.1.4	Esperança . . . . .	120
4.1.5	Variância . . . . .	123
4.2	Modelos para variáveis aleatórias discretas . . . . .	124
4.2.1	O modelo uniforme . . . . .	124
4.2.2	O modelo de Bernoulli . . . . .	125
4.2.3	O modelo binomial . . . . .	125
4.2.4	O modelo hipergeométrico . . . . .	130
4.2.5	O modelo geométrico . . . . .	131
4.2.6	O modelo binomial negativo . . . . .	132
4.2.7	O modelo de Poisson . . . . .	133
4.3	Modelos para variáveis aleatórias contínuas . . . . .	135
4.3.1	O modelo uniforme . . . . .	135
4.3.2	O modelo exponencial . . . . .	137
4.3.3	O modelo normal . . . . .	139
4.4	Várias variáveis aleatórias . . . . .	143
4.4.1	Condicionamento e independência . . . . .	145
4.4.2	Covariância . . . . .	148
4.4.3	Soma de variáveis aleatórias . . . . .	150
<b>A</b>	<b>Integral de uma função</b>	<b>156</b>
<b>B</b>	<b>Volta à origem do passeio aleatório</b>	<b>157</b>