

MAT121 - Cálculo Diferencial e Integral II
Bacharelado em Matemática - 2011
3ª Prova - 28/11/11

Nome: _____ NUSP: _____

Todas as respostas devem ser (legíveis e) justificadas!

1. (2,0) Seja $f(x, y) = \frac{1}{x} \operatorname{sen} y$.
 - (a) Encontre o polinômio de Taylor P_1 de ordem 1 de f em torno de $(1, 0)$;
 - (b) Mostre que $|f(x, y) - P_1(x, y)| \leq (x - 1)^2 + (x - 1)|y| + \frac{|y|^2}{2}$, se $x \geq 1$ e $y \in \mathbb{R}$.
2. (3,0) Seja $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 y}$.
 - (a) Encontre, caso exista, o gradiente de f em $(0, 0)$;
 - (b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial u}(0, 0)$, sendo $u = (a, b)$ um vetor unitário qualquer;
 - (c) f é diferenciável em $(0, 0)$? Justifique!

Atenção: Antes de fazer contas, reflita por alguns instantes

3. (2,0) Considere a função $f(x, y) = x^2 y + x^2 + y^2 + 5$.
 - (a) Encontre todos os pontos críticos de f ;
 - (b) Classifique-os como ponto de máximo local, de mínimo local ou de sela;
4. (3,0) Seja $f(x, y) = xy^2$ e $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 3 \text{ e } x \geq 0\}$.
 - (a) Encontre todos os pontos críticos de f no interior de D .
 - (b) Determine o valor máximo e valor mínimo de f em D e diga em quais pontos eles são atingidos.