

MAT121 - Cálculo Diferencial e Integral II  
Bacharelado em Matemática - 2011  
2ª Prova - 17/10/11

Nome:

**Todas as respostas devem ser (legíveis e) justificadas!**

1. **(1,5)** Seja  $g(r, s) = r^2 f(2r^2 + s^2, r - s)$ , onde  $f(x, y)$  é uma função de classe  $C^1$  em  $\mathbb{R}^2$  a valores reais. Calcule  $\frac{\partial g}{\partial r}(r, s)$  e  $\frac{\partial g}{\partial s}(r, s)$  em termos das derivadas parciais de  $f$ .

2. Calcule os seguintes limites, caso existam:

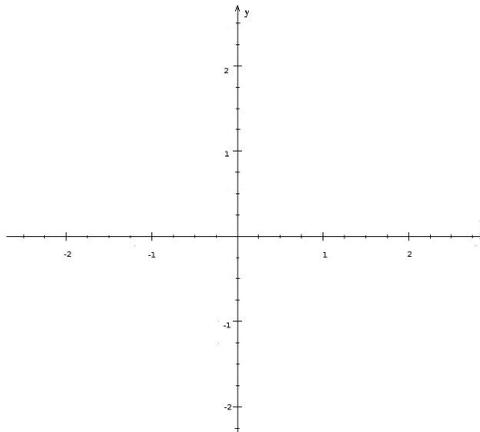
(a) **(1,0)**  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^3 + 2x^3 - y^7}{x^2 + 5y^6};$

(b) **(1,0)**  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 \text{sen}(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^3}$

3. **(2,0)** Seja  $f(x, y) = \frac{2x^2 + 4y^2}{x^2 + y^2 + 1}$ .

(a) Esboce (no plano cartesiano abaixo) as curvas de nível de  $f$  dos níveis  $c = 1$  e  $c = 2$ .

(b) Encontre uma função  $\gamma$  derivável, definida num intervalo, cuja imagem seja a curva de nível  $c = 1$  de  $f$ .



**Contas:**

4. **(4,5)** Seja  $f(x, y) = (xy)^{\frac{1}{3}}$ .

(a) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$  quando  $xy \neq 0$ ;

(b) Calcule, caso existam,  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ ;

(c) Calcule, caso existam,  $\frac{\partial f}{\partial x}(a, 0)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(a, 0)$ , quando  $a \neq 0$ ;

(d) Calcule, caso existam,  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, b)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, b)$ , quando  $b \neq 0$ ; (Observe a simetria com o item anterior!)

(e) Em que pontos  $f$  é diferenciável? JUSTIFIQUE!