

Prova A

2(a) é análogo

2(b) posto $N = 5$ então $\dim \text{Ker } N = 4$
e o número de blocos ≤ 4

Como o índice de nilpotência

é 4:

$$9 = 4 + 4 + 1$$

$$9 = 4 + 3 + 2$$

$$9 = 4 + 2 + 2 + 1$$

$$9 = 4 + 3 + 1 + 1$$

2. a) (1,0) Determine, a menos de semelhança, as matrizes 8×8 reais cujo polinômio minimal é $x^2(x-1)(x-2)^3$.

b) (1,0) Seja $N : \mathbb{R}^9 \rightarrow \mathbb{R}^9$ um operador linear nilpotente com posto igual a 6 e com índice de nilpotência 5. Quais são todas as possíveis formas de Jordan para tal N ?

essas são as duas únicas possibilidades

(a) Se $m_T(x) = x^2(x-1)(x-2)^3$, então como $m_T(x)$ tem que ser um divisor de $p_T(x)$, as possibilidades para $p_T(x)$ são:
(grau $p_T(x) = 8$)

$$p_T(x) = x^4(x-1)(x-2)^3 \quad (1)$$

$$p_T(x) = x^3(x-1)^2(x-2)^3 \quad (2)$$

$$p_T(x) = x^3(x-1)(x-2)^4 \quad (3)$$

$$p_T(x) = x^2(x-1)^3(x-2)^3 \quad (4)$$

$$p_T(x) = x^2(x-1)^2(x-2)^4 \quad (5)$$

$$p_T(x) = x^2(x-1)(x-2)^5 \quad (6)$$

Para (1) temos 2 possibilidades:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

Para (2) temos:

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

Para (3):

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

Para (4)

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

Para (5)

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

e Para (6) também 2 possibilidades

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} & & \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix}$$

(b) $N : \mathbb{R}^9 \rightarrow \mathbb{R}^9$

$N^5 = 0, N^4 \neq 0$ e $\dim \text{Ker } N = 9 - 6 = 3 = \text{NÚMERO DE BLOCOS}$

$$9 = 5 + 4$$

$$= 5 + 3 + 1 \quad (*)$$

$$= 5 + 2 + 2 \quad (**)$$

$$= 5 + 2 + 1 + 1$$

Logo, como o número de blocos é 3, as possibilidades são apenas (*) e (**) e as matrizes são:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{e } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$